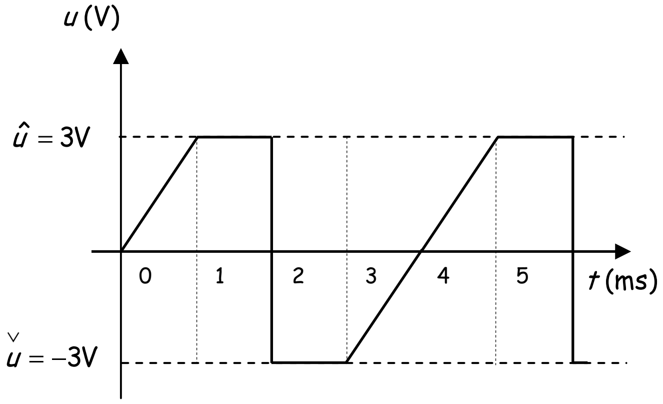
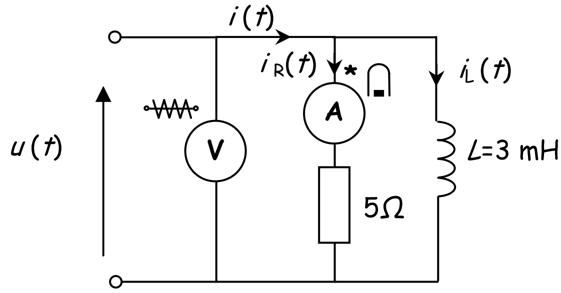




Al circuito de la figura se le aplica la función $u(t)$ representada. Determínese:

1. Corriente por la bobina de forma grafica y analítica.
2. Potencia absorbida por la resistencia.
3. Lectura de voltímetro y amperímetro.
4. Factor de forma de la tensión.

1 Ecuación de definición de la tensión:

$$u(t) = \begin{cases} 0 \le t \le 10^{-3}\,\text{s} & u(t) = 3{\cdot}10^3 t \text{ V} \\ 10^{-3} \le t \le 2{\cdot}10^{-3}\,\text{s} & u(t) = 3 \text{ V} \\ 2{\cdot}10^{-3} \le t \le 3{\cdot}10^{-3}\,\text{s} & u(t) = -3 \text{ V} \\ 3{\cdot}10^{-3} \le t \le 5{\cdot}10^{-3}\,\text{s} & u(t) = 3{\cdot}10^3\left(t - 4{\cdot}10^{-3}\right) = \left(3{\cdot}10^3 t - 12\right)\text{V} \end{cases}$$

Corriente a través de la bobina:

$0 \le t \le 10^{-3}$

$$i(t) = i_0 + \frac{1}{3{\cdot}10^{-3}}\int_0^t 3{\cdot}10^3 t \cdot dt = 0 + \frac{1}{3{\cdot}10^{-3}}\frac{3{\cdot}10^3 t^2}{2} = 0{,}5{\cdot}10^6 t^2 \begin{cases} i_0 = 0A \\ i_{10^{-3}} = 0{,}5A \end{cases}$$

Ecuación de una parábola con las ramas hacia arriba.

$10^{-3} \le t < 2{\cdot}10^{-3}$

$$i(t) = i_{10^{-3}} + \frac{1}{3{\cdot}10^{-3}}\int_{10^{-3}}^t 3 \cdot dt = 0{,}5 + \frac{1}{3{\cdot}10^{-3}}\left(3t - 3{\cdot}10^{-3}\right) = 10^3 t - 0{,}5 \begin{cases} i_{10^{-3}} = 0{,}5A \\ i_{2\cdot10^{-3}} = 1{,}5A \end{cases}$$

Ecuación de una recta con la pendiente positiva.

$2{\cdot}10^{-3} \le t \le 3{\cdot}10^{-3}$

$$i(t) = i_{2\cdot10^{-3}} + \frac{1}{3{\cdot}10^{-3}}\int_{2\cdot10^{-3}}^t -3 \cdot dt = 1{,}5 + \frac{1}{3{\cdot}10^{-3}}\left(-3t + 3{\cdot}2{\cdot}10^{-3}\right) = -10^3 t + 3{,}5\,A \begin{cases} i_{2\cdot10^{-3}} = 1{,}5A \\ i_{3\cdot10^{-3}} = 0{,}5A \end{cases}$$

Ecuación de una recta con pendiente negativa.

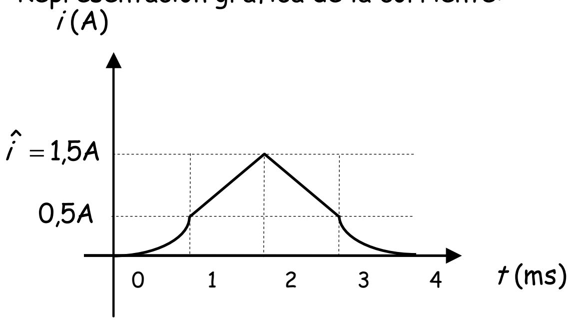
$3{\cdot}10^{-3} \leq t \leq 5{\cdot}10^{-3}$

$$i(t) = i_{3\cdot10^{-3}} + \frac{1}{3{\cdot}10^{-3}} \int_{3\cdot10^{-3}}^{t} \left(3{\cdot}10^{3} t - 12\right) \cdot \mathrm{d}t = 0{,}5 + \frac{1}{3{\cdot}10^{-3}} \left(\frac{3{\cdot}10^{3} t^{2}}{2} - 12t\right)_{3\cdot10^{-3}}^{t}$$

$$i(t) = 0{,}5{\cdot}10^{6} t^{2} - 4{\cdot}10^{3} t + 8 \begin{cases} i_{3\cdot10^{-3}} = 0{,}5A \\ i_{4\cdot10^{-3}} = 0A \end{cases}$$

Ecuación de una parábola con las ramas hacia arriba.

Representación gráfica de la corriente:



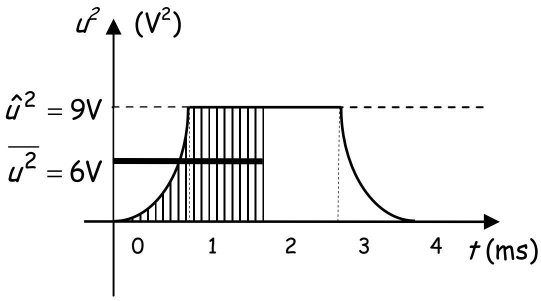
2 El valor de la potencia media absorbida por la resistencia es:

$$\overline{p} = P = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} p{\cdot}\mathrm{d}t$$

$p = u{\cdot}i \,;\, i = \dfrac{u}{R}$ luego

$$\overline{p} = P = \frac{\frac{1}{T}\int_{0}^{T} u^{2}{\cdot}\mathrm{d}t}{R} = \frac{\overline{u^{2}}}{R} = \frac{U^{2}}{R}$$

Valor eficaz de la tensión:



$$U = \sqrt{\frac{\frac{1}{3}10^{-3}{\cdot}9 + 9{\cdot}10^{-3}}{2{\cdot}10^{-3}}} = \sqrt{6}\ \text{V}$$

Y por tanto la potencia:

$$P = \frac{U^{2}}{R} = \frac{6}{5} = 1{,}2\text{W}$$

3. Lecturas de amperímetro y voltímetro

3.1 Lectura del voltímetro

El voltímetro es de hierro móvil luego mide valores eficaces.

$\text{LV} = U = \sqrt{6}\,\text{V}$

3.2 Lectura del amperímetro.

El amperímetro es de cuadro móvil y en consecuencia mide valores medios de corriente.

Valor medio de la corriente por la resistencia:

$$i_R(t) = \frac{u(t)}{R} = \frac{u(t)}{5}$$

$$i_R(t) = \begin{cases} 0 \le t \le 10^{-3}\ \text{s} & i_R(t) = 600t\ A \\ 10^{-3} \le t \le 2{\cdot}10^{-3}\ \text{s} & i_R(t) = 0{,}6\ A \\ 2{\cdot}10^{-3} \le t \le 3{\cdot}10^{-3}\ \text{s} & i_R(t) = -0{,}6\ A \\ 3{\cdot}10^{-3} \le t \le 5{\cdot}10^{-3}\ \text{s} & i_R(t) = (600t - 2{,}4)A \end{cases}$$

$$\overline{i_R} = \frac{1}{4{\cdot}10^{-3}}\left[\int_0^{10^{-3}} 600t{\cdot}\mathrm{d}t + \int_{10^{-3}}^{2\cdot10^{-3}} 0{,}6{\cdot}\mathrm{d}t + \int_{2\cdot10^{-3}}^{3\cdot10^{-3}} -0{,}6{\cdot}\mathrm{d}t + \int_{3\cdot10^{-3}}^{4\cdot10^{-3}} (600t - 2{,}4)\mathrm{d}t\right] =$$

$$\frac{1}{4{\cdot}10^{-3}}\left(\frac{600{\cdot}10^{-6}}{2} + \frac{600{\cdot}16{\cdot}10^{-6}}{2} - 9{,}6{\cdot}10^{-3} - \frac{600{\cdot}9{\cdot}10^{-6}}{2} + 7{,}2{\cdot}10^{-3}\right) = 0A$$

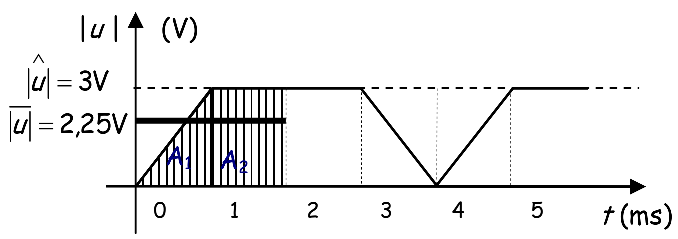
Otra forma de obtener el valor del amperímetro:

La corriente en una resistencia tiene la misma forma de onda que la tensión, escalada R veces, luego su valor medio también será: $\overline{i_R} = \dfrac{\overline{u}}{R}$

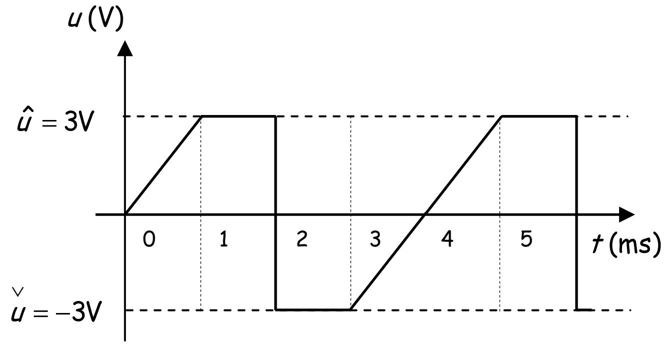
En este caso el valor medio de u es nulo, pues la función tensión es impar, $u(t) = -u(-t)$, tiene simetría respecto al origen.

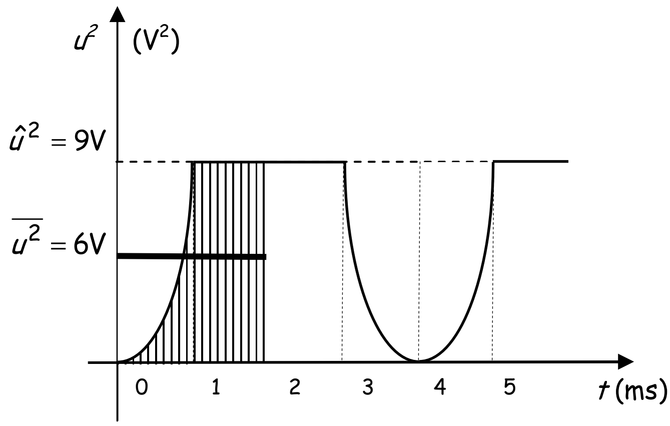
4 Factor de forma de la tensión

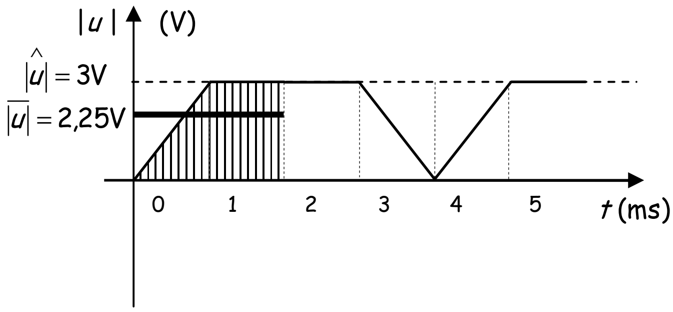
$$\overline{|u|} = \frac{A_1 + A_2}{T/2} = \frac{\frac{1}{2}{\cdot}3{\cdot}10^{-3} + 3{\cdot}10^{-3}}{2{\cdot}10^{-3}} = 2{,}25\,\text{V}$$

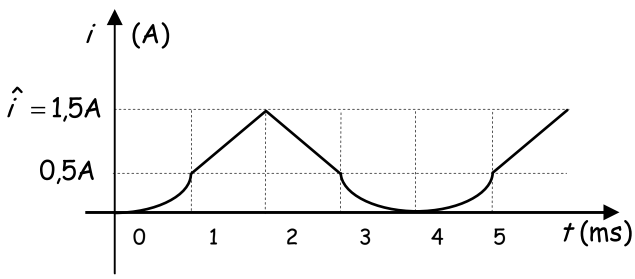


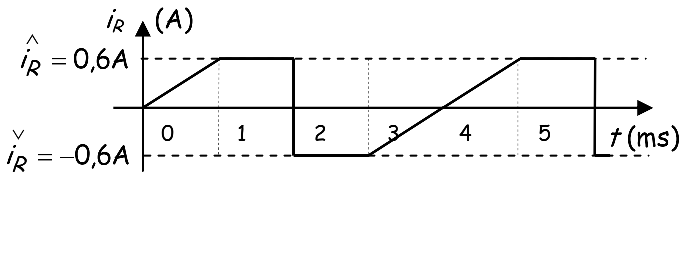
$$K_F = \frac{U}{\overline{|u|}} = \frac{\sqrt{6}}{2{,}25} = 1{,}088$$


u (V)
û = 3V
ǔ = −3V
0
1
2
3
4
5
t (ms)


u² (V²)
û² = 9V
$\overline{u^2}$ = 6V
0
1
2
3
4
5
t (ms)


|u| (V)
$\widehat{|u|}$ = 3V
$\overline{|u|}$ = 2,25V
0
1
2
3
4
5
t (ms)


i (A)
î = 1,5A
0,5A
0
1
2
3
4
5
t (ms)


i_R (A)
$\hat{i}_R$ = 0,6A
$\check{i}_R$ = −0,6A
0
1
2
3
4
5
t (ms)