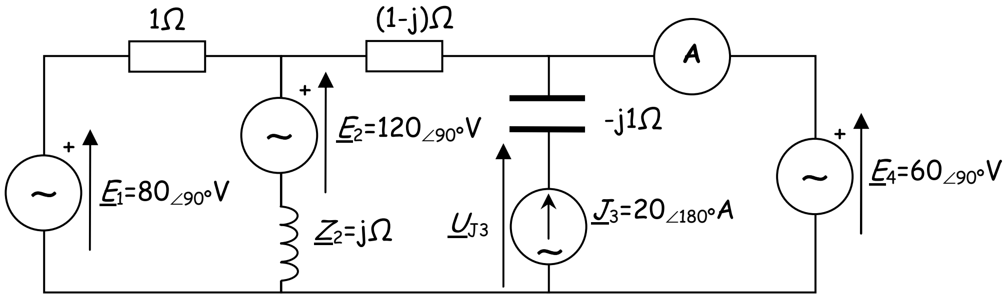
En el circuito de la figura se pide que tras plantear el sistema matricial de ecuaciones resuelvas:

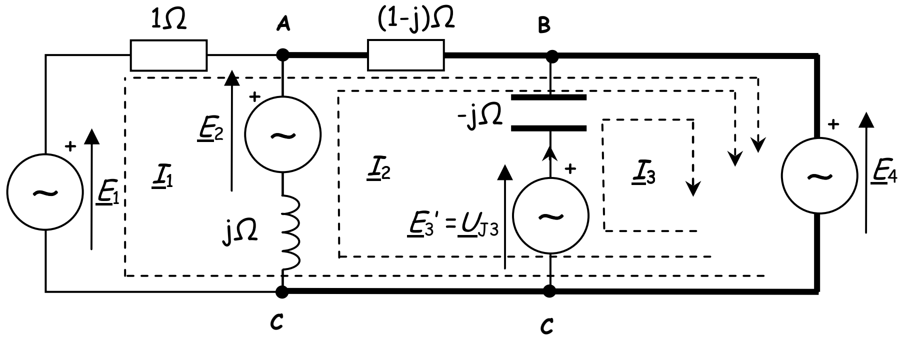
1 Lectura del Amperímetro.
2 Indicar el carácter de la fuente $\underline{E}_1$ y sus potencias.
3 Rendimiento de la fuente real $\underline{E}_2$ $\underline{Z}_2$.
4 Tensión ($\underline{U}_{J3}$) en bornes de la fuente de corriente $\underline{J}_3$.
5 Factor de potencia de la fuente $\underline{E}_4$.



RESOLUCIÓN: Por métodos generales de análisis (lazos básicos)

Previamente aplicamos la regla de sustitución, se sustituye la fuente de corriente $\underline{J}_3$ por una fuente de tensión $\underline{E}_3'$. El valor de la fuerza electromotriz $\underline{E}_3'$ es desconocida, ($\underline{U}_{J3}$) es desconocida y la corriente sin embargo conocida ($\underline{J}_3$). A continuación se aplica el método de lazos básicos eligiendo un árbol que contenga a la fuente E4, que al ser ideal genera ceros en las impedancias compartidas y dejando como un eslabón la rama de la fuente de corriente, pues así es conocida la corriente de lazo.

Número de ramas del árbol: n-1=3-1=2



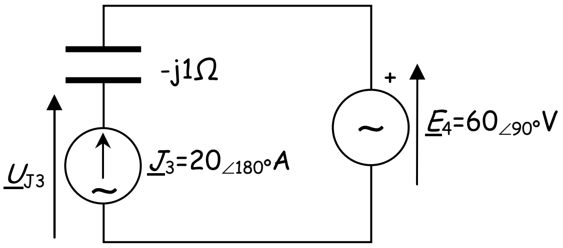
El sistema matricial es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} 2-j & 1-j & \underline{0} \\ 1-j & 1 & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & -j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ 20_{\angle 180°} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80_{\angle 90°} - 60_{\angle 90°} \\ 120_{\angle 90°} - 60_{\angle 90°} \\ \underline{U}_{J3} - 60_{\angle 90°} \end{bmatrix}$$

Desarrollando la TERCERA FILA:

$$-j \cdot 20_{\angle 180°} = \underline{U}_{J3} - 60_{\angle 90°} \rightarrow \underline{U}_{J3} = 1_{\angle -90°} \cdot 20_{\angle 180°} + 60_{\angle 90°} = 80_{\angle 90°} \mathrm{V}$$

La tensión en bornes de la fuente se podría haber obtenido sin más que aplicar la segunda ley de Kirchhoff al lazo básico 3.



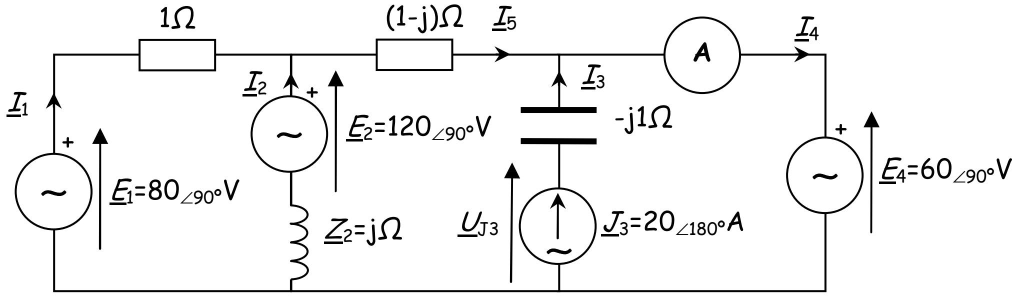
$$60_{\angle 90^\circ} + 20_{\angle 180^\circ} \cdot 1_{\angle -90^\circ} = \underline{U}_{J3}$$
$$\underline{U}_{J3} = 80_{\angle 90^\circ}\,\mathrm{V}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} j20 & 1-j & 0 \\ j60 & 1 & 0 \\ j20 & 0 & -j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2-j & 1-j & 0 \\ 1-j & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -j \end{vmatrix}} = \frac{-j\begin{vmatrix} j20 & 1-j \\ j60 & 1 \end{vmatrix}}{-j\begin{vmatrix} 2-j & 1-j \\ 1-j & 1 \end{vmatrix}} = \frac{j20-j60-60}{2-j-1+j+j+1} = \frac{-60-j40}{2+j}\cdot\frac{2-j}{2-j} = \frac{-120+j60-j80-40}{5} =$$
$$\frac{-160-j20}{5} = (-32-j4)\,A$$

Desarrollando la SEGUNDA FILA:

$$(1-j)\cdot\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = j60 \rightarrow (1-j)\cdot(-32-j4) + \underline{I}_2 = j60 \rightarrow \underline{I}_2 = j60+32-j32+j4+4 = (36+j32)\,A$$

Con las corrientes de los lazos básicos se pueden determinar todas las demás:

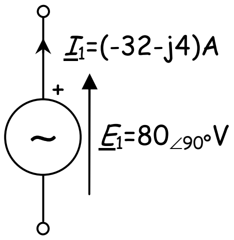


$$\underline{I}_1 = (-32-j4)A$$
$$\underline{I}_2 = (36+j32)A$$
$$\underline{I}_3 = (-20) = 20_{\angle 180^\circ}\ A$$
$$\underline{I}_4 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = -32-j4+36+j32-20 = (-16+j28)A = 32{,}25_{\angle 119{,}75^\circ}A$$
$$\underline{I}_5 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = -32-j4+36+j32 = (4+j28)A$$

1 Lectura del Amperímetro:

$$LA = \left|\underline{I}_4\right| = 32{,}25A$$
$$\left|\underline{I}_4\right| = \sqrt{(-16)^2+28^2} = 4\sqrt{65} = 32{,}25A$$

2 Indicar el carácter de la fuente $\underline{E}_1$ y sus potencias



Tomando criterio generador

$\underline{S}_{E1} = \underline{E}_1 \cdot \underline{I}_1^* = \text{j}80(-32+\text{j}4) = (-320-\text{j}2560)\,VA$

$P < 0$ RECEPTOR

$\underline{S}_{E1} = -(320+\text{j}2560)\,VA$

Es un receptor que consume P=320W y Q=2560var

3 Rendimiento de la fuente real $\underline{E}_2$ $\underline{Z}_2$.

Conceptualmente:

$\eta = 1$ o $\eta = 100\%$ puesto que la impedancia $\underline{Z}_2$ no consume potencia al ser una reactancia pura P_p=0W, y $\eta = \dfrac{P_u}{P_t} = \dfrac{P_u}{P_u - P_p} = \dfrac{P_u}{P_u - 0} = 1$ independientemente del carácter de la fuente.

Analíticamente:

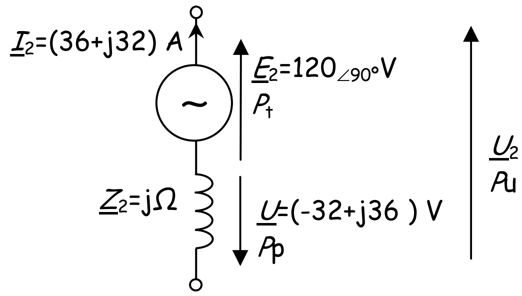
Primero estudiaremos el carácter de la fuente:

Tomando criterio generador.

$\underline{S}_{E2} = \underline{E}_2 \cdot \underline{I}_2^* = \text{j}120(36-\text{j}32) = (3840+\text{j}4320)\,VA$

$P > 0$ GENERADOR

Luego P_t=3840W



A Continuación se determina el rendimiento de la fuente:

$$\eta = \frac{\Re e\left[\underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^*\right]}{\Re e\left[\underline{E}_2 \cdot \underline{I}_2^*\right]} = \frac{\Re e[(32+\text{j}84)\cdot(36-\text{j}32)]}{\Re e[\text{j}120 \cdot (36-\text{j}32)]} = \frac{\Re e[1152+\text{j}3024-\text{j}1024+2688]}{\Re e[3840+\text{j}4320]}$$

$$\eta = \frac{\Re e[3840+\text{j}2000]}{\Re e[3840+\text{j}4320]} = \frac{3840}{3840} = 1$$

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - \underline{U} = \text{j}120 + 32 - \text{j}36 = (32+\text{j}84)\,V$$

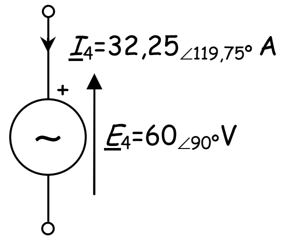
4 Tensión ($\underline{U}_{J3}$) en bornes de la fuente de corriente $\underline{J}_3$

Ya ha sido calculada previamente: $\underline{U}_{J3} = 80_{\angle 90°}\,V$

6 Factor de potencia de la fuente $\underline{E}_4$

7

$$\cos\left(\underline{E}_4 \hat{,} \underline{I}_4\right) = \cos(60_{\angle 90^\circ} \hat{,}\ 32{,}25_{\angle 119{,}75^\circ}) \approx \cos(29^\circ) = 0{,}87$$



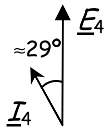


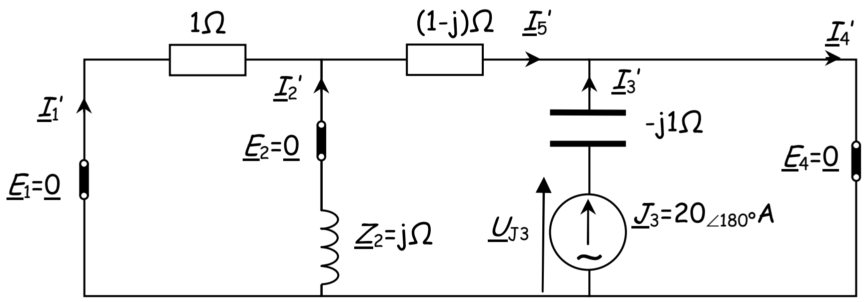
DIAGRAMA VECTORIAL

Es un receptor que trabaja a $\cos\varphi$=0,87.

NOTA: Como $\underline{E}_4$ retrasa respecto a I4, debe ser un motor sincrónico por se los únicos que pueden absorber potencia reactiva capacitiva.

También se puede resolver por ejemplo por superposición, quizá sea más sencillo:

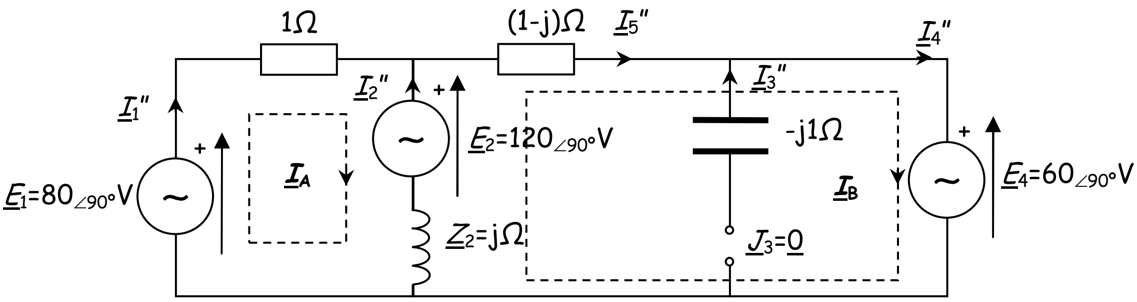
PRIMER CIRCUITO: Aquel que solo tiene la fuente de corriente (anuladas las fuentes ideales de tensión)



Como en la cuarta rama hay un cortocircuito, toda la corriente de la fuente se va por ella y el resto de corrientes son nulas:

$\underline{I}_3' = \underline{I}_4' = \underline{J}_3 = -20A$ y $\underline{I}_1' = \underline{I}_2' = \underline{I}_3' = \underline{I}_5' = \underline{0}$ A

SEGUNDO CIRCUITO: Solo tiene las fuentes de tensión



Se resuelve por mallas, y se plantea un sistema matricial de 2x2:

$$\begin{bmatrix} 1+j & -j \\ -j & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j80 - j120 \\ j120 - j60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j40 \\ j60 \end{bmatrix}$$

$$\underline{I}_A = \frac{\begin{vmatrix} -j40 & -j \\ j60 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1+j & -j \\ -j & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-j40-60}{1+j-j^2} = \frac{-40-60}{2+j} = (-32-j4)A$$

$$\underline{I}_B = \frac{\begin{vmatrix} 1+j & -j40 \\ -j & j60 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1+j & -j \\ -j & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-j60-60+40}{2+j} = \frac{j60-20}{2+j} = (4+j28)A$$

Y las corrientes de rama:

$\underline{I}_1'' = \underline{I}_A = (-32-j4)A$
$\underline{I}_2'' = \underline{I}_B - \underline{I}_A = 4+j28+32+j4 = (36+j32)A$
$\underline{I}_3'' = 0A$
$\underline{I}_4'' = \underline{I}_B = (4+j28)A$
$\underline{I}_5'' = \underline{I}_B = (4+j28)A$

Las corrientes del circuito original se obtienen de aplicar superposición:
$\underline{I}_1 = \underline{I}_1' + \underline{I}_1'' = 0 + (-32-j4) = (-32-j4)A$
$\underline{I}_2 = \underline{I}_2' + \underline{I}_2'' = 0 + (36+j32) = (36+j32)A$
$\underline{I}_3 = \underline{I}_3' + \underline{I}_3'' = -20 + 0 = -20A$
$\underline{I}_4 = \underline{I}_4' + \underline{I}_4'' = -20 + (4+j28) = (-16+j28)A$
$\underline{I}_5 = \underline{I}_5' + \underline{I}_5'' = 0 + (4+j28) = (4+j28)A$