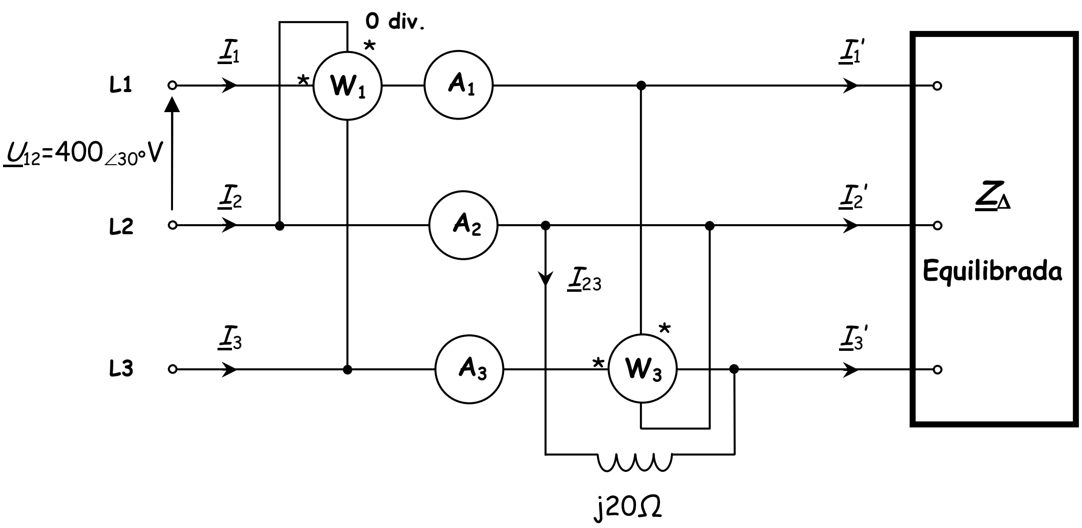
Al circuito de la figura se le aplica un sistema trifásico de tensiones simétrico, equilibrado y de secuencia directa, siendo la tensión compuesta $\underline{U}_{12}=400_{\angle 30°}$V. Se sabe que la lectura del vatímetro 1 es nula (LW_1=0 div) y que las lecturas de los amperímetros A_1 y A_3 son iguales. En estas condiciones se pide:

1. Valores de las corrientes $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$, y $\underline{I}_1'$, $\underline{I}_2'$, $\underline{I}_3'$.
2. Lecturas de los amperímetros: LA_1, LA_2, y LA_3.
3. Valor de la impedancia $\underline{Z}_\Delta$.
4. Lectura del vatímetro W_3.

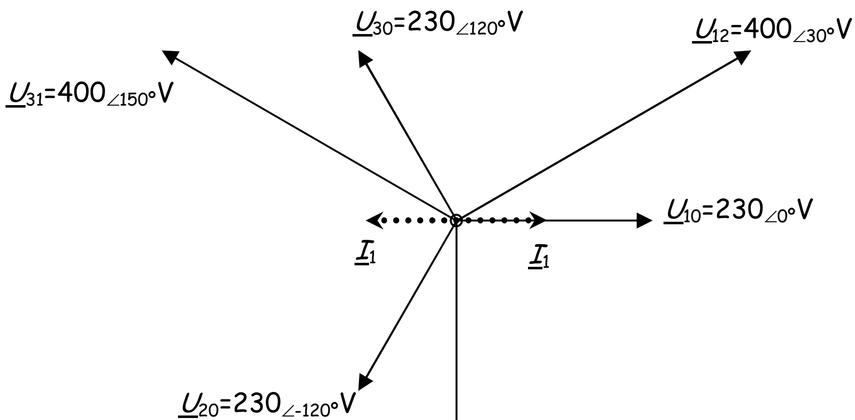


RESOLUCIÓN:

- $LW_1 = U_{23} \cdot I_1 \cdot \cos\left(U_{23} \hat{\ } I_1 \right) = 0\text{div}$

Como los valores de U_{23} e I_1 son distintos de cero ($\underline{U}_{23} \neq 0$ e $\underline{I}_1 \neq 0$), en la expresión de la lectura del vatímetro el factor que debe ser nulo es el coseno y por tanto el ángulo que deben formar la tensión $\underline{U}_{23}$ y la corriente $\underline{I}_1$ debe ser de 90°, así: $U_{23} \hat{\ } I_1 = \pm 90°$.

La corriente $\underline{I}_1$ por tanto podrá situarse en dos posiciones: 90° adelantada ó 90° atrasada respecto a la tensión $\underline{U}_{23}$, véanse las posibles posiciones de la corriente en el diagrama vectorial:



De las dos posibles soluciones de $\underline{I}_1$, la solución $\underline{I}_1$= $I_{1\angle 180°}$ no es posible ya que desfasa más de ±90° de la tensión simple de su fase $\underline{U}_{10}$. Por tanto la solución es $\underline{I}_1$= $I_{1\angle 0°}$= $\underline{I}_1'$.

$\underline{U}_{23}=400_{\angle -90°}$V

Luego: $\underline{I}_1' = I'_{\angle 0°}$, $\underline{I}_2' = I'_{\angle -120°}$, $\underline{I}_3' = I'_{\angle 120°}$. Por ser la carga equilibrada.

Además sabremos que $\underline{Z}_\Delta$ es resistiva por no haber desfase entre $\underline{U}_{10}$ e $\underline{I}_1$.

- $LA_1 = LA_3$

Eso significa que : $|\underline{I}_1| = |\underline{I}_3|$; $\underline{I}_1 = \underline{I}_1'$.

Se da asimismo la circunstancia de que $|\underline{I}_3| = |\underline{I}'_3 - \underline{I}_{23}|$, y que $\underline{I}_{23}$ es conocida

$$\underline{I}_{23} = \frac{400_{\angle -90°}}{20_{\angle 90°}} = 20_{\angle 180°} A$$

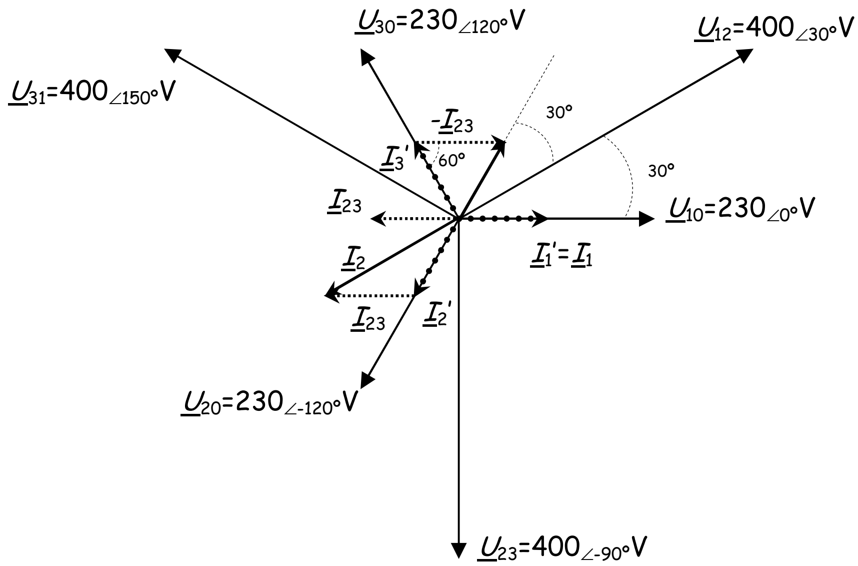
Las corrientes serán las siguientes:

Como la carga $\underline{Z}_\Delta$ es equilibrada, se cumple: $|\underline{I}'_1| = |\underline{I}'_2| = |\underline{I}'_3|$.

Para que se cumpla que $|\underline{I}_1| = |\underline{I}_3| = |\underline{I}'_1|$, es decir que las lecturas de los amperímetros 1 y 3 sean iguales ($LA_1 = LA_3$), el triángulo formado por las corrientes , $\underline{I}_3'$, -$\underline{I}_{23}$ e $\underline{I}_3$ deberá ser equilátero. Ya que $\underline{I}_3'$, e -$\underline{I}_{23}$ forman un ángulo de 60°, luego $\underline{I}_3' = 20_{\angle 120°}$ A.(*)

Por todo ello:

$|\underline{I}_1'| = |\underline{I}_2'| = |\underline{I}_3'| = |-\underline{I}_{23}| = 20$ A



1 Las corrientes serán las siguientes:

$\underline{I}_1' = 20_{\angle 0°} A$

$\underline{I}_2' = 20_{\angle -120°} A$

$\underline{I}_3' = 20_{\angle 120°} A$

$\underline{I}_1 = \underline{I}_1' = 20_{\angle 0°} A$

$\underline{I}_2 = \underline{I}_2' + \underline{I}_{23} = 20_{\angle -120°} + 20_{\angle 180°} = 20\sqrt{3}_{\angle -150°} A$

$\underline{I}_3 = \underline{I}_3' - \underline{I}_{23} = 20_{\angle 120°} + 20_{\angle 0°} = 20_{\angle 60°} A$

2 Las lecturas de los amperímetros:

$LA_1 = LA_3 = 20A$

$LA_2 = 20\sqrt{3}A$

3 Valor de la impedancia $\underline{Z}_\Delta$:

$$\underline{Z}_{estrella} = \frac{\underline{U}_{10}}{\underline{I}_1'} = \frac{\left[\frac{400}{\sqrt{3}}\right]_{\angle 0^\circ}}{20_{\angle 0^\circ}} = \left[\frac{20}{\sqrt{3}}\right]_{\angle 0^\circ} \Omega$$

$$\underline{Z}_\Delta = 3 \cdot \left[\frac{20}{\sqrt{3}}\right]_{\angle 0^\circ} = 20\sqrt{3}_{\angle 0^\circ}\ \Omega$$

4 Lectura del vatímetro W_3 :

$$LW_3 = \Re_e\left[\underline{U}_{12} \cdot \underline{I}_3{}^*\right] = \Re_e\left[400_{\angle 30^\circ} \cdot 20_{\angle 60^\circ}{}^*\right] = \Re_e\left[8000_{\angle -30^\circ}\right] = \Re_e\left[4000\sqrt{3} - j4000\right] = 4000\sqrt{3}\text{div}$$

o:

$$LW_3 = U_{12} \cdot I_3 \cdot \cos\left(\underline{U}_{12} \hat{} \ \underline{I}_3\right) = 400 \cdot 20 \cdot \cos 30^\circ = 4000\sqrt{3}\text{div}$$

(*) Quien no desee hacerlo gráficamente apoyándose en el diagrama vectorial, habría llegado a la misma solución de la siguiente forma:

$\underline{I}_3 = \underline{I}_3' - \underline{I}_{23}$ entonces, $\left|\underline{I}_3\right| = \left|\underline{I}_3' - \underline{I}_{23}\right|$ e $\left|\underline{I}_3\right| = \left|\underline{I}_1\right| = \left|\underline{I}_1'\right|$

Además $\underline{I}_{23} = \dfrac{400_{\angle -90^\circ}}{20_{\angle 90^\circ}} = 20_{\angle 180^\circ} A$; $\quad -\underline{I}_{23} = 20_{\angle 0^\circ} A$ luego:

$$\left|\underline{I}_3\right| = \left|\underline{I}_3' + 20_{\angle 0^\circ}\right|$$

$$I' = \left|I'_{\angle 120^\circ} + 20_{\angle 0^\circ}\right|$$

$$I' = \left|-\frac{1}{2}I' + j\frac{\sqrt{3}}{2}I' + 20\right| \text{ operando } \qquad I' = \sqrt{\left[20 - \frac{1}{2}I'\right]^2 + \left[\frac{\sqrt{3}}{2}I'\right]^2} \text{ o}$$

$$I'^2 = \left[20 - \frac{1}{2}I'\right]^2 + \left[\frac{\sqrt{3}}{2}I'\right]^2 \rightarrow I'^2 = 400 - 20I' + \frac{I'^2}{4} + \frac{3}{4}I'^2 \rightarrow 20I' = 400 \rightarrow I' = 20A$$