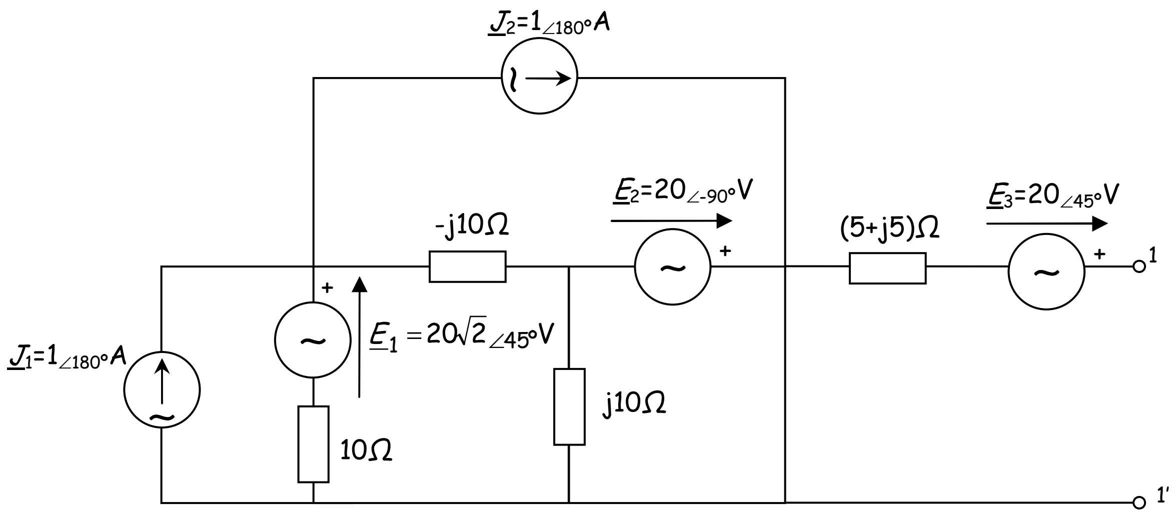
En el circuito de la figura se pide:

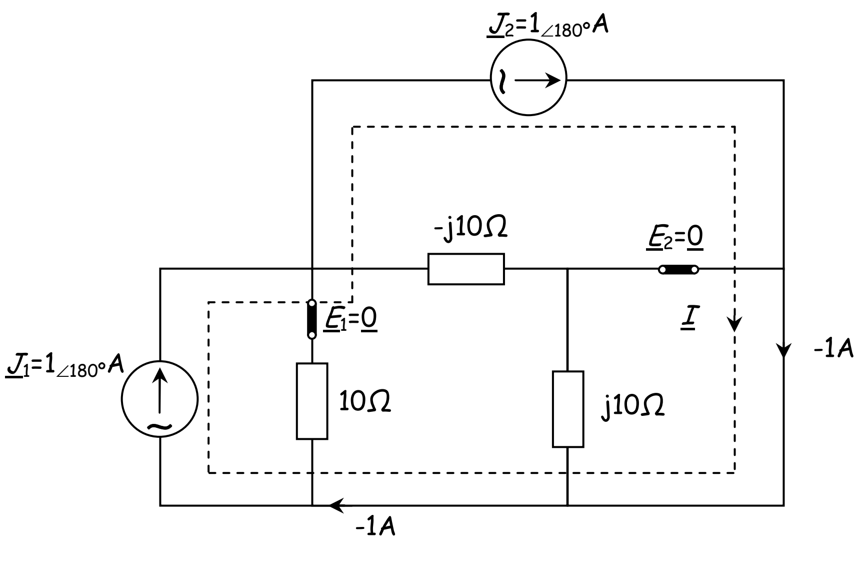
1. Equivalente de Thevenin entre los puntos 1 y 1'.
2. Comportamiento de las fuentes y potencias a ellas asociadas.



RESOLUCIÓN:

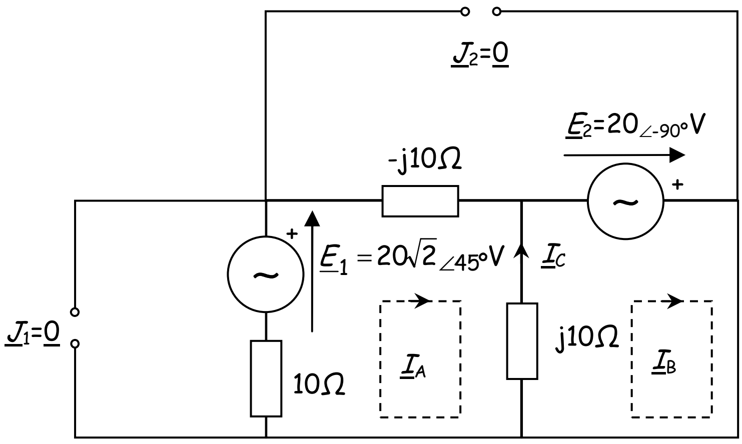
Aplicando superposición:

PRIMER CIRCUITO: Aquel que solo tiene fuentes de corriente (fuentes de tensión anuladas).



Con una línea discontinua se ha representado el recorrido de la corriente. Las corrientes en las ramas de fuera de ese recorrido son nulas.

SEGUNDO CIRCUITO: Aquel que solo tiene las fuentes de tensión (fuentes de corriente anuladas).



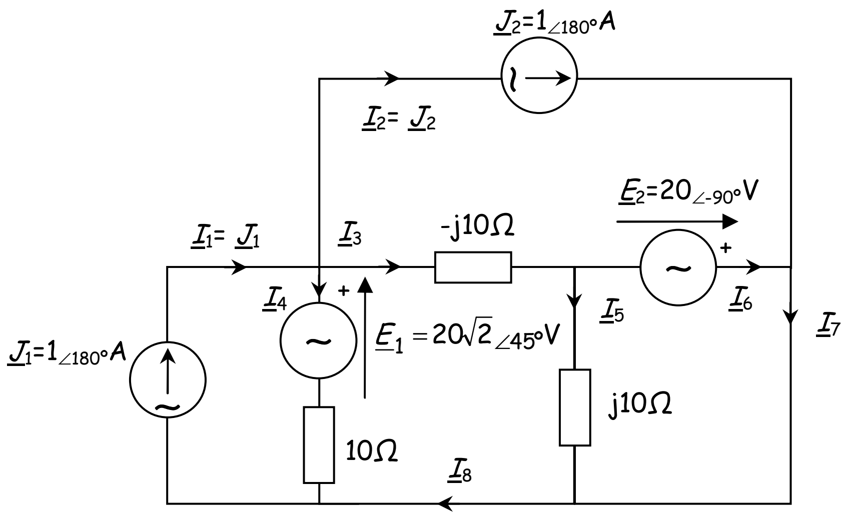
$$\begin{bmatrix} 10 & -j10 \\ -j10 & j10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20+j20 \\ -j20 \end{bmatrix}$$

$$\underline{I}_A = \frac{\begin{vmatrix} 20+j20 & -j10 \\ -j20 & j10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & -j10 \\ -j10 & j10 \end{vmatrix}} = \frac{-200+j200+200}{100+j100} = (1+j) = \sqrt{2}_{\angle 45^\circ}\ A$$

$$\underline{I}_B = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 20+j20 \\ j10 & -j20 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & -j10 \\ -j10 & j10 \end{vmatrix}} = \frac{-j200+j200-200}{100+j100} = \frac{-200}{100+j100} = (-1+j) = \sqrt{2}_{\angle -135^\circ}\ A$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_B - \underline{I}_A = -1+j-1-j = -2 = 2_{\angle 180^\circ}\ A$$

Se determinan a continuación los valores de las corrientes de las ramas en el circuito original:



$\underline{I}_1 = \underline{J}_1 + \underline{0} = 1_{\angle 180°} + \underline{0} = 1_{\angle 180°}\ A$

$\underline{I}_2 = \underline{J}_2 + \underline{0} = 1_{\angle 180°} + \underline{0} = 1_{\angle 180°}\ A$

$\underline{I}_3 = 0 + \underline{I}_A = (1 + \mathrm{j}) = \sqrt{2}_{\angle 45°}\ A$

$\underline{I}_4 = 0 - \underline{I}_A = (-1 - \mathrm{j}) = \sqrt{2}_{\angle -135°}\ A$

$\underline{I}_5 = 0 - \underline{I}_C = 2 = 2_{\angle 0°}\ A$

$\underline{I}_6 = 0 + \underline{I}_B = (-1 + \mathrm{j}) = \sqrt{2}_{\angle -135°}\ A$

$\underline{I}_7 = -1 + \underline{I}_B = (-2 + \mathrm{j}) = \sqrt{5}_{\angle 116,56°}\ A$

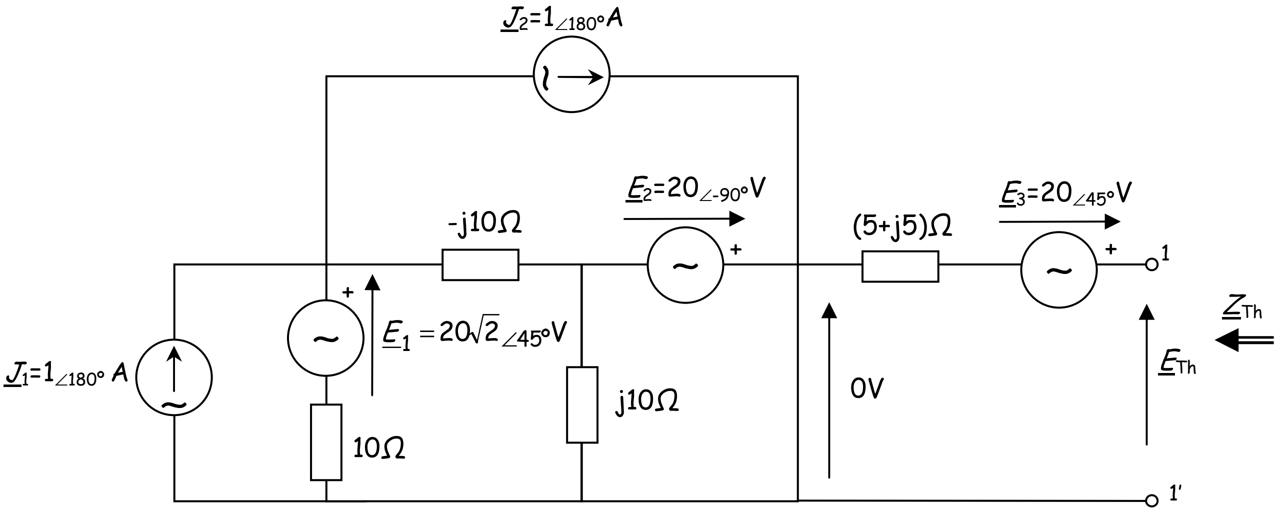
$\underline{I}_8 = -1 + \underline{I}_A = \mathrm{j} = 1_{\angle 90°}\ A$

1 Equivalente de Thevenin.

Para obtener el equivalente de Thevenin entre los puntos 1 y 1', no es necesario resolver el circuito. Ya que el cortocircuito de la rama siete, simplifica los cálculos:

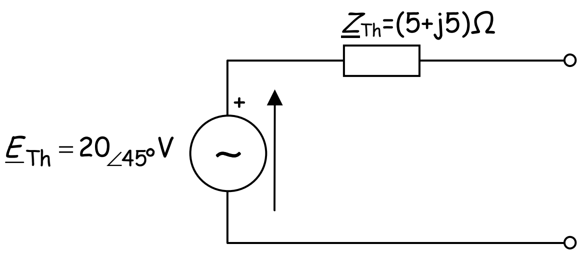
Tensión de Thevenin:

$\underline{E}_{Th} = \underline{U}_{11'}\big|_{\underline{I}11'=0} = 0 + 20_{\angle 45°} = 20_{\angle 45°}V$



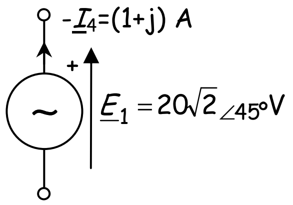
Impedancia de Thevenin:

Debido al cortocircuito la impedancia equivalente vista desde 1 y 1' no es mas que: (5+j5) Ω.



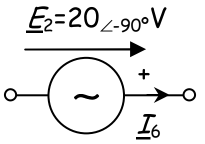
2 Comportamiento de las fuentes y potencias a ellas asociadas

En los cuatro casos se ha considerado el criterio generador.



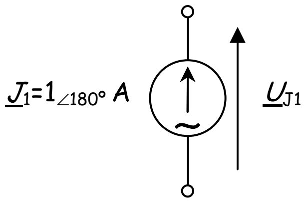
$$\underline{S}_{E1} = \underline{E}_1 \cdot \left(-\underline{I}_4\right)^* = (20 + j20)(1 - j) = 40\,VA$$

GENERADOR y genera P=40W y Q=0var



$$\underline{S}_{E2} = \underline{E}_2 \cdot \underline{I}_6^* = (-j20)(-1 - j) = (-20 + j20)\,VA = -(20 - j20)\,VA$$

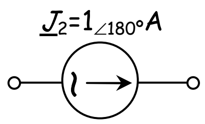
RECEPTOR y disipa P=20W y Q=-20var



$$\underline{U}_{J1} = 10\underline{I}_4 + \underline{E}_1 = -10 - j10 + (20 + j20) = (10 + j10)\,V = 10\sqrt{2}_{\angle 45°}V$$

$$\underline{S}_{J1} = \underline{U}_{J1} \cdot \underline{J}_1^* = (10 + j10)(-1) = (-10 - j10)\,VA = -(10 + j10)\,VA$$

RECEPTOR y disipa P=10W y Q=10var



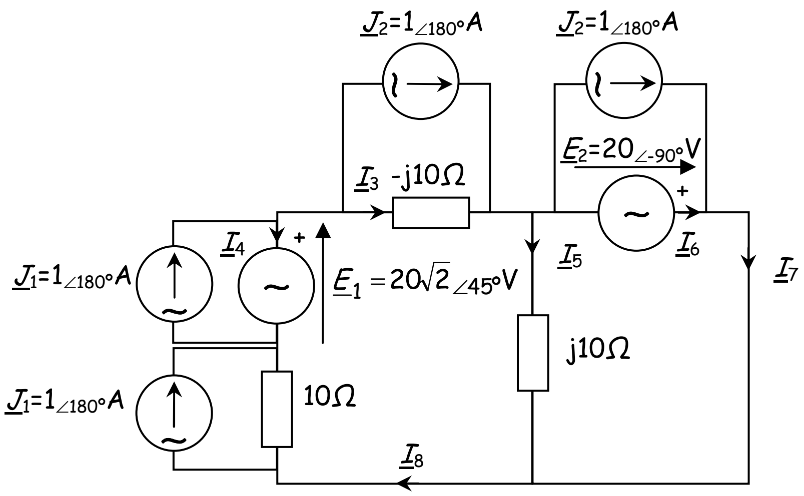
$$\underline{U}_{J2} = \underline{E}_2 - \underline{I}_3(-j10) = -j20 - (1 + j)(-j10) = (-10 - j10)\,V$$

$$\underline{S}_{J2} = \underline{U}_{J2} \cdot \underline{J}_2^* = (-10 - j10)(-1) = (10 + j10)\,VA$$

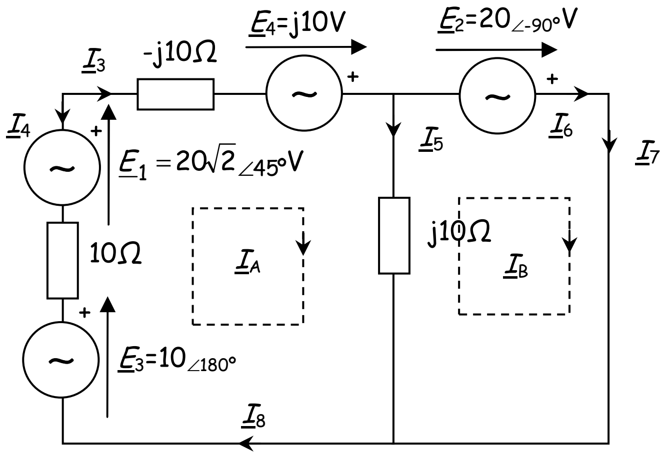
GENERADOR y genera P=10W y Q=10var

Otra forma de resolver el ejercicio:

Este ejercicio también se puede resolver de otra forma: 1º modificando la geometría del circuito en cuanto a fuentes ideales de corriente se refiere (cada una que modifique un lazo que desaparece). 2º transformar las fuentes reales de corriente en fuentes reales de tensión , y aplicar el método de mallas:



Si hay fuentes ideales de tensión en paralelo con fuentes ideales de corriente pueden ser eliminadas las de corriente. Si hay fuentes de corriente reales se pueden transformar en fuentes reales de tensión:



$$\underline{E}_1 = 10 \cdot 1_{\angle 180°} = 10_{\angle 180°}\,V$$

$$\underline{E}_4 = -j10 \cdot 1_{\angle 180°} = j10 = 10_{\angle 90°}\,V$$

Solo son válidas $\underline{I}_5$, $\underline{I}_7$ e $\underline{I}_8$ pues son las ramas que no han sido transformadas.

Se aplica el método de mallas:

$$\begin{bmatrix} 10 & -j10 \\ -j10 & j10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 + j20 + j10 - 10 \\ -j20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 + j30 \\ -j20 \end{bmatrix}$$

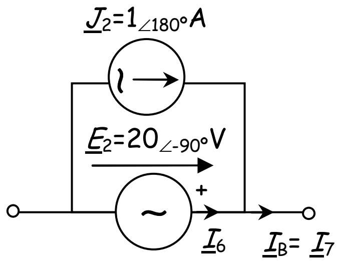
$$\underline{I}_A = \frac{\begin{vmatrix} 10 + j30 & -j10 \\ -j20 & j10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & -j10 \\ -j10 & j10 \end{vmatrix}} = \frac{j100 - 300 + 200}{100 + j100} = \frac{-100 + j100}{100 + j100} = \frac{-1 + j}{1 + j} \cdot \frac{1 - j}{1 - j} = \frac{-1 + j + j + 1}{1 + 1} = j\,A$$

$$\underline{I}_B = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 10 + j30 \\ -j10 & -j20 \end{vmatrix}}{100 + j100} = \frac{-j200 + j100 - 300}{100 + j100} = \frac{-300 - j100}{100 + j100} = \frac{-3 - j}{1 + j} \cdot \frac{1 - j}{1 - j} = \frac{-3 - j + j3 - 1}{1 + 1} = \frac{-4 + j2}{2} = (-2 + j)\,A$$

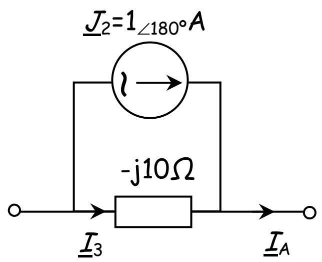
Las únicas ramas que no han sufrido transformaciones son la 5, la 7y la 8. La corriente de la rama 7 es $\underline{I}_B$, la de la rama 8 es $\underline{I}_B$, y la de la rama 5:

$$\underline{I}_5 = \underline{I}_A - \underline{I}_B = j + 2 - j = 2A$$

Para obtener las corrientes de las ramas restantes hay que deshacer las transformaciones:



$$\underline{I}_6 = \underline{I}_B - \underline{J}_2 = -2 + j + 1 = (-1 + j) = \sqrt{2}_{\angle 135°}\ A$$



$$\underline{I}_3 = \underline{I}_A - \underline{J}_2 = (1 + j)\,A = \sqrt{2}_{\angle 45°}\ A$$

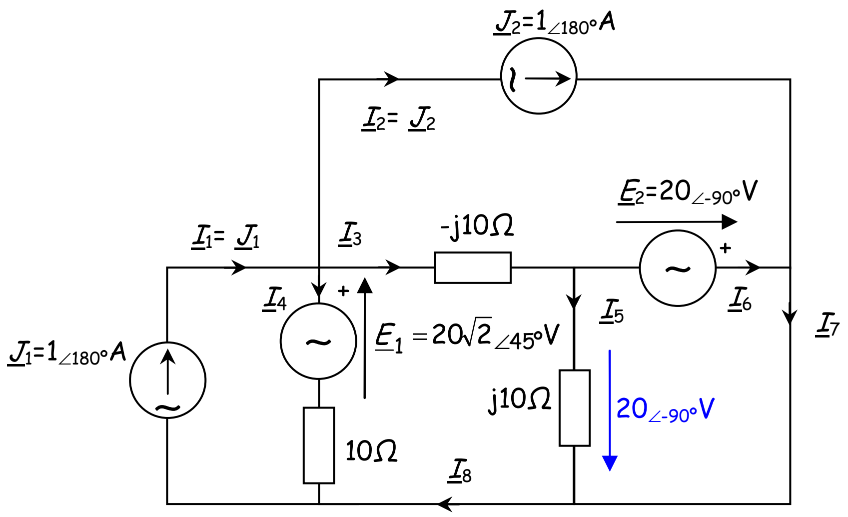
La corriente de rama que falta por obtener es la de la rama 4. Para obtenerla se aplica la primera ley de Kirchhoff en el nudo en que confluye las ramas 4, 3, 2 y 1:

$$\underline{J}_1 = \underline{J}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4 \rightarrow \underline{I}_4 = \underline{J}_1 - \underline{J}_2 - \underline{I}_3 = (-1 - j)\,A$$

Una vez determinadas la corrientes por las ramas del circuito se puede continuar resolviendo el ejercicio de la misma forma que antes.

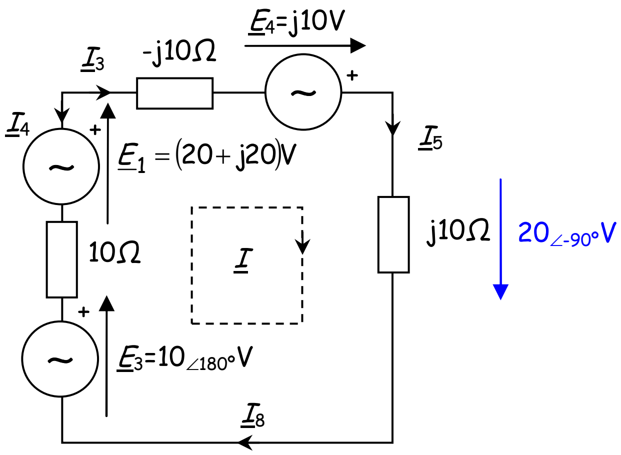
Otra forma de resolver el ejercicio:

En este caso al ser una rama, una fuente ideal de tensión en un circuito paralelo, su resolución es inmediata.



$$\underline{I}_5 = \frac{-20_{\angle -90°}}{10_{\angle 90°}} = -2_{\angle 180°} = 2_{\angle 0°}A$$

Para seguir adelante, se transforman las fuentes de corriente en fuentes de tensión, realizando para ello las modificaciones de la geometria del circuito que sean pertinentes. Como en realidad esto ya se ha hecho antes. Recuperamos el esquema del método de mallas y trabajamos para obtener la corriente $\underline{I}_8$:



$$\underline{I}_8 = \frac{20_{\angle -90^\circ} + 10_{\angle 180^\circ} + 20\sqrt{2}_{\angle 45^\circ} + 10_{\angle 90^\circ}}{10 - j10} = \frac{-j20 - 10 + 20 + j20 + j10}{10 - j10} = \frac{10 + j10}{10 - j10} =$$

$$\frac{1+j}{1-j} \cdot \frac{1+j}{1+j} = \frac{1 + j + j - 1}{1+1} = \frac{j2}{2} = j = 1_{\angle 90^\circ} A$$

$$\underline{I}_7 = \underline{I}_8 - \underline{I}_5 = j - 2 = (-2 + j) A$$

$$\underline{I}_6 = \underline{I}_7 - \underline{I}_2 = (-2 + j) - (-1) = (-1 + j) A$$

$$\underline{I}_4 = \underline{J}_1 - \underline{I}_8 = (-1 - j) A$$

$$\underline{I}_3 = \underline{J}_1 - \underline{I}_4 - \underline{J}_2 = -1 - (-1 - j) - (-1) = (1 + j) A$$

A continuación se sigue resolviendo como se ha hecho anteriormente para obtener las respuestas a las preguntas del enunciado.