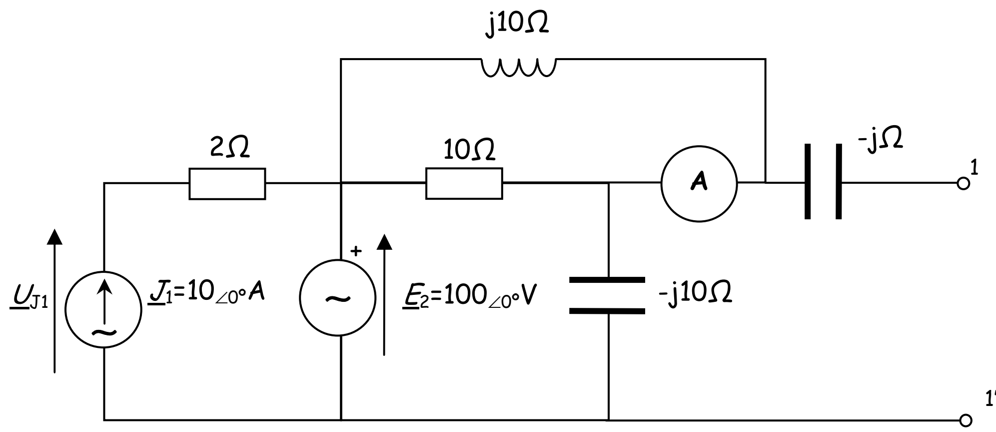
Para el circuito de la figura determínese:

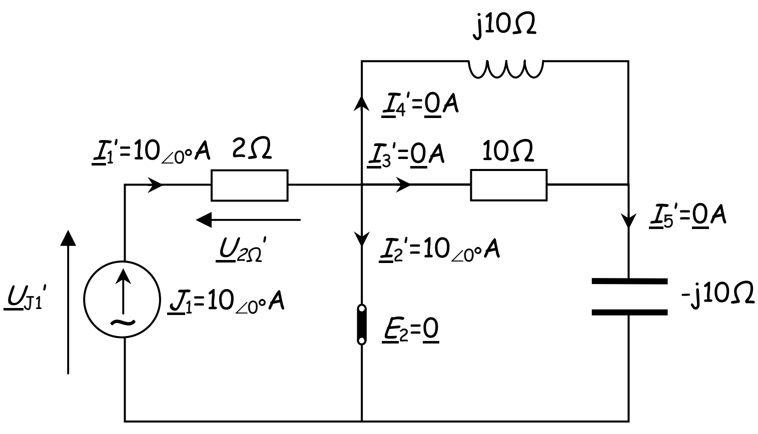
1 Lectura del amperímetro.
2 Carácter de la fuente $\underline{E}_2$, así como las potencias a ella asociadas.
3 Tensión ($\underline{U}_{J1}$) en bornes de la fuente $\underline{J}_1$.
4 Equivalente de Thevenin entre los puntos 1 y 1'.
5 Potencia máxima que se puede transferir entre los puntos 1 y 1', así como la impedancia con la que se consigue.



RESOLUCIÓN:

Cuando el circuito está abierto entre los puntos 1 y 1' nos encontramos ante un circuito de tres mallas. Se resuelve aplicando el teorema de la superposición:

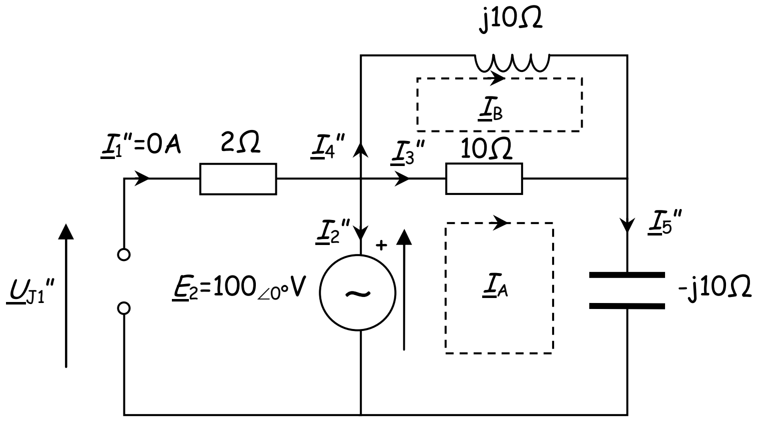
PRIMER CIRCUITO: Aquel que solo tiene la fuente de corriente.



Las corrientes se obtienen de inmediato. Ya que aparece un cortocircuito en la rama de la fuente de tensión, y la toda la corriente de la fuente se va por esa rama ($\underline{I}_2'=10_{\angle 0°}A$), y el resto de corrientes de rama son nulas $\underline{I}_3'=\underline{I}_4'=\underline{I}_5'=0A$.
La tensión en bornes de la fuente de corriente, será igual a la caída de tensión que aparece en bornes de la resistencia en serie con ella.

$$\underline{U}_{J1}'=\underline{U}_{2\Omega}'=2\cdot\underline{I}_1'=2\cdot 10_{\angle 0°}=20_{\angle 0°}V$$

SEGUNDO CIRCUITO: Aquel que solo tiene la fuente de tensión.



Se resuelve por mallas

$$\begin{bmatrix} 10-j10 & -10 \\ -10 & 10+j10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100_{\angle 0^\circ}\text{V} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 10-j10 & -10 \\ -10 & 10+j10 \end{vmatrix} = 100 + j100 - j100 + 100 - 100 = 100$$

$$\underline{I}_A = \frac{\begin{vmatrix} 100 & -10 \\ 0 & 10+j10 \end{vmatrix}}{100} = \frac{1000 + j1000}{100} = (10 + j10)A$$

$$\underline{I}_B = \frac{\begin{vmatrix} 10\text{ - }j10 & 100 \\ \text{-}10 & 0 \end{vmatrix}}{100} = \frac{+1000}{100} = 10A$$

Y las corrientes de rama en este segundo circuito:

$\underline{I}_1" = \underline{0}\ A$

$\underline{I}_3" = \underline{I}_A - \underline{I}_B = 10 + j10 - 10 = j10 = 10_{\angle 90^\circ}\ A$

$\underline{I}_2" = -\underline{I}_A = (-10 - j10) = 10\sqrt{2}_{\angle -135^\circ} A$

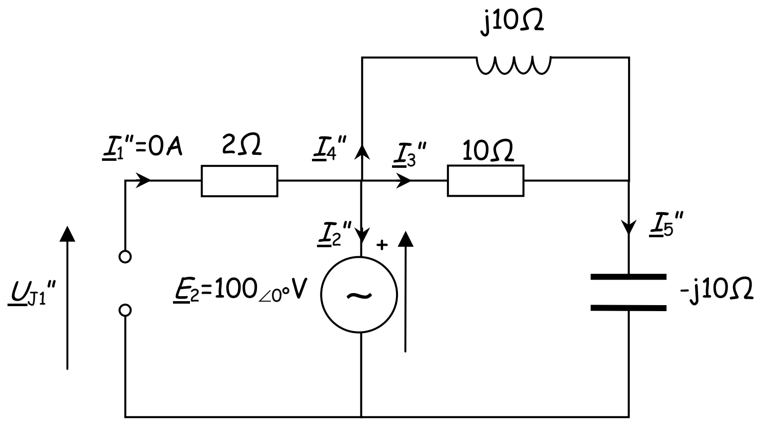
$\underline{I}_4" = \underline{I}_B" = 10 = 10_{\angle 0^\circ}\ A$

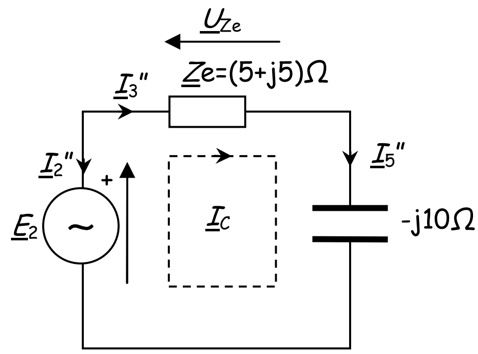
$\underline{I}_5" = \underline{I}_A = (10 + j10) = 10\sqrt{2}_{\angle 45^\circ}\ A$

La tensión en bornes de la fuente de corriente se obtiene de aplicar la segunda ley de Kirchhoff en la malla de la fuente de corriente.

$$\underline{U}_{J1}" = \underline{E}_2 + \underline{U}_{2\Omega}" = 100_{\angle 0^\circ} 2 \cdot \underline{I}_1" = 100_{\angle 0^\circ} + 2 \cdot 0 = 100_{\angle 0^\circ}\text{V}$$

Este segundo circuito también se puede resolver de otra forma más sencilla: Empleando sustitución, veámoslo:





$$\underline{Z}e = \frac{j10 \cdot 10}{j10+10} = \frac{j10}{1+j}\cdot\frac{1-j}{1-j} = \frac{10+j10}{2} = (5+j5)\Omega$$

$$\underline{I}_C = \frac{100_{\angle 0^\circ}}{5+j5-j10} = \frac{100_{\angle 0^\circ}}{5-j5} = \frac{100_{\angle 0^\circ}}{5\sqrt{2}_{\angle -45^\circ}} = 10\sqrt{2}_{\angle 45^\circ} A$$

$$\underline{I}_2" = -\underline{I}_C = 10\sqrt{2}_{\angle -135^\circ}\ A$$

$$\underline{I}_5" = \underline{I}_C = 10\sqrt{2}_{\angle 45^\circ}\ A$$

$$\underline{U}_{Ze} = (5+j5)10\sqrt{2}_{\angle 45^\circ} = 5\sqrt{5}_{\angle 45^\circ}\cdot 10\sqrt{2}_{\angle 45^\circ} = 100_{\angle 90^\circ} V$$

$$\underline{I}_4" = \frac{100_{\angle 90^\circ}}{j10} = 10_{\angle 0^\circ} A;\quad \underline{I}_3" = \frac{100_{\angle 90^\circ}}{10} = 10_{\angle 90^\circ} A$$

Llevando los valores obtenidos en los dos circuitos al circuito original:

$\underline{I}_1 = \underline{I}_1' + \underline{I}_1" = 10 + \underline{0} = 10 = 10_{\angle 0^\circ}\ A$

$\underline{I}_2 = \underline{I}_2' + \underline{I}_2" = 10 + (-10 - j10) = -j10 = 10_{\angle -90^\circ}\ A$

$\underline{I}_3 = \underline{I}_3' + \underline{I}_3" = 0 + j10 = j10 = 10_{\angle 90^\circ}\ A$

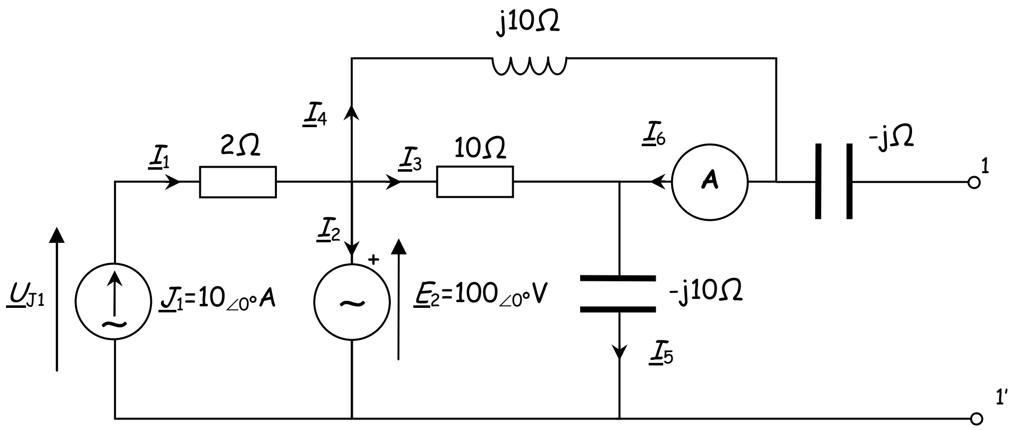
$\underline{I}_4 = \underline{I}_4' + \underline{I}_4" = 0 + 10 = 10_{\angle 0^\circ}\ A$

$\underline{I}_5 = \underline{I}_5' + \underline{I}_5" = 0 + (10 + j10) = 10 + j10 = 10\sqrt{2}_{\angle 45^\circ}\ A$

Cuando el circuito está abierto entre 1 y 1' , $\underline{I}_6 = \underline{I}_4 = 10$ A

La tensión en bornes de la fuente de corriente:

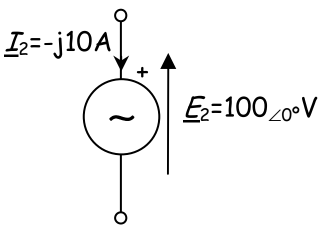
$\underline{U}_{J1} = \underline{U}_{J1}' + \underline{U}_{J1}" = 20_{\angle 0^\circ} + 100_{\angle 0^\circ} = 120_{\angle 0^\circ} V$



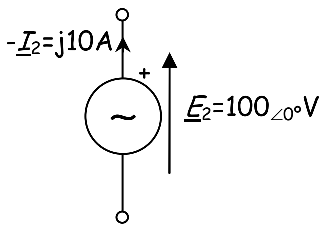
1 Lectura del amperímetro

$$LA = |\underline{I}_6| = |10_{\angle 0°}| = 10A$$

2 Carácter de la fuente $\underline{E}_2$, así como las potencias a ella asociadas



Para poder aplicar el criterio generador a la corriente hay que cambiarle su polaridad.



Y ahora se determina $\underline{S}_{E2}$.

$$\underline{S}_{E2} = \underline{E}_2 \cdot \left(-\underline{I}_2\right)^* = 100_{\angle 0°} \cdot 10_{\angle -90°} = 1000_{\angle -90°} = (0 - j1000)\ VA$$

P=0 Indeterminación.

3 Tensión en bornes de la fuente de corriente:

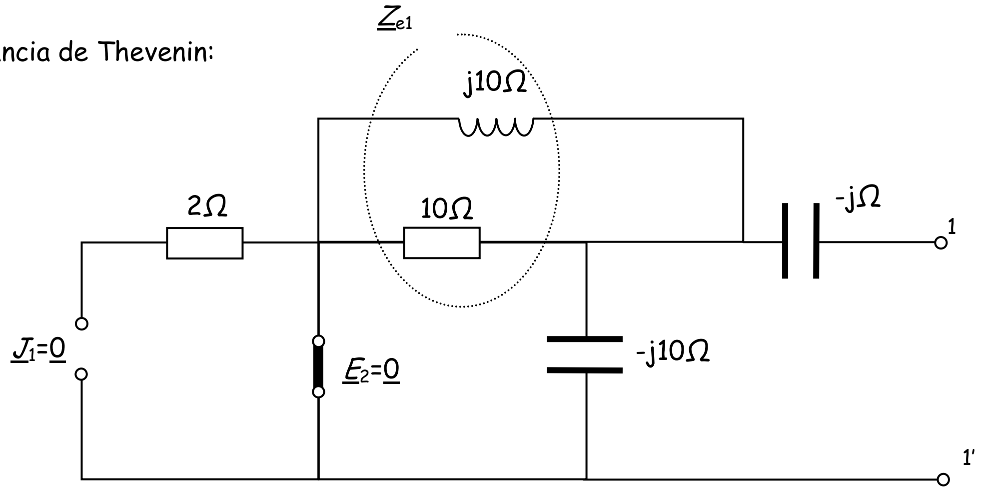
$$\underline{U}_{J1} = \underline{U}_{J1}' + \underline{U}_{J1}'' = 20_{\angle 0°} + 100_{\angle 0°} = 120_{\angle 0°} V$$

4 Equivalente de Thevenin.

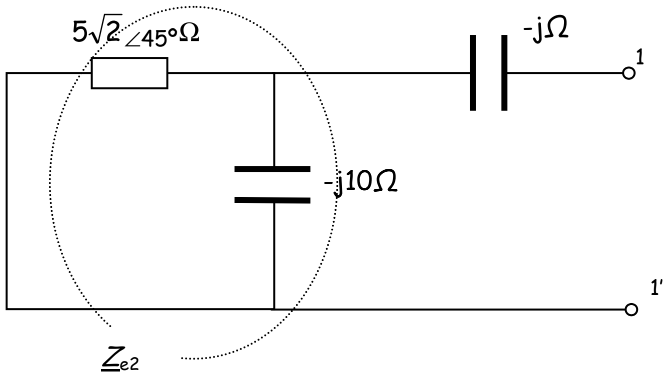
Tensión de Thevenin:

$$\underline{U}_{11'}\Big|_{\underline{I}_{11'}=0} = \underline{I}_5 \cdot (-j10) = (10 + j10) \cdot (-j10) = 100 - j100 = 100\sqrt{2}_{\angle -45°} V$$

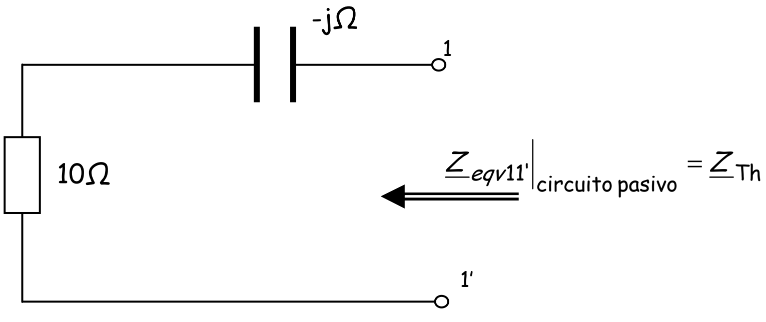
Impedancia de Thevenin:



$$Z_{e1} = \frac{j10 \cdot 10}{10 + j10} = \frac{j100}{10\sqrt{2}_{\angle 45°}} = 5\sqrt{2}_{\angle 45°} = (5 + j5)\Omega$$



$$Z_{e2} = \frac{(-j10)\cdot(5 + j5)}{5 + j5 - j10} = \frac{50 - j50}{5 - j5} = 10\Omega$$

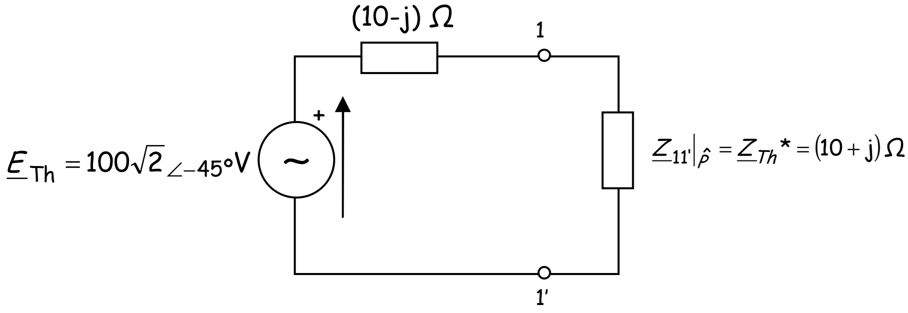


Z_{Th} =(10-j) Ω

5 Potencia máxima que puede transferirse.

$$Z_{11'}\Big|_{\hat{P}} = Z_{Th}^{*} = (10 + j)\,\Omega$$

$$\hat{P} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{(100\sqrt{2})^2}{4\cdot 10} = 500\text{W}$$


(10-j) Ω
1
$\underline{E}_{Th} = 100\sqrt{2}\angle{-45°}$V
+
$\underline{Z}_{11'}\big|_{\hat{P}} = \underline{Z}_{Th}^{*} = (10 + j)\,\Omega$
1'