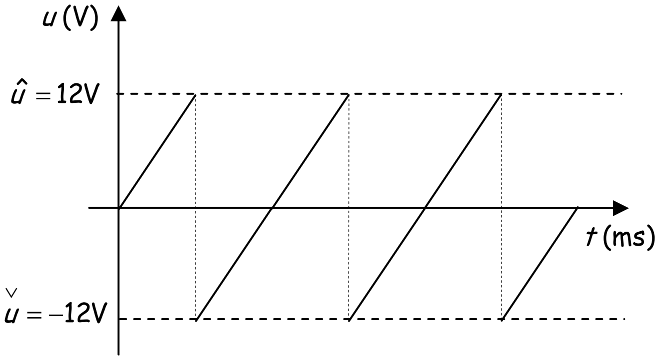
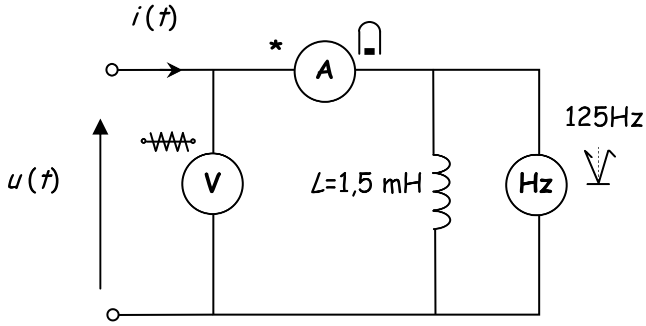



Al circuito de la figura se le aplica la forma de onda de tensión triangular representada.
Se conoce su frecuencia, que es de 125Hz.
Determínese:

1. Forma de onda de la corriente $i(t)$ grafica y analíticamente.
2. Lo mismo para la potencia; Valor de cresta de dicha potencia.
3. Lectura de los instrumentos.

1

1.1 Primero definiremos la ecuación de la forma de onda de la tensión:

$$T = \frac{1}{125} = 8{\cdot}10^{-3}\,\mathrm{s}$$

$$u(t)\begin{cases} 0 \le t < 4{\cdot}10^{-3}\,\mathrm{s} & u(t) = \dfrac{12}{4{\cdot}10^{-3}}t = 3{\cdot}10^{3}t\,\mathrm{V} \\ 4{\cdot}10^{-3} < t < 8{\cdot}10^{-3}\,\mathrm{s} & u(t) = \dfrac{12}{4{\cdot}10^{-3}}\left(t - 8\cdot10^{-3}\right) = 3{\cdot}10^{3}t - 24\,\mathrm{V} \end{cases}$$

También se puede obtener de la siguiente forma:

$0 \le t < 4{\cdot}10^{-3}\,\mathrm{s}$

$$\begin{vmatrix} t & u & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4{\cdot}10^{-3} & 12 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 4{\cdot}10^{-3}u - 12t = 0 \rightarrow u = 3{\cdot}10^{3}t\ \mathrm{V}$$

$4{\cdot}10^{-3} < t < 8{\cdot}10^{-3}\,\mathrm{s}$

$$\begin{vmatrix} t & u & 1 \\ 4{\cdot}10^{-3} & -12 & 1 \\ 8{\cdot}10^{-3} & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow -12t + 8{\cdot}10^{-3}u + 96{\cdot}10^{-3} - 4{\cdot}10^{-3}u = 0 \rightarrow u = 3{\cdot}10^{3}t - 24\ \mathrm{V}$$

1.2 Corriente en la bobina:

$$i(t) = i_0 + \frac{1}{L}\int_0^t u(t)\mathrm{d}t$$

Para el primer tramo:

$0 \le t < 4{\cdot}10^{-3}\mathrm{s}$

$$i(t) = i_0 + \frac{1}{L}\int_0^t u(t)\mathrm{d}t = 0 + \frac{1}{1{,}5{\cdot}10^{-3}}\cdot\int_0^t 3\cdot 10^3 t\ \mathrm{d}t = \frac{1}{1{,}5{\cdot}10^{-3}}\cdot\frac{3{\cdot}10^3 t^2}{2} = 10^6 t^2 A \qquad \left| \begin{array}{l} i_0 = 0A \\ i_{4\cdot10^{-3}} = 16A \end{array} \right.$$

Es una parábola con las ramas hacia arriba.

Segundo tramo:

$4{\cdot}10^{-3} < t < 8{\cdot}10^{-3}\mathrm{s}$

$$i(t) = i_{4\cdot10^{-3}} + \frac{1}{1{,}5{\cdot}10^{-3}}\int_{4\cdot10^{-3}}^t \left(3{\cdot}10^3 t - 24\right)\mathrm{d}t = 16 + \frac{1}{1{,}5{\cdot}10^{-3}}\cdot\left(\frac{3{\cdot}10^3 t^2}{2} - 24t\right)_{4\cdot10^{-3}}^t = 16 + 48 + 10^6 t^2 - 16{\cdot}10^3 t$$

$$i(t) = 10^6 t^2 - 16{\cdot}10^3 t + 64A \qquad \left| \begin{array}{l} i_{4\cdot10^{-3}} = 16A \\ i_{8\cdot10^{-3}} = 0A \end{array} \right.$$

Ecuación de una parábola con las ramas hacia arriba.

1.3 Representación analítica de la potencia:

$$p(t) = u(t){\cdot}i(t)$$

$$p(t)\begin{cases} 0 < t < 4{\cdot}10^{-3}\mathrm{s} & p(t) = 3{\cdot}10^3 t{\cdot}10^6 t^2 = 3{\cdot}10^9 t^3 \\ 4{\cdot}10^{-3} < t < 12{\cdot}10^{-3}\mathrm{s} & p(t) = \left(3{\cdot}10^3 t - 24\right)\left(10^6 t^2 - 16{\cdot}10^3 t + 64\right) = 3{\cdot}10^9 t^3 - 72{\cdot}10^6 t^2 + 576{\cdot}10^3 t - 1536\,\mathrm{W} \end{cases}$$

$p_{4\cdot10^{-3}-} = 192\mathrm{W}$

$p_{4\cdot10^{-3}+} = -192\mathrm{W}$

$p_{8\cdot10^{-3}} = 0\mathrm{W}$

Otra forma de obtener la expresión analítica de la potencia:

Se obtiene primero la expresión analítica de la energía para, a continuación, derivándola obtener la potencia.

$$w = \frac{1}{2}L{\cdot}i^2$$

$0 \le t < 4{\cdot}10^{-3}\mathrm{s}$

$$w(t) = \frac{1}{2}L{\cdot}i^2 = \frac{1}{2}1{,}5{\cdot}10^{-3}\left(10^6 t^2\right)^2 = 0{,}75{\cdot}10^9 t^4\mathrm{J}$$

$4{\cdot}10^{-3} < t < 8{\cdot}10^{-3}\mathrm{s}$

$$w(t)=\frac{1}{2}L\cdot i^2=\frac{1}{2}1{,}5\cdot 10^{-3}\left(10^6t^2-16\cdot 10^3t+64\right)^2=0{,}75\cdot 10^9t^4-24\cdot 10^6t^3+288\cdot 10^3t^2-1536t+3{,}072\ \mathrm{J}$$

$$p(t)=\frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t}$$

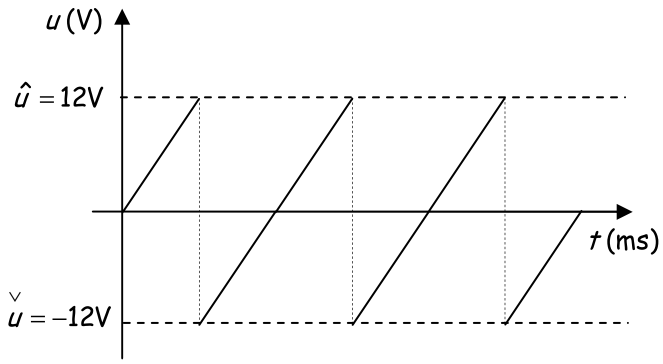
$0\le t<4\cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}$

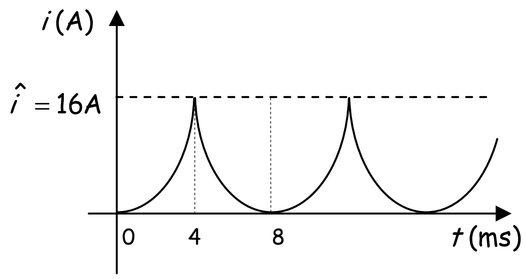
$$p(t)=\frac{\mathrm{d}\left(0{,}75\cdot 10^9t^4\right)}{\mathrm{d}t}=4\cdot 0{,}75\cdot 10^9t^3=3\cdot 10^9t^3\ \mathrm{W}$$

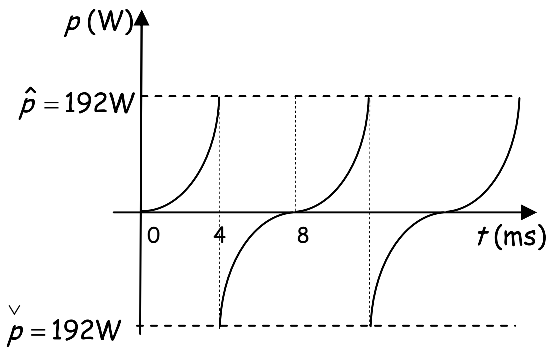
$4\cdot 10^{-3}<t<8\cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}$

$$p(t)=\frac{\mathrm{d}\left(0{,}75\cdot 10^9t^4-24\cdot 10^6t^3+288\cdot 10^3t^2-1536t+3{,}072\right)}{\mathrm{d}t}=3\cdot 10^9t^3-72\cdot 10^6t^2+576\cdot 10^3t-1536\ \mathrm{W}$$

A continuación se representan las funciones gráficamente:



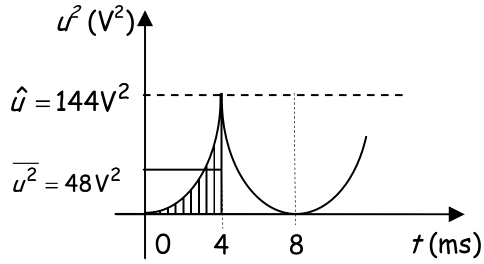



2 Lecturas de los instrumentos

Lectura del voltímetro:

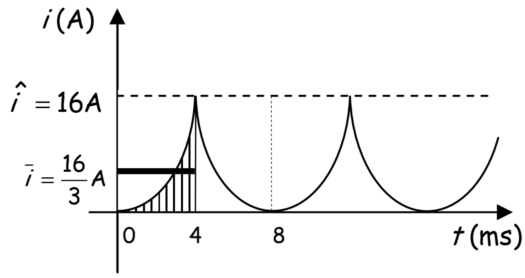
$$LV = \sqrt{\frac{\text{Area de } u^2(t)}{T}}$$




No es necesario tomar todo el periodo con medio es suficiente:

$$LV = \sqrt{\frac{\frac{1}{3}144 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{48} = 4 \cdot \sqrt{3}\ \text{V}$$

El amperímetro mide el valor medio de la corriente:




$$LA = \frac{\text{Area de } i(t)}{T}$$

Se puede obtener también con medio periodo:

$$LA = \frac{\frac{1}{3} 4 \cdot 10^{-3} \cdot 16}{4 \cdot 10^{-3}} = \frac{16}{3} = 5,\widehat{3}A$$