Del circuito de la figura se conoce lo siguiente:

a) El sistema trifásico de alimentación es de secuencia directa.
b) $u_{12}(t) = 240\sqrt{6}\cos(314t)\text{V}$
c) La lectura del amperímetro es de 20 divisiones y la constante de aparato k_A=0,5A/div.
d) Todas las cargas son equilibradas.
e) La lectura del W_1 es el doble que la del vatímetro W_2 ($LW_1=2LW_2$).

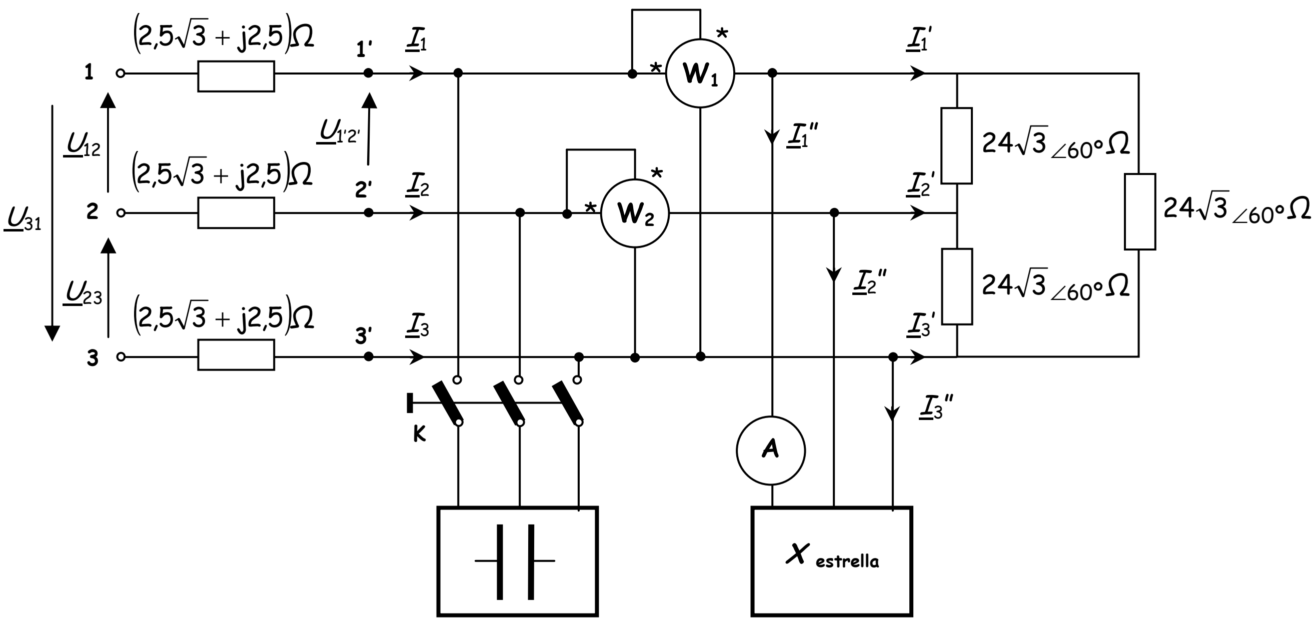
SE DESEA CONOCER:

A) Cuando el interruptor K está abierto:

1 Corrientes a través de las ramas del circuito; módulo y argumento.
2 Valor de la carga $X_{estrella}$.
3 Lecturas de los vatímetros (supuesto k_W=1) y del amperímetro (k_A=0,5A/div)
4 Coeficiente de recargo impuesto por la compañía suministradora.

B) Se cierra el interruptor K:

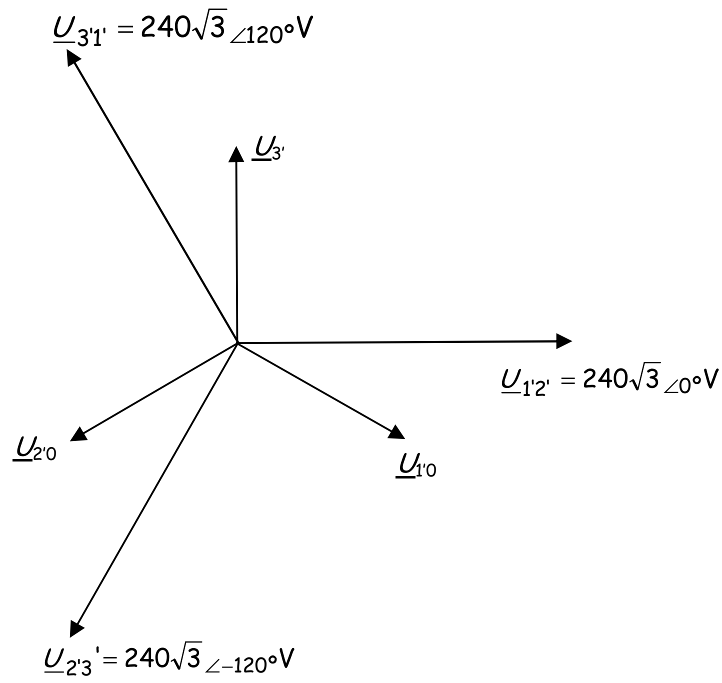
5 Número de condensadores a conectar en triángulo fin de reducir lo máximo posible el recargo impuesto por la compañía suministradora. Para tal fin se dispone de condensadores que a 200V y 50Hz son de 120var, como máximo soportan $240\sqrt{3}$ V .
6 Nuevo recargo impuesto por la compañía suministradora.
7 Nueva tensión de entrada $\underline{U}_{12}$.



RESOLUCIÓN:
Las tensiones entre los puntos 1' 2' y 3' las obtenemos a partir de dato de la tensión $u_{1'2'}$ sabiendo que la secuencia es directa:

$$\sqrt{2}U\cos(\omega t+\alpha)\rightarrow U_{\angle\alpha}$$

$$\left.\begin{array}{l} U=\dfrac{240\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=240\sqrt{3} \\ \alpha=0° \end{array}\right\} \underline{U}=240\sqrt{3}_{\angle 0°}\text{V}$$



Con K abierto:

$$LA=\left|\underline{I}_1''\right|=20\text{div}\cdot\frac{0{,}5A}{\text{div}}=10\ A$$

La carga X_{estrella} es reactiva pura, o inductiva pura o capacitiva pura. Conocidas la corriente la tensión y el carácter de la carga se puede conocer la potencia reactiva de la carga mencionada:

$Q_{\text{Estrella}}=\sqrt{3}\cdot U_{12}\cdot I_1''\sin\pm 90°=\sqrt{3}\cdot 240\cdot\sqrt{3}\cdot 10=\pm 7200\text{var}$ signo doble por las dos posibilidades en el carácter de la carga, y $X=\dfrac{240}{10}=\pm 24\Omega$

Por otro lado, se sabe que:

$$LW_1=2LW_2$$

Los vatímetros tienen la conexión del método de los dos vatímetros, al ser la carga equilibrada, y el sistema de alimentación de secuencia directa, se puede obtener la siguiente información:

$$P_T=2LW_2+LW_2=3LW_2$$

$$Q_T=\sqrt{3}(2LW_2-LW_2)=\sqrt{3}LW_2$$

Se puede determinar el ángulo de la carga total ($\underline{Z}_\Delta$+$X_{estrella}$):

$$tg\varphi_T = \frac{Q_T}{P_T} = \frac{\sqrt{3}\ LW_2}{3LW_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \varphi_T = 30°$$

A continuación se calculan las potencias de la carga $\underline{Z}_\Delta$:

$$\underline{I}_{1'2'} = \frac{U_{1'2'}}{24\sqrt{3}_{\angle 60°}} = \frac{240\sqrt{3}_{\angle 0°}}{24\sqrt{3}_{\angle 60°}} = 10_{\angle -60°}A\ ; \quad \underline{I}_{2'3'} = 10_{\angle 180°}A\ ; \quad \underline{I}_{3'1'} = 10_{\angle 60°}A$$

Corrientes de línea:

$\underline{I}_1' = 10\sqrt{3}_{\angle -90°}A\ ;\quad \underline{I}_2' = 10\sqrt{3}_{\angle 150°}A\ ;\quad \underline{I}_1' = 10\sqrt{3}_{\angle 30°}A$

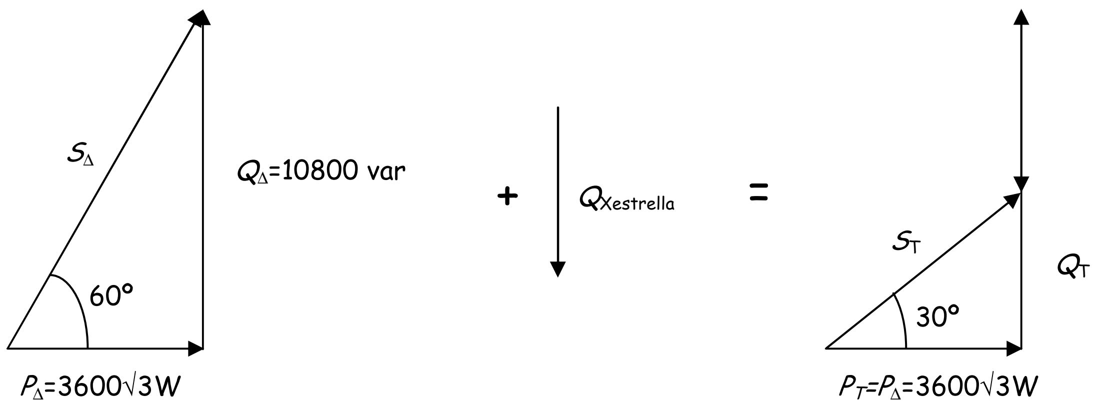
$$P_{12} = U_{1'2'} \cdot I_{1'2'} \cos 60° = 240\sqrt{3} \cdot 10 \cdot \cos 60° = 1200\sqrt{3}W$$

$$P_\Delta = 3 \cdot P_{12} = 3 \cdot 1200\sqrt{3} = 3600\sqrt{3}W$$

$$Q_{12} = U_{1'2'} \cdot I_{1'2'} \sin 60° = 240\sqrt{3} \cdot 10 \cdot \sin 60° = 3600W$$

$$Q_\Delta = 3 \cdot Q_{12} = 3 \cdot 3600 = 10800W$$

Se ha calculado, que el triángulo de las potencias totales tiene un ángulo de 30°. Eso significa que la carga reactiva ($X_{estrella}$) debe tener carácter capacitivo puro y no inductivo. Ya que si fuera inductivo el ángulo de la potencia aparente total resultaría mayor de 60°. Esta explicación se ve por medio del siguiente triángulo de potencias:



$$P_T = P_\Delta = 3600\sqrt{3}W$$

$$Q_T = tg30° \cdot P_T = 3600\sqrt{3} \cdot tg30° = 3600var\ (ind)$$

$$Q_{estrella} = Q_T - Q_\Delta = 3600 - 1080 = -7200var\ (cap) \quad (1)$$

Por otro lado planteamos la expresión de la potencia reactiva en la carga en estrella en función de la tensión y la reactancia.

$$Q_{estrella} = 3 \cdot X \cdot \left[\frac{U_S}{X}\right]^2 = 3\frac{U_S^2}{X} = 3 \cdot \frac{240^2}{X} = \frac{172508}{X} \quad \text{(2) sabiendo que}$$

$$\begin{cases} Q_{estrella} > 0 \rightarrow X > 0 \text{ carga inductiva} \\ Q_{estrella} < 0 \rightarrow X < 0 \text{ carga capacitiva} \end{cases}$$

Igualando las expresiones (1) y (2) se puede obtener el valor de X.

$$\frac{172508}{X} = 7200 \rightarrow X = 24\Omega$$

Como se sabe que la carga es capacitiva, entonces: $-jX_C = -j24\Omega$

Con el valor de la reactancia en estrella y las tensiones simples obtenemos las corrientes de la carga en estrella, comprobamos que las corrientes de línea están 90° adelantadas respecto a las tensiones simples del sistema.

$$\underline{I}_1'' = \frac{\underline{U}_{1'0}}{-j24} = \frac{240_{\angle -30°}}{24_{\angle -90°}} = 10_{\angle 60°} A;$$

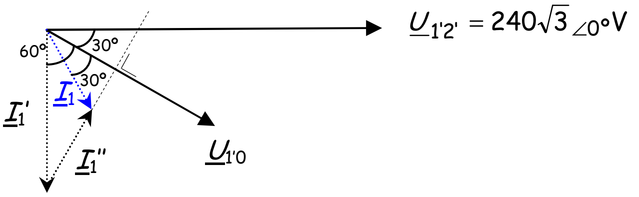
$$\underline{I}_2'' = \frac{\underline{U}_{2'0}}{-j24} = \frac{240_{\angle -150°}}{24_{\angle -90°}} = 10_{\angle -60°} A;$$

$$\underline{I}_3'' = \frac{\underline{U}_{3'0}}{-j24} = \frac{240_{\angle 90°}}{24_{\angle -90°}} = 10_{\angle 180°} A;$$

Las corrientes de línea de la entrada de la instalación serán:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_1' + \underline{I}_1'' = 10\sqrt{3}_{\angle -90°} + 10_{\angle 60°} = 10\frac{1}{2} + j10\frac{\sqrt{3}}{2} - j10\sqrt{3} = 5 - j5\sqrt{3} = 10_{\angle -60°} A$$

$$\underline{I}_2 = 10_{\angle 180°} A; \quad \underline{I}_3 = 10_{\angle 60°} A$$



3 Lecturas de los vatímetros

$$LA \rightarrow \left|\underline{I}_1''\right| = 10 \text{ A}; \qquad LA = 10A \cdot \frac{div}{0{,}5A} = 20div$$

$$LW_1 = U_{13} \cdot I_1 \cdot \cos\left(\underline{U}_{13} \hat{\ } \underline{I}_1\right) = 240\sqrt{3} \cdot 10 \cdot \cos 0° = 2400\sqrt{3}div$$

$$LW_2 = U_{23} \cdot I_1 \cdot \cos\left(\underline{U}_{23} \hat{\ } \underline{I}_2\right) = 240\sqrt{3} \cdot 10 \cdot \cos 60° = 1200\sqrt{3}div$$

4 Coeficiente de recargo

$$kr\% = \frac{29{,}16}{\cos^2 30°} - 36 = 2{,}88 \text{ \% de recargo.}$$

5 Número de condensadores

Todo el recargo se anularía si el ángulo φ' se encuentra entre 18,19° y 25,84°.

A continuación se determinarán los condensadores a instalar para que el ángulo sea de φ'=18,19°.

$$Q_C = P(\text{tg}\varphi - \text{tg}\varphi') = 3600\sqrt{3}(\text{tg}30° - \text{tg}18{,}19°) = 1551{,}11\,\text{var}$$

Los condensadores de los que se dispone son tales que a 200V y 50Hz consumen 120var.

Si se instalan en triángulo la tensión a la que estarán sometidos será de 240√3 V y la potencia reactiva de estos condensadores será:

$$\frac{Q_C}{Q_C'} = \frac{200^2 \cdot \omega C}{\left(240\sqrt{3}\right)^2 \cdot \omega \cdot C} \rightarrow Q_C' = 120\frac{\left(240\sqrt{3}\right)^2}{200^2} = 518{,}4\,\text{var}$$

Número de condensadores por fase:

$$\text{n}° = \frac{\frac{1551{,}11}{3}}{518{,}4} = 0{,}99 \approx 1$$

6 Nuevo recargo

$$Q = 3600 - (518{,}4 \cdot 3) = 2044{,}8\,\text{var}$$

$$\varphi = \text{arctg}\frac{2044{,}8}{3600\sqrt{3}} = 18{,}15°$$

Al ser finalmente $\varphi = 18{,}15° < 18{,}19°$ no habrá recargo sino bonificación:

$kr\% = \dfrac{37{,}026}{\cos^2 18{,}15°} - 41{,}026 = -0{,}02$, Bonificación del 0,02%. Que no se materializa por el redondeo.

7 Nueva tensión de entrada

$$I_1 = \frac{P_T}{\sqrt{3}U_{1'2'} \cdot \cos\varphi} = \frac{3600\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 240\sqrt{3}\cos 18{,}15°} = 9{,}11A$$

Todas la corrientes:

$$\underline{I}_1 = 9{,}11_{\angle -48{,}15°}A; \quad \underline{I}_2 = 9{,}11_{\angle -168{,}15°}A; \quad \underline{I}_3 = 9{,}11_{\angle 71{,}85°}A$$

Y la tensión de entrada:

$$\underline{U}_{12} = \left(2{,}5\sqrt{3} + j2{,}5\right)\underline{I}_1 + \underline{U}_{1'2'} - \left(2{,}5\sqrt{3} + j2{,}5\right)\underline{I}_2 = 5_{\angle 30°} \cdot 9{,}11_{\angle -48{,}15°} + 240\sqrt{3}_{\angle 0°} - 5_{\angle 30°} \cdot 9{,}11_{\angle -168{,}15°} =$$
$$45{,}55_{\angle -18{,}15} + 240\sqrt{3} - 45{,}55_{\angle -138{,}15°} = 43{,}23 - j14{,}19 + 240\sqrt{3} + 33{,}92 + j30{,}39 = 492{,}84 + j16{,}2 =$$
$$\underline{U}_{12} = 493{,}10_{\angle 1{,}88°}\,\text{V}$$