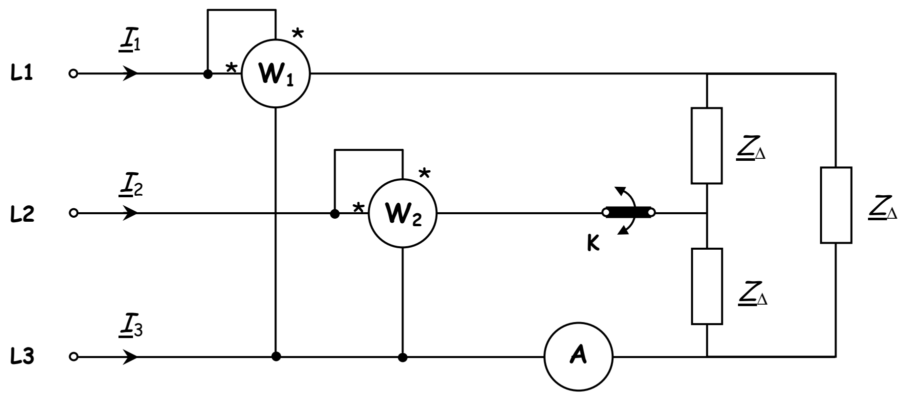
Al circuito de la figura se le ha aplicado un sistema trifásico de tensiones simétrico, equilibrado, y de secuencia directa donde, la tensión compuesta $\underline{U}_{12}$ es de valor: $\underline{U}_{12}=400_{\angle 0°}$V.

- Cuando K está abierto se sabe que:
  La lectura del Amperímetro es 40A (LA=40A) y que la lectura del vatímetro W_1 es nula (LW_1=0div).

- Cuando el interruptor K está cerrado se sabe:
  La lectura del vatímetro W_1es: $LW_1 = \dfrac{16000}{\sqrt{3}}\text{div}$

En función de esos datos, determínese:

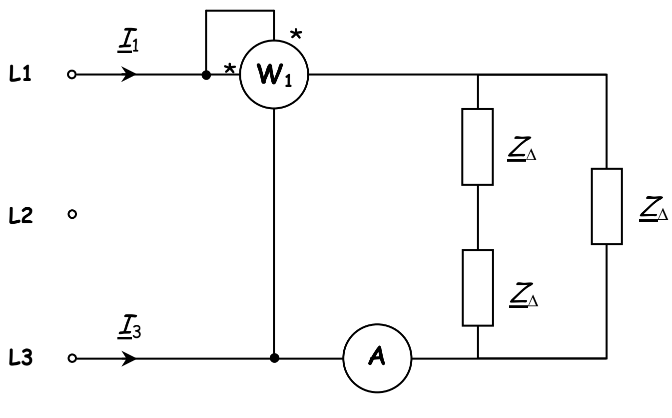
1 Valor de la impedancia $\underline{Z}_{\Delta}$ en forma de módulo y argumento, $\underline{Z}_{\angle\varphi°}$.
2 Cuando el interruptor K está cerrado, lecturas del amperímetro y del vatímetro W_2.
3 Cuando K está abierto lectura de los dos vatímetros.
4 Potencias en ambos casos: cuando K está abierto y cuando está cerrado.
5 Diagrama vectorial para las dos posiciones de K.

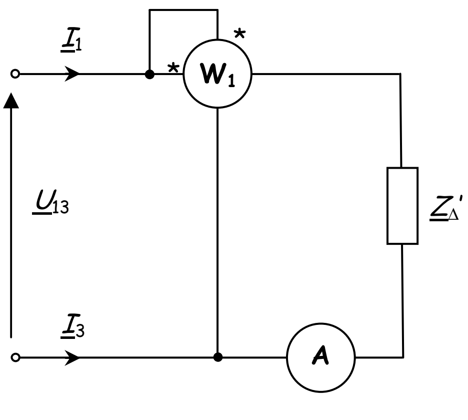


RESOLUCIÓN:

Con K abierto: LA=40A y la LW_1=0div

Se convierte en un circuito monofásico.





El triángulo en el circuito monofásico se convierte en dos ramas en paralelo. Y se puede obtener su impedancia equivalente:

$$\underline{Z}_\Delta' = \frac{\underline{Z}_\Delta \cdot 2\underline{Z}_\Delta}{\underline{Z}_\Delta + 2\underline{Z}_\Delta} = \frac{2(\underline{Z}_\Delta)^2}{3\underline{Z}_\Delta} = \frac{2}{3}\underline{Z}_\Delta$$

Con la lectura del amperímetro se puede determinar el valor del módulo de la impedancia $\underline{Z}\Delta'$ sin más que dividir el valor de la tensión U_{13} y el valor de la corriente I_1 :

$$Z_\Delta' = \frac{U_{13}}{I} = \frac{400}{40} = 10\Omega$$, también, claro está, la impedancia en triángulo:

$$Z_\Delta = Z_\Delta' \cdot \frac{3}{2} = \frac{30}{2} = 15\Omega$$

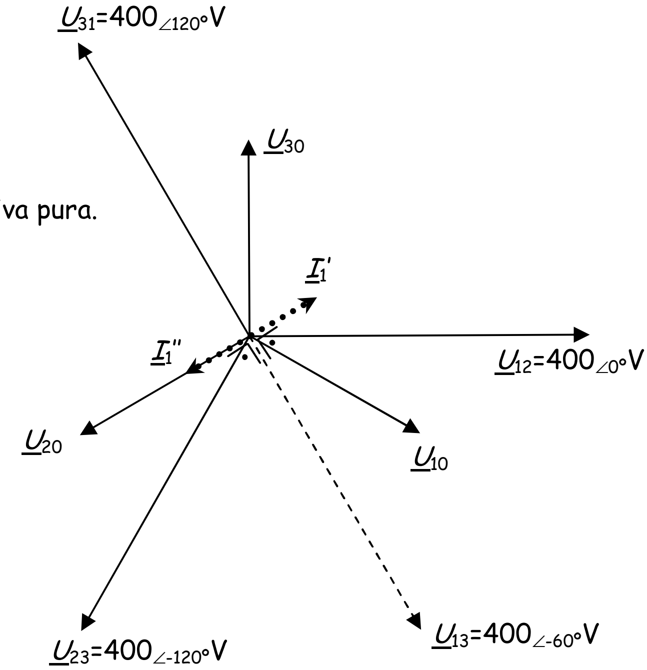
Para poder resolver el circuito, sigamos trabajando con la información que disponemos de la lectura del vatímetro (LW_1=0div).

$$LW_1 = U_{13} \cdot I_1 \cdot \cos\left(\underline{U}_{13} \hat{\ } \underline{I}_1\right) = 400 \cdot 20 \cdot \cos\left(\underline{U}_{13} \hat{\ } \underline{I}_1\right) = 0\text{div}$$

$$\cos\left(\underline{U}_{13} \hat{\ } \underline{I}_1\right) = 0$$

$$\underline{U}_{13} \hat{\ } \underline{I}_1 = \pm 90^\circ \ \Rightarrow \varphi = \pm 90^\circ$$

Luego en principio $\underline{Z}$ debe ser inductiva o capacitiva pura.



$\underline{I}_1$ se podrá situar en dos posiciones:

$\underline{I}_1'$ en cuadratura y adelantada respecto a $\underline{U}_{13}$ (capacitiva pura).

$\underline{I}_1''$ en cuadratura y atrasada respecto a $\underline{U}_{13}$ (inductiva pura).

Luego las respuestas pueden ser dos, una, o ninguna. Vienen condicionadas por su comportamiento con K cerrado.
Para poder determinar que respuestas son válidas disponemos de la lectura del vatímetro que todavía no ha sido utilizada: la lectura del vatímetro cuando K está cerrado.

Para K cerrado: $LW_1 = \dfrac{16000}{\sqrt{3}}\text{div}$

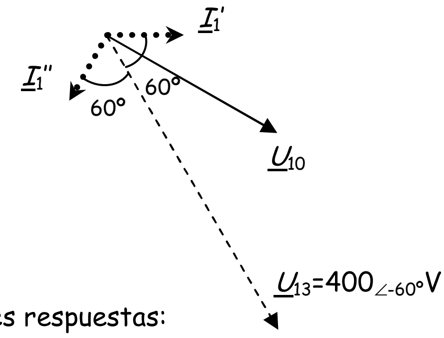
$$LW_1 = U_{13} \cdot I_1 \cdot \cos\left(\underline{U}_{13} \hat{\ } \underline{I}_1\right) = \frac{16000}{\sqrt{3}} \text{div}$$

U_{13}=400V ; $I_{12} = \frac{400}{15} = \frac{80}{3}$; $I_L = \sqrt{3}\frac{80}{3} = \frac{80}{\sqrt{3}} A$

$$I_1 = \sqrt{3} \cdot I_{12} = \sqrt{3}\frac{400}{15} = \frac{80}{\sqrt{3}} A$$

y

$$LW_1 = U_{13} \cdot I_1 \cdot \cos\left(\underline{U}_{13} \hat{\ } \underline{I}_1\right) = 400 \cdot \frac{80}{\sqrt{3}} \cdot \cos\left(\underline{U}_{13} \hat{\ } \underline{I}_1\right) = \frac{16000}{\sqrt{3}} \text{div}$$



$$\cos\left(\underline{U}_{13} \hat{\ } \underline{I}_1\right) = \frac{1}{2}$$

$$\underline{U}_{13} \hat{\ } \underline{I}_1 = \pm 60º$$

Al igual que en el otro caso de la lectura del vatímetro, hay dos posibles respuestas: Que la corriente $\underline{I}_1'$ esté 60º adelantada respecto a la tensión, o $\underline{I}_1''$, que está 60º atrasada.

Analizando el valor del desfase de esas dos corrientes ($\underline{I}_1'$ y $\underline{I}_1''$) respecto a la tensión $\underline{U}_{10}$ se puede definir el carácter de la carga, así:
$\underline{I}_1'$, está 30º adelantada respecto a $\underline{U}_{10}$ la carga tendría carácter capacitivo pero no puro, luego no es solución. $\underline{I}_1''$, está 90º atrasada respecto a $\underline{U}_{10}$. La carga será de carácter inductivo puro. $\underline{I}_1''$ coincide con una de las respuestas de la lectura del vatímetro uno para K abierto, cumpliéndose así ambas condiciones, luego es solución y es

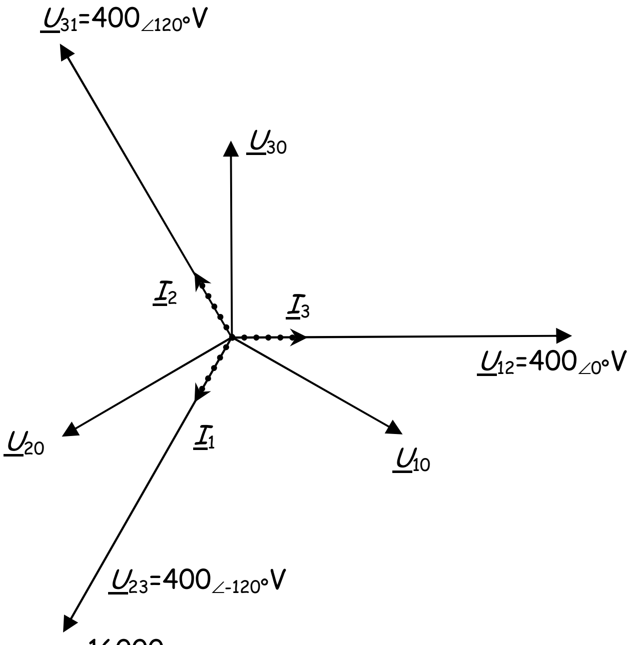
Así pues, la carga es inductiva pura.

1 El valor de la carga es:

$$\underline{Z}_\Delta = 15_{\angle 90º} \Omega$$

2 Lectura del amperímetro y el vatímetro 2

$$LA = \left|\underline{I}_3\right| = \sqrt{3}\, I_{23} = \frac{80}{\sqrt{3}} A$$



$$LW_2 = U_{23} \cdot I_2 \cdot \cos\left(\underline{U}_{23} \hat{\ } \underline{I}_2\right) = 400\frac{400}{15}\sqrt{3} \cdot \cos 120º = -\frac{16000}{\sqrt{3}} \text{div}$$

3 Lectura de los dos vatímetros con K abierto

$LW_1 = 0\text{div}$

$LW_2 = 0\text{div}$ por ser $\underline{I}_2 = \underline{0}\ A$

4 Potencias con K abierto y cerrado

K abierto:

$$P = 0\mathrm{W}$$
$$Q = 10 \cdot 40^2 = 16000\,\mathrm{var}$$
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 16000\ \mathrm{VA}$$

También $P = \mathrm{LW}_1 + \mathrm{LW}_2 = 0 + 0 = 0\mathrm{W}$

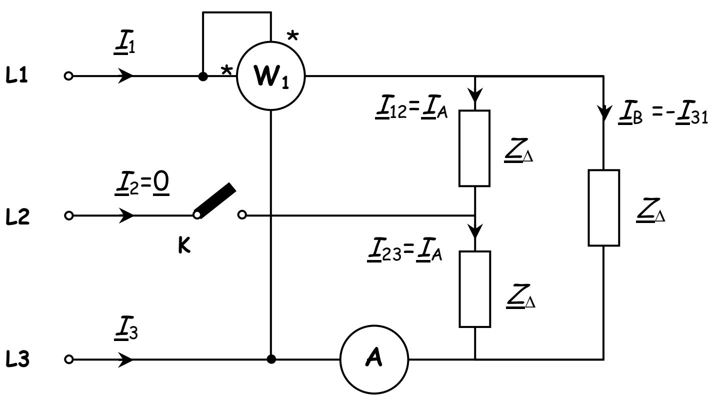
K cerrado:

$$P = 0\mathrm{W}$$
$$Q = 3 \cdot \underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_{12} = 3 \cdot 400 \cdot \frac{400}{15} = 32000\,\mathrm{var}$$
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 32000\mathrm{VA}$$

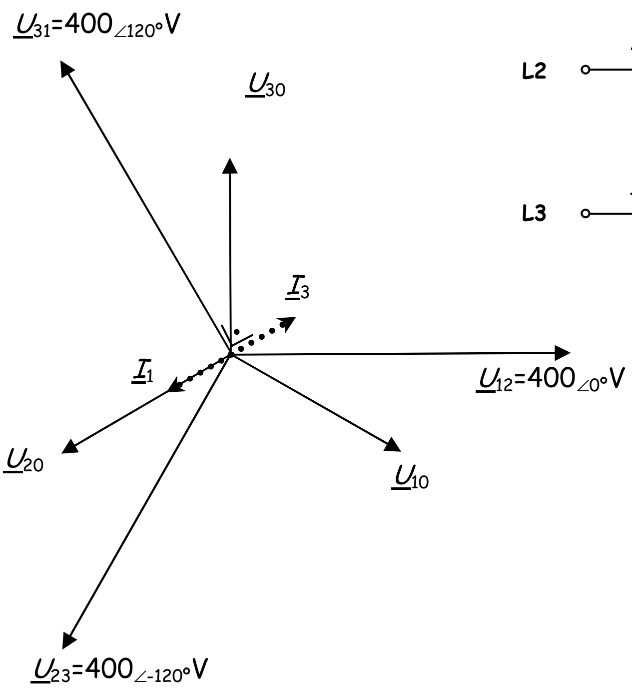
También se podría haber hecho con las lecturas de los vatímetros, por estar conectados por el método de Aron:

$$P = \mathrm{LW}_1 + \mathrm{LW}_2 = \frac{16000}{\sqrt{3}} - \frac{16000}{\sqrt{3}} = 0\mathrm{W}$$
$$Q = \sqrt{3}\left(\mathrm{LW}_1 - \mathrm{LW}_2\right) = \frac{16000}{\sqrt{3}} + \frac{16000}{\sqrt{3}} = 32000\,\mathrm{var}$$

5 Diagramas vectoriales



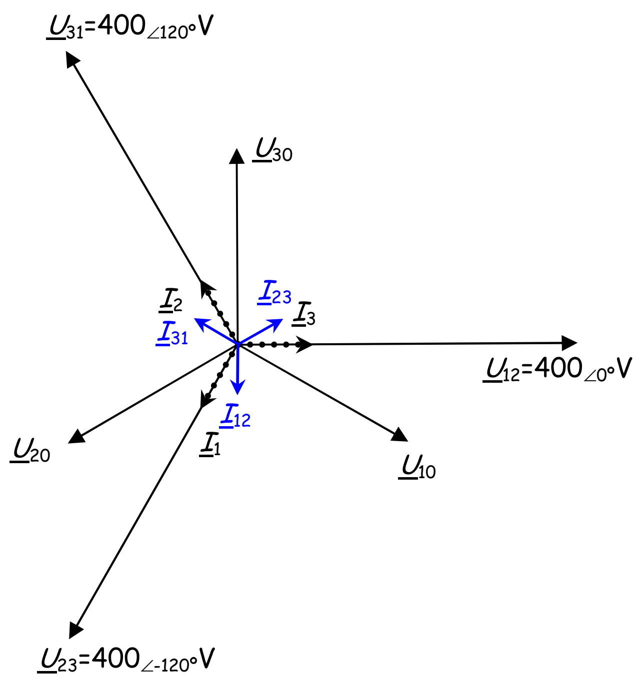
K abierto



$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_{13}}{30_{\angle 90°}} = \frac{400_{\angle -60°}}{30_{\angle 90°}} = \left[\frac{200}{15}\right]_{\angle -150°}\ ,\quad \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_{13}}{15_{\angle 90°}} = \frac{400_{\angle -60°}}{15_{\angle 90°}} = \left[\frac{400}{15}\right]_{\angle -150°}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_A + \underline{I}_B = 40_{\angle -150°}$$
$$\underline{I}_2 = 0A$$
$$\underline{I}_3 = -40_{\angle -150°} = 40_{\angle 30°} A$$

K cerrado



$$\underline{I}_{12} = \frac{400_{\angle 0°}}{15_{\angle 90°}} = \left[\frac{80}{3}\right]_{\angle -90°} A$$

$$\underline{I}_{23} = \frac{400_{\angle 120°}}{15_{\angle 90°}} = \left[\frac{80}{3}\right]_{\angle 30°} A$$

$$\underline{I}_{31} = \frac{400_{\angle -120°}}{15_{\angle 90°}} = \left[\frac{80}{3}\right]_{\angle 150°} A$$