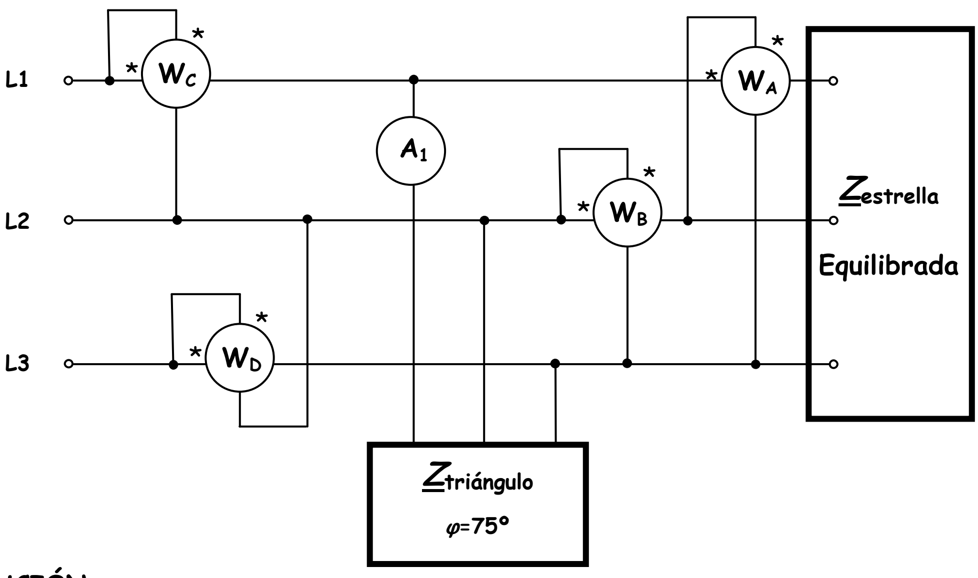
Al circuito de la figura se le aplica un sistema trifásico de tensiones simétrico y equilibrado de secuencia directa, con una tensión $\underline{U}_{12}$ que responde a la siguiente expresión: $u_{12}(t) = 240\sqrt{6}\cos(\omega t - 60°)\,\text{V}$. Asimismo se conocen las lecturas de los siguientes instrumentos:

- $LW_A = LW_B = 7200$div. con k=1
- LA_1=49 div. con k=0,5 .

Determínese:

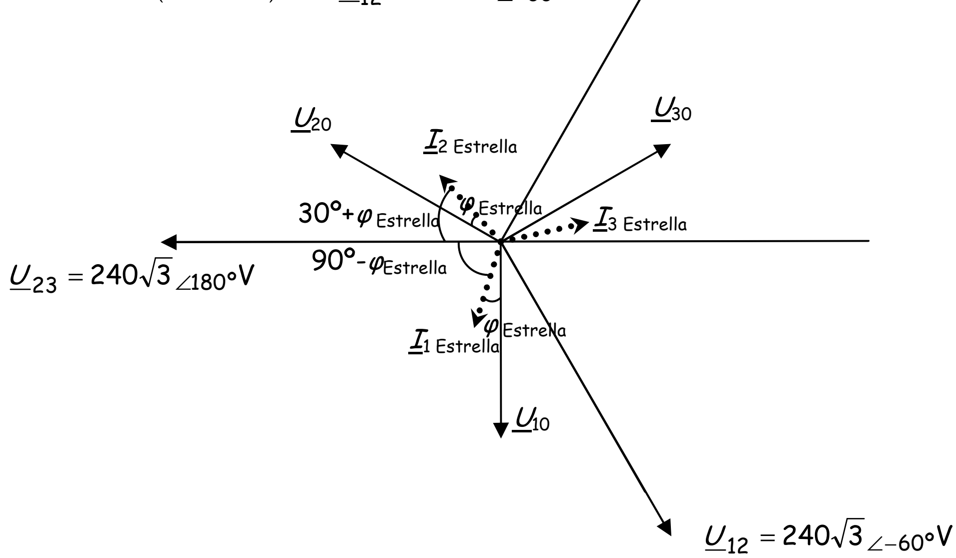
1. Valores de las impedancias en estrella y en triángulo, en forma binómica.
2. Corrientes de línea del circuito.
3. Lecturas de los vatímetros W_C y W_D ; suponiendo que son aparatos de lectura directa.
4. Mejórese el cosφ de la instalación hasta obtener una bonificación del 3%. Indíquese la capacidad de los condensadores a conectar a tal fin.



RESOLUCIÓN:

Se puede obtener el diagrama vectorial del sistema de alimentación conocidas $u_{12}(t)$ y la secuencia:

$$u_{12}(t) = 240\sqrt{6}\cos(\omega t - 60°)\,\text{V} \Rightarrow \underline{U}_{12} = 240\sqrt{3}_{\angle -60°}\text{V}$$



De la lectura del vatímetro A:

$$LW_A = U_{23} \cdot I_1 \cdot \cos\left(\underline{U}_{23} \,\hat{}\, \underline{I}_1\right) = 7200\text{div} = \frac{Q_{T\ Zestrella}}{\sqrt{3}}\ ;\ Q_{T\ Zestrella} = 7200\sqrt{3}\text{var}$$

Se sabe por tanto que la carga en estrella es inductiva por ser el valor de la potencia reactiva positivo.

Lectura del vatímetro B:

$$LW_B = U_{23} \cdot I_2 \cdot \cos\left(\underline{U}_{23} \,\hat{}\, \underline{I}_2\right) = 7200\text{div}$$

Igualando las lecturas de los vatímetros:

$$LW_A = LW_B = 7200\text{div}$$

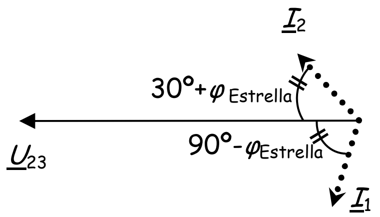
$$U_{23} \cdot I_1 \cdot \cos\left(\underline{U}_{23} \,\hat{}\, \underline{I}_1\right) = U_{23} \cdot I_2 \cdot \cos\left(\underline{U}_{23} \,\hat{}\, \underline{I}_2\right)$$

$$\underline{U}_{23} \,\hat{}\, \underline{I}_1 = \underline{U}_{23} \,\hat{}\, \underline{I}_2$$

Por ser la carga inductiva y empleando el diagrama vectorial:

$$90^\circ - \varphi_{Z\ estrella} = 30^\circ + \varphi_{Z\ estrella}$$

$$90^\circ - 30^\circ = 2\varphi_{Z\ estrella} \rightarrow \varphi_{Z\ estrella} = 30^\circ$$



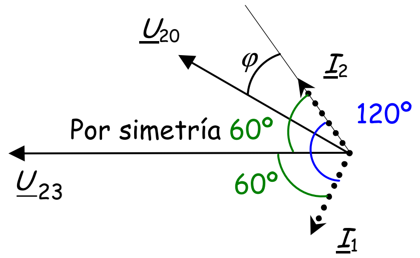
Otra forma de hacerlo, variante de la anterior es también empleando el diagrama vectorial:

El ángulo entre $\underline{I}_1$ e $\underline{I}_2$ es de 120°. Se sabe de la igualdad de ángulo: $\underline{U}_{23} \,\hat{}\, \underline{I}_1 = \underline{U}_{23} \,\hat{}\, \underline{I}_2$.

Luego por simetría $\underline{U}_{23} \,\hat{}\, \underline{I}_1 = \underline{U}_{23} \,\hat{}\, \underline{I}_2 = 60^\circ$.

Finalmente el ángulo de la carga:

$$\varphi = \underline{U}_{20} \,\hat{}\, \underline{I}_2 = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$



Corrientes de línea:

De la carga en estrella:

$$Q_{T\ Zestrella} = 7200\sqrt{3}\text{var} = \sqrt{3} U_C \cdot I_{estrella} \cdot \sin 30^\circ$$

$$I_{estrella} = \frac{7200\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 240\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ} = 20\sqrt{3}\ A$$

$$\underline{I}_{1\ estrella} = 20\sqrt{3}_{\angle -120^\circ}\ A;\quad \underline{I}_{2\ estrella} = 20\sqrt{3}_{\angle +120^\circ}\ A;\quad \underline{I}_{3\ estrella} = 20\sqrt{3}_{\angle 0^\circ}\ A$$

De las cargas en triángulo: La carga es inductiva con un ángulo de 75º. Luego estas corrientes estarán 75º atrasadas respecto a las tensiones simples. El valor del módulo se obtiene de la lectura del amperímetro:

$$LA = \left|\underline{I}_{1\Delta}\right| = 49\text{div} \cdot \frac{0{,}5A}{\text{div}} = 24{,}5A$$

$$\underline{I}_{1\Delta} = 24{,}5_{\angle -165°} A;\quad \underline{I}_{2\Delta} = 24{,}5_{\angle 75°} A;\quad \underline{I}_{3\Delta} = 24{,}5_{\angle -45°} A$$

En secuencia directa: $\underline{I}_{F\Delta} = \frac{1}{\sqrt{3}}_{\angle 30°} \cdot \underline{I}_{L\Delta}$ empleando esta relación, se obtienen las corrientes de fase:

$$\underline{I}_{12\Delta} = \left[\frac{24{,}5}{\sqrt{3}}\right]_{\angle -135°} A;\quad \underline{I}_{23\Delta} = \left[\frac{24{,}5}{\sqrt{3}}\right]_{\angle 105°} A;\quad \underline{I}_{31\Delta} = \left[\frac{24{,}5}{\sqrt{3}}\right]_{\angle -15°} A$$

1 Valores de las impedancias en estrella y en triángulo, en forma binómica.

$$\underline{Z}_{estrella} = \frac{\underline{U}_{10}}{\underline{I}_{1estrella}} = \frac{240_{\angle -90°}}{20\sqrt{3}_{\angle -120°}} = 4\sqrt{3}_{\angle 30°}\Omega = \left(6 + j2\sqrt{3}\right)\Omega$$

$$\underline{Z}\Delta = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{I}_{12\Delta}} = \frac{240\sqrt{3}_{\angle -60°}}{\left[\frac{49}{2\sqrt{3}}\right]_{\angle -135°}} = \left[\frac{1440}{49}\right]_{\angle 75°} \Omega = (7{,}6 + j28{,}38)\Omega$$

2 Corrientes de línea del circuito

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1\Delta} + \underline{I}_{1\,estrella} = 20\sqrt{3}_{\angle -120°} + 24{,}5_{\angle -165°} = -10\sqrt{3} - j30 - 23{,}6 - j6{,}3 = (-40{,}9 - j36{,}3)A$$
$$\underline{I}_1 = (-40{,}9 - j36{,}3) = 54{,}68_{\angle -138{,}6°} A$$

Por ser la carga equilibrada:

$$\underline{I}_2 = 54{,}68_{\angle -101{,}6°} A$$

$$\underline{I}_3 = 54{,}68_{\angle -18{,}6°} A$$

3 Lecturas de los vatímetros W_C y W_D

$$LW_C = U_{12} \cdot I_1 \cdot \cos\left(\underline{U}_{12} \widehat{\ } \underline{I}_1\right) = 240\sqrt{3} \cdot 54{,}68 \cdot \cos 78{,}6° = 4492{,}760\text{div}$$

$$LW_D = U_{32} \cdot I_3 \cdot \cos\left(\underline{U}_{32} \widehat{\ } \underline{I}_3\right) = 240\sqrt{3} \cdot 54{,}68 \cos 18{,}6° = 21542{,}8\text{div}$$

Por ser la conexión el método de los dos vatímetros:

$$P_T = LW_C + LW_D = 26035{,}56W$$
$$Q_T = \sqrt{3}(LW_D - LW_C) = \sqrt{3}(21542{,}8 - 4492{,}76) = 29531{,}536\text{var}$$

4 Mejora del factor de potencia.

$$\varphi_T = \underline{U}_S \hat{\ } \underline{I}_L = 48{,}6°$$

Para logra una bonificación del 3%, el valor que deberá tener el cosφ' lo obtenemos de la siguiente expresión, donde en el valor de kr% se sustituye por -3.

$$kr\% = \frac{37{,}026}{\cos^2 \varphi'} - 41{,}026$$

$$\cos^2 \varphi' = \frac{37{,}026}{-3 + 41{,}026} = 0{,}973$$

$$\varphi' = 9{,}33°$$

Valor de la potencia reactiva de los condensadores a instalar:

$$Q_C = P(\mathrm{tg}\varphi - \mathrm{tg}\varphi') = 26035{,}56(\mathrm{tg}48{,}6° - \mathrm{tg}9{,}33°) = 25254{,}061\,\mathrm{var}$$

Capacidad de los condensadores:

$$C = \frac{Q_C}{3 \cdot \omega \cdot U^2}$$

Según los conectemos en estrella o en triángulo tenemos dos valores de capacidad:

$$C_{\mathrm{estrella}} = \frac{Q_C}{3 \cdot \omega \cdot U_S^2} = \frac{25254{,}061}{3 \cdot 314 \cdot 240^2} = 465{,}4\mu\mathrm{F}$$

$$C\Delta = \frac{Q_C}{3 \cdot \omega \cdot U_K^2} = \frac{25254{,}061}{3 \cdot 314 \cdot \left(240\sqrt{3}\right)^2} = 155{,}14\mu\mathrm{F}$$