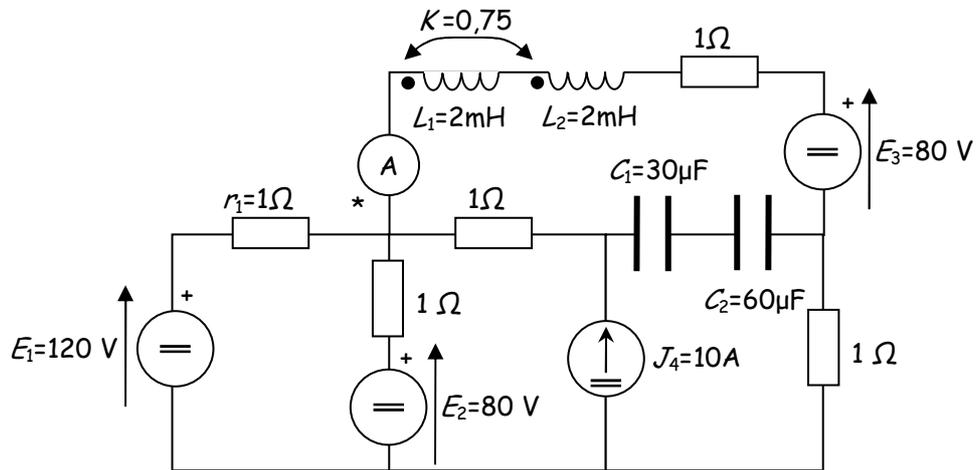


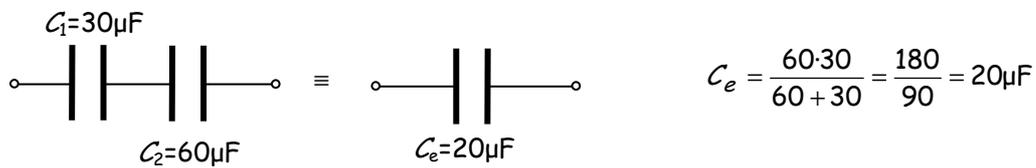
Obtégase para el circuito de la figura:

- 1 Carácter y rendimiento de la fuente real $r_1 E_1$.
- 2 Carácter de la fuente J_4 y tensión en sus bornes.
- 3 Lectura del amperímetro.
- 4 Energía asociada al acoplamiento magnético y a los condensadores.
- 5 Potencia absorbida o cedida por la fuente E_3 .

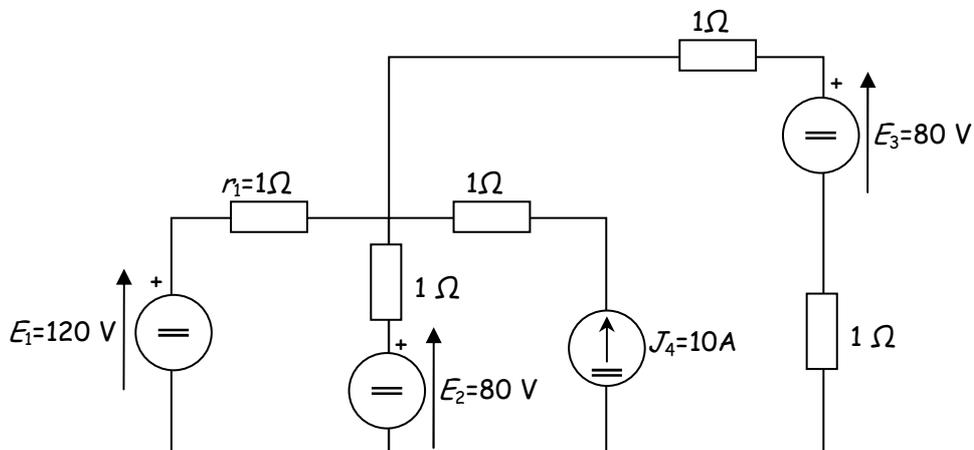


RESOLUCIÓN:

Se sustituyen los dos condensadores en serie por su equivalente:



Dibujamos el circuito, una vez eliminados los instrumentos de medida y los almacenadores.



Aplicamos la regla de la sustitución en la fuente J_4 , que la sustituimos por una fuente de tensión de valor desconocido y recorrida por 10A.

Ahora podemos aplicar un método circular. Lo mejor será aplicar lazos básicos dejando la rama de la fuente E_2 como eslabón. Ya que al resolver el sistema matricial son las corrientes de los eslabones las que se obtienen.

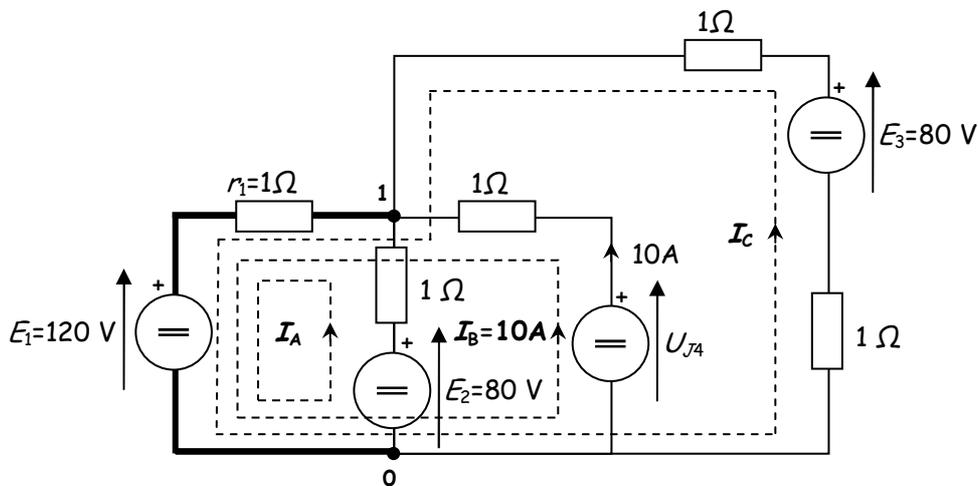
Debemos elegir un árbol.

Número de ramas del árbol: $n-1=2-1=1$

Número de eslabones: $r-n+1=4-2+1=3$

Los lazos básicos tienen todas sus ramas del árbol excepto una.

Seguidamente aparece el árbol escogido y los lazos básicos elegidos respecto a él:



$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -120 + 80 \\ U_{J4} - 120 \\ 80 - 120 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -40 \\ U_{J4} - 120 \\ -40 \end{bmatrix}$$

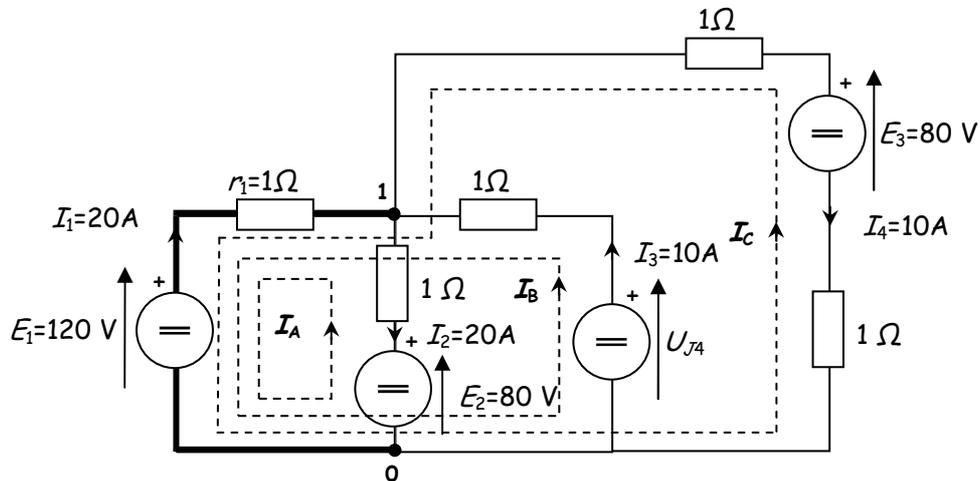
$$I_B = 10 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -40 & 1 \\ 1 & U_{J4} - 120 & 1 \\ 1 & -40 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{6U_{J4} - 720 - 40 - 40 + 120 - U_{J4} + 120 + 80}{12 + 1 + 1 - 2 - 3 - 2} = \frac{5U_{J4} - 480}{7}$$

$$\frac{5U_{J4} - 480}{7} = 10 \rightarrow U_{J4} = 110V (*)$$

$$I_A = \frac{\begin{vmatrix} -40 & 1 & 1 \\ -10 & 2 & 1 \\ -40 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{7} = \frac{-240 - 40 - 10 + 80 + 30 + 40}{7} = \frac{-140}{7} = -20A$$

$$I_C = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & -40 \\ 1 & 2 & -10 \\ 1 & 1 & -40 \end{vmatrix}}{7} = \frac{-160 - 10 - 40 + 80 + 40 + 20}{7} = \frac{-70}{7} = -7A$$

Llevando estos valores de corriente al circuito, se obtienen las corrientes de las ramas:



$$I_1 = -I_A - I_B - I_C = -(-20) - 10 - (-10) = 20 - 10 + 10 = 20A$$

$$I_2 = -I_A = -(-20) = 20A$$

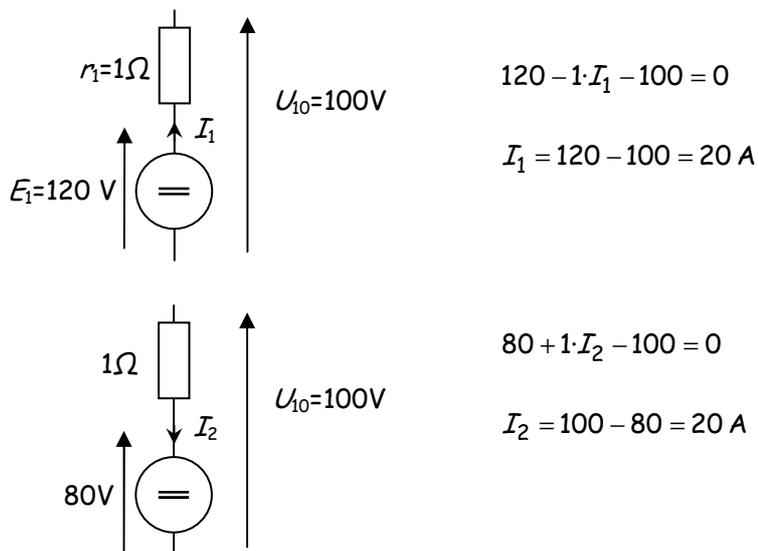
$$I_4 = -I_C = -(-10) = 10A$$

Otra forma de obtener las corrientes de rama:

Una vez determinada la tensión de la fuente de corriente U_{J_4} según (*), y dado que es un circuito paralelo:

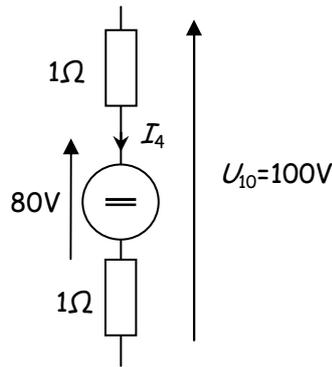
$$U_{J_4} = 110V$$

$$U_{10} = U_{J_4} - 1 \cdot J_4 = 110 - 1 \cdot 10 = 100V$$

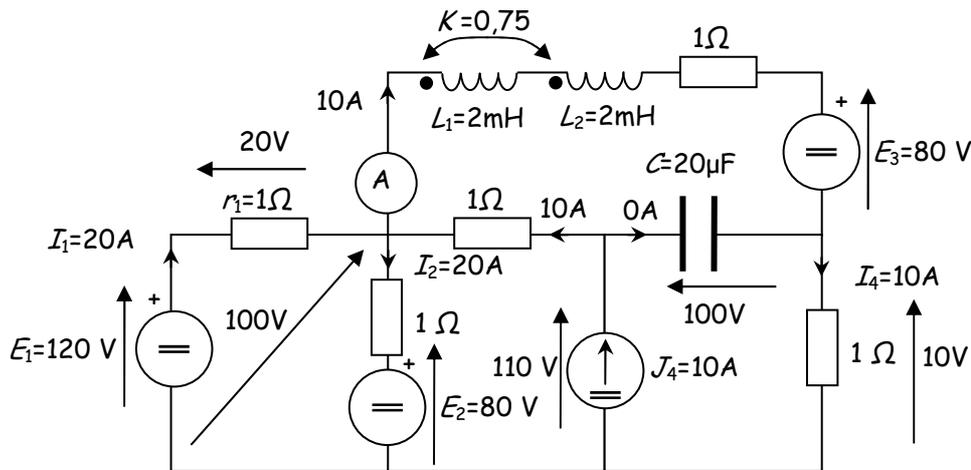


$$I_4 \cdot 1 + 80 + I_4 \cdot 1 - 100 = 0$$

$$I_4 = \frac{100 - 80}{2} = 10 \text{ A}$$



Insertamos esta información en el circuito original, y respondemos a las cuestiones:



1 Carácter y rendimiento de la fuente real E_1 , r_1 .

Es GENERADOR como se puede apreciar en el esquema anterior la corriente I_1 y la tensión E_1 son de la misma polaridad.

$$\eta = \frac{U_1}{E_1} \cdot 100 = \frac{100}{120} \cdot 100 = 83,3\%$$

2 Carácter de la fuente J_4 y tensión en bornes.

$U_{J4}=110\text{V}$ lo hemos obtenido en la resolución del sistema matricial.

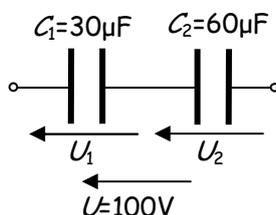
Es GENERADOR como se puede apreciar en el esquema anterior la corriente J_4 y la tensión U_{J4} son de la misma polaridad.

3 Lectura del amperímetro.

$$LA = I_4 = 10\text{A}$$

4 Energía asociada a condensador y al acoplo magnético.

La tensión en bornes del condensador equivalente es de 100V. Se debe obtener la tensión en cada uno de los condensadores:



Como están en serie los dos condensadores tienen la misma carga, luego:

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = C_1 \cdot U_1 \\ Q_2 = C_2 \cdot U_2 \end{array} \right\} Q_1 = Q_2 \rightarrow C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2$$

Y la suma de las dos tensiones debe ser de 100V:

$$U = 100 = U_1 + U_2$$

Con estas dos ecuaciones determinamos las dos tensiones:

$$\left. \begin{array}{l} C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 \\ 100 = U_1 + U_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 30 \cdot U_1 = 60 \cdot U_2 \\ 100 = U_1 + U_2 \end{array} \rightarrow 100 = 2U_2 + U_2 \rightarrow U_2 = 33,3 \text{ V y } U_1 = 66,6 \text{ V}$$

Y finalmente las energías asociadas a los condensadores serán:

$$W_{C1} = \frac{1}{2} 30 \cdot 10^{-6} \cdot 66,6^2 = 0,066 \text{ J}$$

$$W_{C2} = \frac{1}{2} 60 \cdot 10^{-6} \cdot 33,3^2 = 0,033 \text{ J}$$

La corriente que circula por las bobinas acopladas magnéticamente es de 10A. Hay que determinar cuál es la autoinducción equivalente del acoplamiento y para ello previamente es necesario determinar el coeficiente M de inducción mutua.

$$M = K \sqrt{L_1 \cdot L_2} = 0,75 \sqrt{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ mH}$$

$$L_e = L_1 + L_2 + 2M = 2 + 2 + 2 \cdot 1,5 = 7 \text{ mH}$$

$$W = \frac{1}{2} L_e \cdot I_4^2 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2 = 35 \cdot 10^{-3} \text{ J} = 35 \text{ mJ}$$

5 Potencia absorbida o cedida por la fuente E_3 .

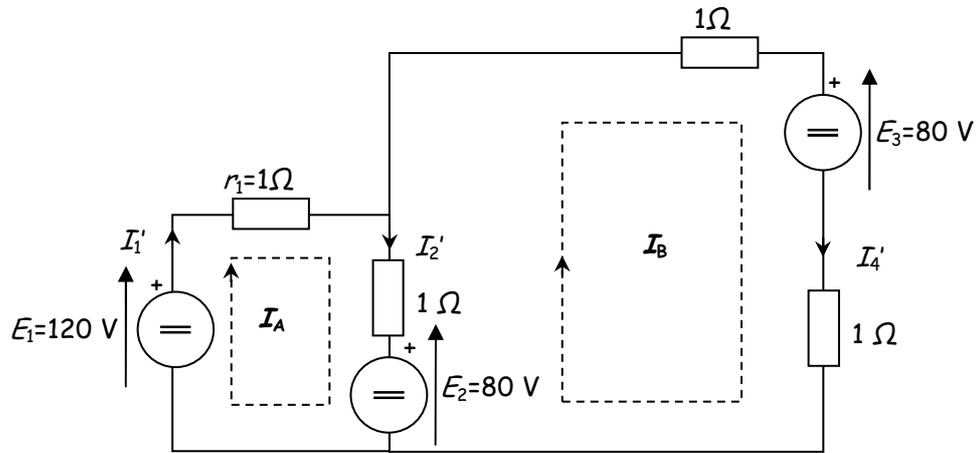
La corriente que circula por la fuente E_3 es de 10A y en sentido contrario a la tensión. Luego es RECEPTOR y la potencia absorbida será:

$$P_{E3} = E_3 \cdot I_4 = 80 \cdot 10 = 800 \text{ W}$$

Quizá sea más sencillo resolver este circuito empleando el teorema de la superposición. Lo resolvemos a través de la superposición de dos circuitos: El primero es aquel en el que solo aparecen las fuentes de tensión y lo resolvemos empleando un método circular. El segundo circuito solo tendrá la fuente de corriente y al ser muy sencillo lo resolvemos empleando el reparto de corrientes.

Veámoslo:

PRIMER CIRCUITO: Aquel que solo tiene fuentes de tensión.

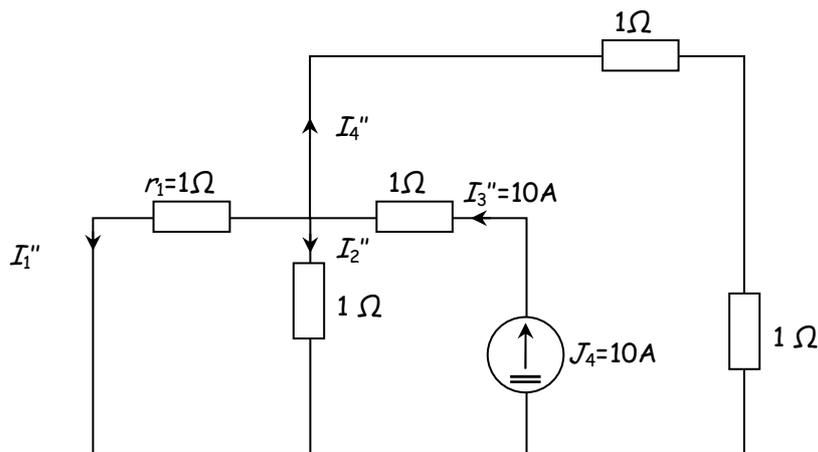


$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 - 80 \\ 80 - 80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$I_A = I_1' = \frac{\begin{vmatrix} 40 & -1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{120}{6-1} = 24A \quad I_B = I_4' = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 40 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}}{5} = \frac{40}{5} = 8A$$

$$I_2' = I_A - I_B = 24 - 8 = 16A$$

SEGUNDO CIRCUITO: Aquel que solo tiene fuentes de corriente.



Las ramas de la corriente I_1'' , I_2'' e I_4'' están en paralelo.

Las corriente I_1'' e I_2'' son iguales por tener la misma resistencia. Y la corriente I_4'' es el doble de las anteriores por tener la mitad de resistencia que ellas, así:

$$\begin{cases} I_1'' = I_2'' \\ I_4'' = \frac{I_1''}{2} \end{cases} \quad \text{y} \quad I_1'' + I_2'' + I_3'' = 10$$

$$I_1'' + I_1'' + \frac{I_1''}{2} = 10$$

$$I_1'' = 4A$$

$$\begin{cases} I_1'' = I_2'' = 4A \\ I_4'' = \frac{I_1''}{2} = 2A \end{cases}$$

Y las corrientes en el circuito real:

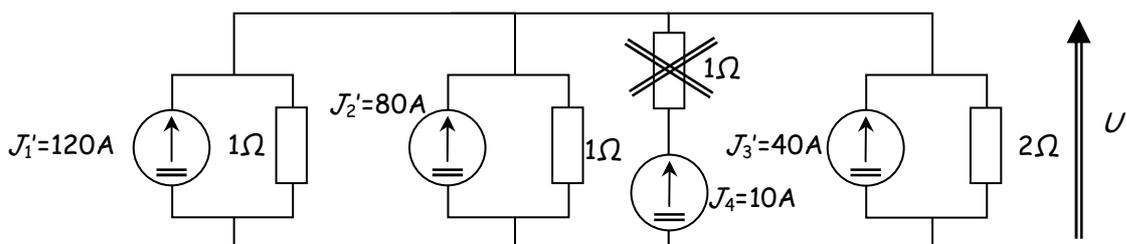
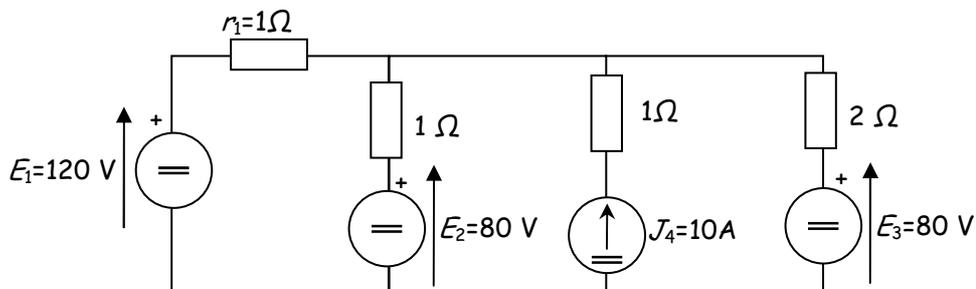
$$I_1 = I_1' - I_1'' = 24 - 4 = 20A$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' = 16 + 4 = 20A$$

$$I_3 = I_3'' = 10A$$

$$I_4 = I_4' + I_4'' = 8 + 2 = 10A$$

Otra de forma para resolver este circuito es aplicando de los métodos generales de análisis, el método de nudos. Es el más ventajoso de los planteados.



$$[1+1+0,5] \cdot [U] = \left[\frac{120}{1} + \frac{80}{1} + 10 + \frac{80}{2} \right]$$

$$[2,5] \cdot [U] = [250]$$

$$U = \frac{250}{2,5} = 100 \text{ V}$$

y la tensión en bornes de la fuente de corriente se calcula recuperando la resistencia que se ha eliminado a la hora de plantear el sistema de ecuaciones: $U_{J_4} = 100 + 10 \cdot 1 = 110 \text{ V}$.