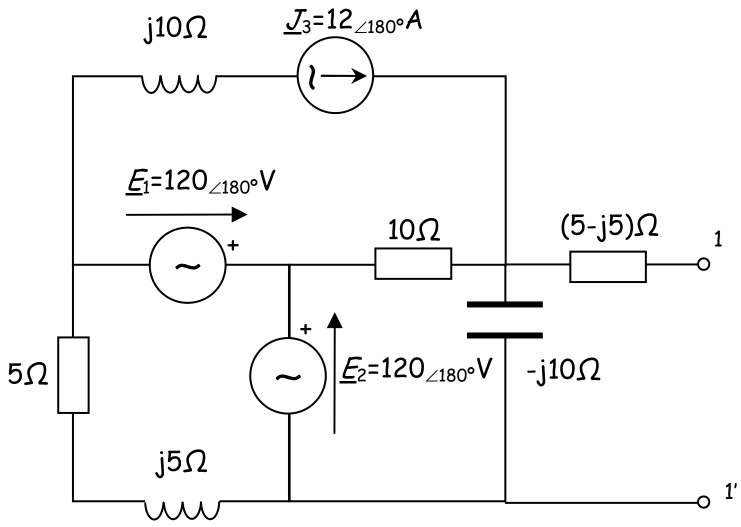
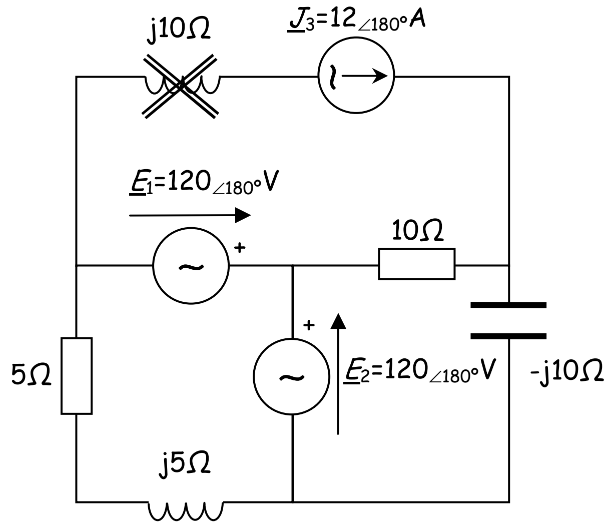
En el circuito de la figura determínese:

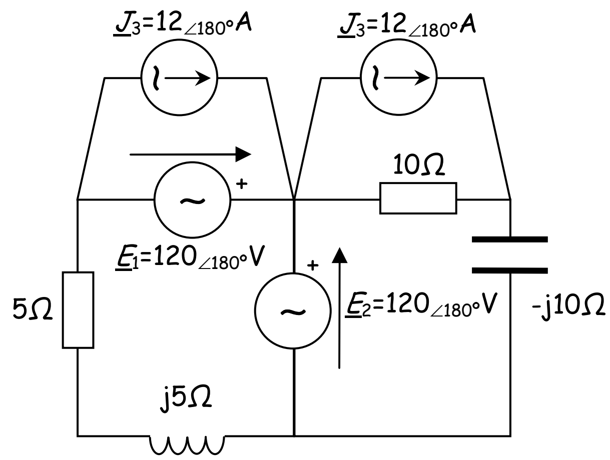
1 ¿Cual es el valor de la impedancia a conectar entre los puntos 1 y 1' para que la potencia a ella transferida sea máxima?
2 Valor de esa potencia máxima.
3 Comportamiento de las fuentes $\underline{E}_1$, $\underline{E}_2$, y $\underline{J}_3$. Así como sus potencias.



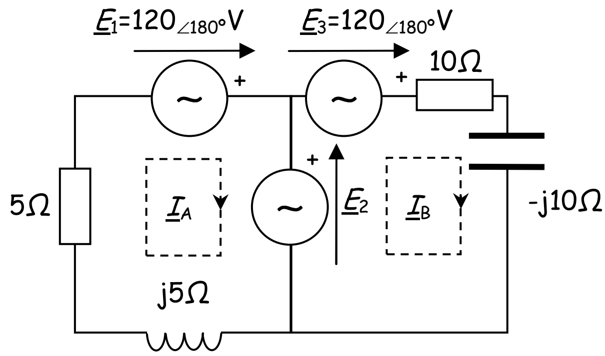
RESOLUCIÓN

Se transforman la fuente de corriente en fuentes de tensión. Como $\underline{J}_3$ es una fuente de corriente ideal, previamente habrá que modificar la geometría del circuito. La impedancia de j10Ω en serie con la fuente de corriente, se puede eliminar para resolver el circuito.





La fuente de corriente que queda en paralelo con la fuente de tensión se elimina, y la otra se transforma en fuente real de tensión:



$$\begin{bmatrix} 5+j5 & 0 \\ 0 & 10-j10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 240_{\angle 180°} \end{bmatrix}$$

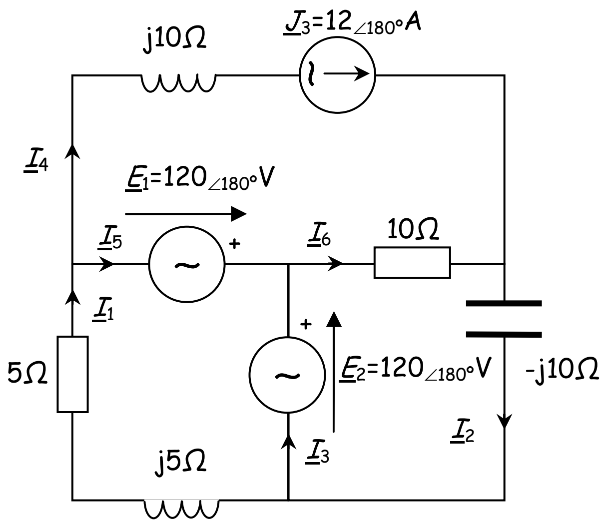
PRIMERA FILA:

$$(5+j5)\cdot \underline{I}_A = 0 \rightarrow \underline{I}_A = 0$$

SEGUNDA FILA:

$$(10-j10)\cdot \underline{I}_B = -240 \rightarrow \underline{I}_B = \frac{240_{\angle 180°}}{10\sqrt{2}_{\angle -45°}} = 12\sqrt{2}_{\angle -135°} A$$

Las corrientes de las ramas que no han sido transformadas ($\underline{I}_2$, $\underline{I}_1$, e $\underline{I}_3$) se obtienen de las corriente de malla, calculadas:



$$\underline{I}_1 = \underline{I}_A = \underline{0}\ A$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_B = 12\sqrt{2}_{\angle -135°} A$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_B - \underline{I}_A = 12\sqrt{2}_{\angle -135°} - 0 = 12\sqrt{2}_{\angle -135°} A$$

Las corrientes de las ramas transformadas, se obtienen a partir de las ya conocidas, y de la corriente de la fuente aplicando la primera ley de Kirchhoff:

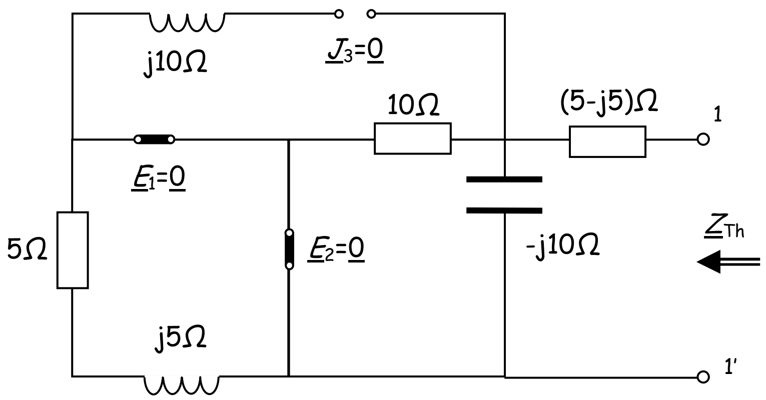
$$\underline{I}_4 = \underline{J}_3 = 12_{\angle 180°} A$$
$$\underline{I}_5 = \underline{I}_1 - \underline{I}_4 = 12_{\angle 180°} - 0 = 12_{\angle 180°} A$$
$$\underline{I}_6 = \underline{I}_2 - \underline{I}_4 = 12\sqrt{2}_{\angle -135°} - 12_{\angle 180°} = -12 - j12 + 12 = -j12 = 12_{\angle -90°} A$$

1 Valor de la impedancia a conectar entre 1 y 1' para que la potencia a ella transferida sea máxima.
Tensión de Thevenin:

$$\underline{E}_{Th} = \underline{U}_{11'}\Big|_{\underline{I}=0} = -j10\cdot \underline{I}_2 = -j10\cdot 12\sqrt{2}_{\angle -135°} = 120\sqrt{2}_{\angle 135°} V$$

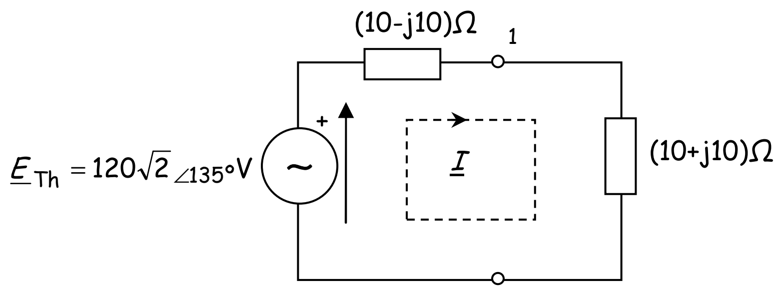
Impedancia de Thevenin:

$$\underline{Z}_{Th} = \frac{10\cdot(-j10)}{10-j10} + (5-j5)) = \frac{-j10\cdot(1+j)}{(1-j)\cdot(1+j)} + (5-j5)) = \frac{-j10+10+10-j10}{2} = (10-j10)\Omega$$



La impedancia a colocar para que entre los puntos 1 y 1' se transfiera potencia máxima es $\underline{Z}_{Th}^*$, es decir: (10+j10) Ω.

2 Valor de la potencia máxima



$$\underline{I} = \frac{120\sqrt{2}_{\angle 135°}}{20} = 6\sqrt{2}_{\angle 135°}A \qquad \text{y la potencia: } \hat{P} = 10\cdot\left(6\sqrt{2}\right)^2 = 720W$$

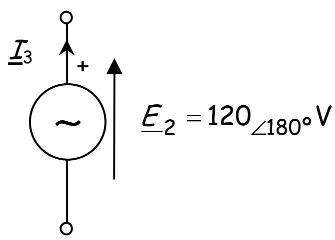
3 Comportamiento de las fuentes y potencias

Tomando criterio generador

$\underline{S}_{E2} = \underline{I}_3^*\cdot\underline{E}_2 = 12\sqrt{2}_{\angle 135°}\cdot 120_{\angle 180°} = 1440\sqrt{2}_{\angle -45°}VA$

$\underline{S}_{E2} = (1440 - 1440)VA$

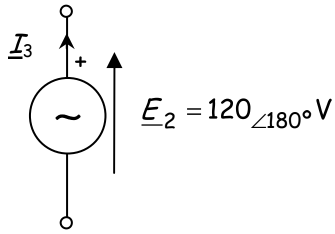
$P>0$ GENERADOR



Tomando criterio generador

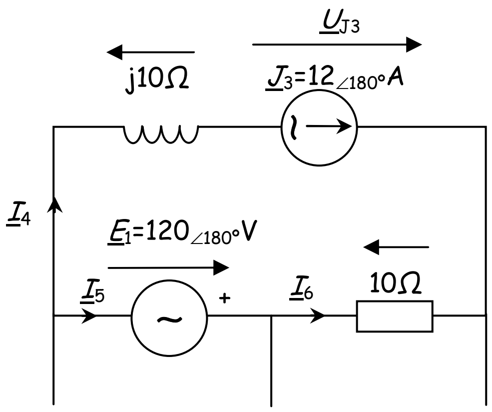
$\underline{S}_{E1} = \underline{I}_5^*\cdot\underline{E}_1 = 12_{\angle 180°}\cdot 120_{\angle 180°} = 1440_{\angle 0°}VA$

$\underline{S}_{E1} = (1440 + 0)VA$



P>0 GENERADOR

Para poder determinar el comportamiento de la fuente de corriente, se debe primero conocer la tensión en sus bornes:

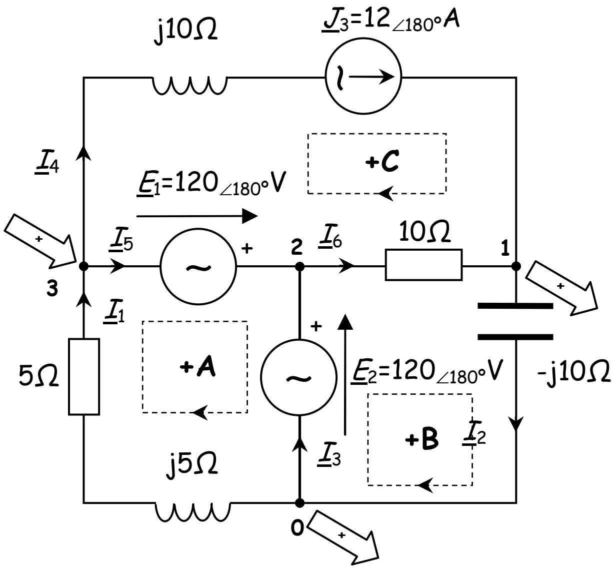


$$\underline{U}_{J3} + 10\cdot\underline{I}_6 - \underline{E}_1 - j10\cdot\underline{I}_4 = \underline{0}$$
$$\underline{U}_{J3} - j120 + 120 + j120 = \underline{0}$$
$$\underline{U}_{J3} = -120 = 120_{\angle 180^\circ}\,V$$

Criterio generador:

$$\underline{S}_{J3} = \underline{U}_{J3}\cdot\underline{J}_3^{*} = 120_{\angle 180^\circ}\cdot 12_{\angle 180^\circ} = 1440VA$$
$$P = 1440W > 0 \text{ GENERADOR}$$

En realidad en este caso puede resolverse de forma directa:



Aplicando la 2ª ley de Kirchhoff a la malla A:

$$120_{\angle 180^\circ} - 120_{\angle 180^\circ} - 5\underline{I}_1 = \underline{0} \quad \rightarrow \quad -5\underline{I}_1 = \underline{0} \rightarrow \quad \underline{I}_1 = \underline{0}$$

Aplicando la 1ª ley al nudo 3:

$$\underline{0} - 12_{\angle 180^\circ} - \underline{I}_5 = \underline{0} \quad \rightarrow \quad \underline{I}_5 = \underline{0} \rightarrow \quad \underline{I}_1 = 12_{\angle 0^\circ}\ A$$

Aplicando la 2ª ley de Kirchhoff a la malla B:

$120_{\angle 180^\circ} - 10\cdot\underline{I}_6 - (-j10)\underline{I}_2 = \underline{0}$ y teniendo en cuenta la primera ley en el nudo 1:

$$\underline{I}_2 - \underline{I}_6 - 12_{\angle 180^\circ} = \underline{0} \quad \rightarrow \underline{I}_2 = \underline{I}_6 + 12_{\angle 180^\circ}$$

$$120_{\angle 180°} - 10 \cdot \underline{I}_6 + j10\left(\underline{I}_6 + 12_{\angle 180°}\right) = \underline{0}$$

$$120_{\angle 180°} - 10 \cdot \underline{I}_6 + j10\underline{I}_6 + 120_{\angle -90°} = \underline{0}$$

$$120_{\angle 180°} + 120_{\angle -90°} = 10 \cdot \underline{I}_6 - j10\underline{I}_6$$

$$\underline{I}_6 = \frac{120\sqrt{2}_{\angle -135°}}{10\sqrt{2}_{\angle -45°}} = 12_{\angle -90°} A$$

Aplicando la 1ª ley de Kirchhoff al nudo 0:

$$\underline{I}_3 - \underline{I}_2 + \underline{I}_1 = \underline{0} \quad \rightarrow \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_2 - \underline{I}_1 \rightarrow \quad \underline{I}_3 = 12\sqrt{2}_{\angle -135°} - \underline{0} \rightarrow \quad \underline{I}_3 = 12\sqrt{2}_{\angle -135°} A$$

Aplicando la 2ª ley de Kirchhoff a la malla C:

$$\underline{U}_{J3} - 10 \cdot 12_{\angle -90°} - 120_{\angle 180°} - j10 \cdot 12_{\angle 180°} = \underline{0}$$

$$\underline{U}_{J3} = -120_{\angle -90°} + 120_{\angle 180°} + 120_{\angle -90°} = 120_{\angle 180°} V$$

El resto igual que en la resolución anterior.