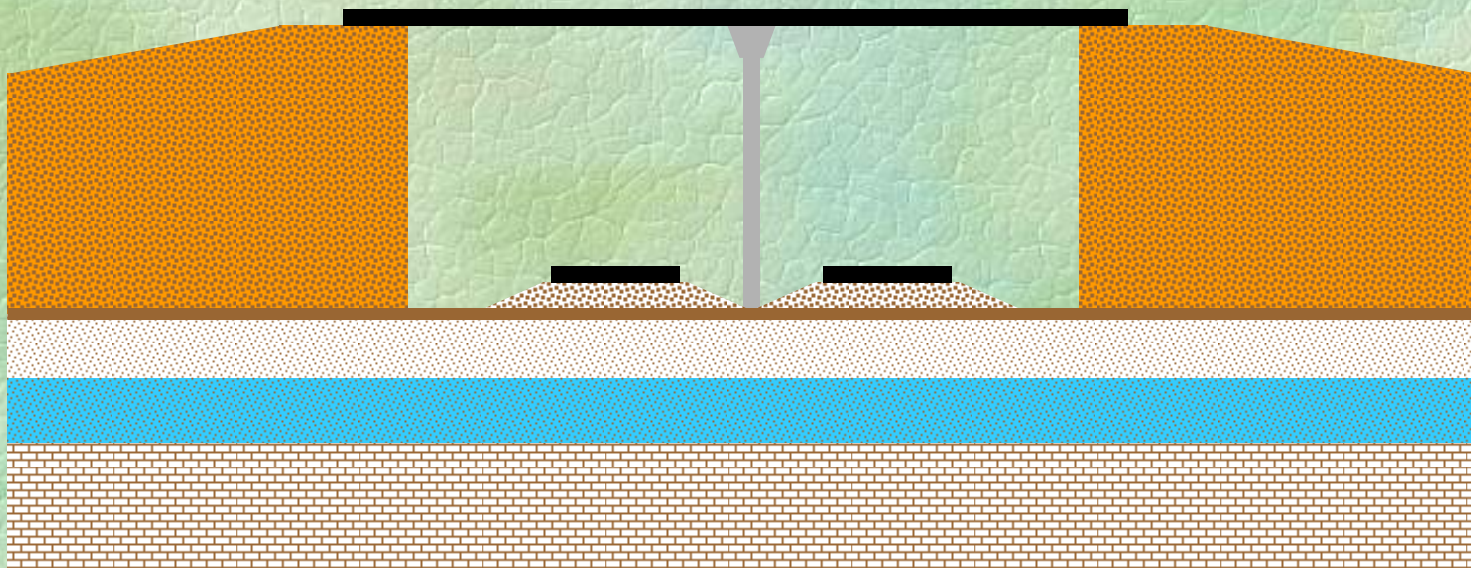


TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Efectos producidos por acciones exteriores (I)

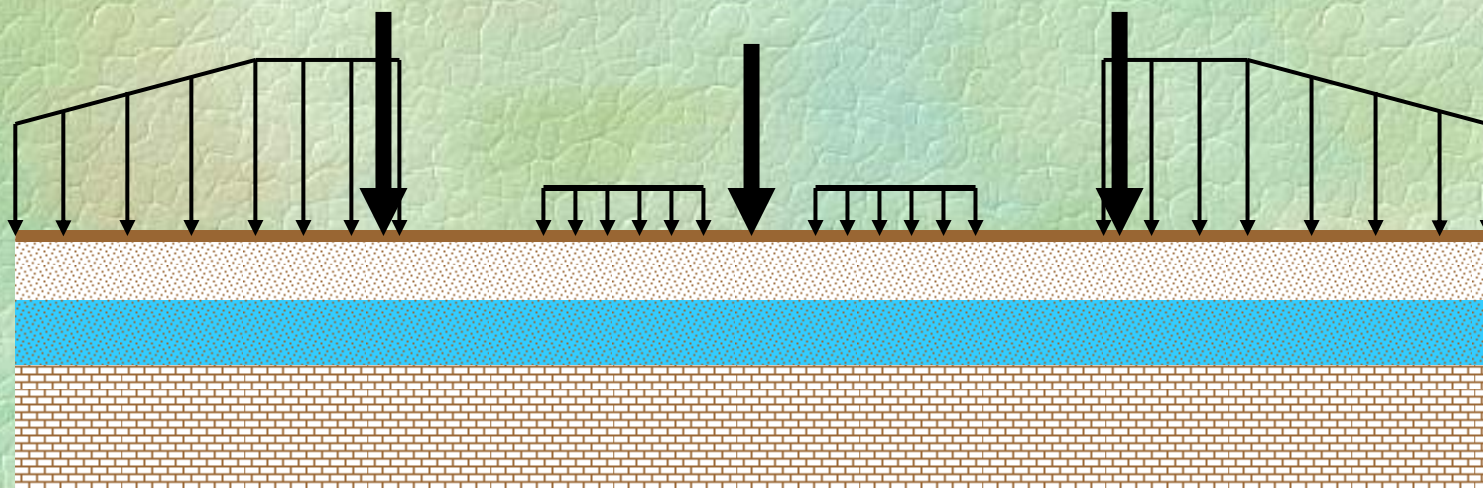
Cualquier construcción que se realice sobre el terreno va a suponer una acción exterior (carga, fuerza) que va a introducir tensiones adicionales a las existentes por el peso propio.



TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

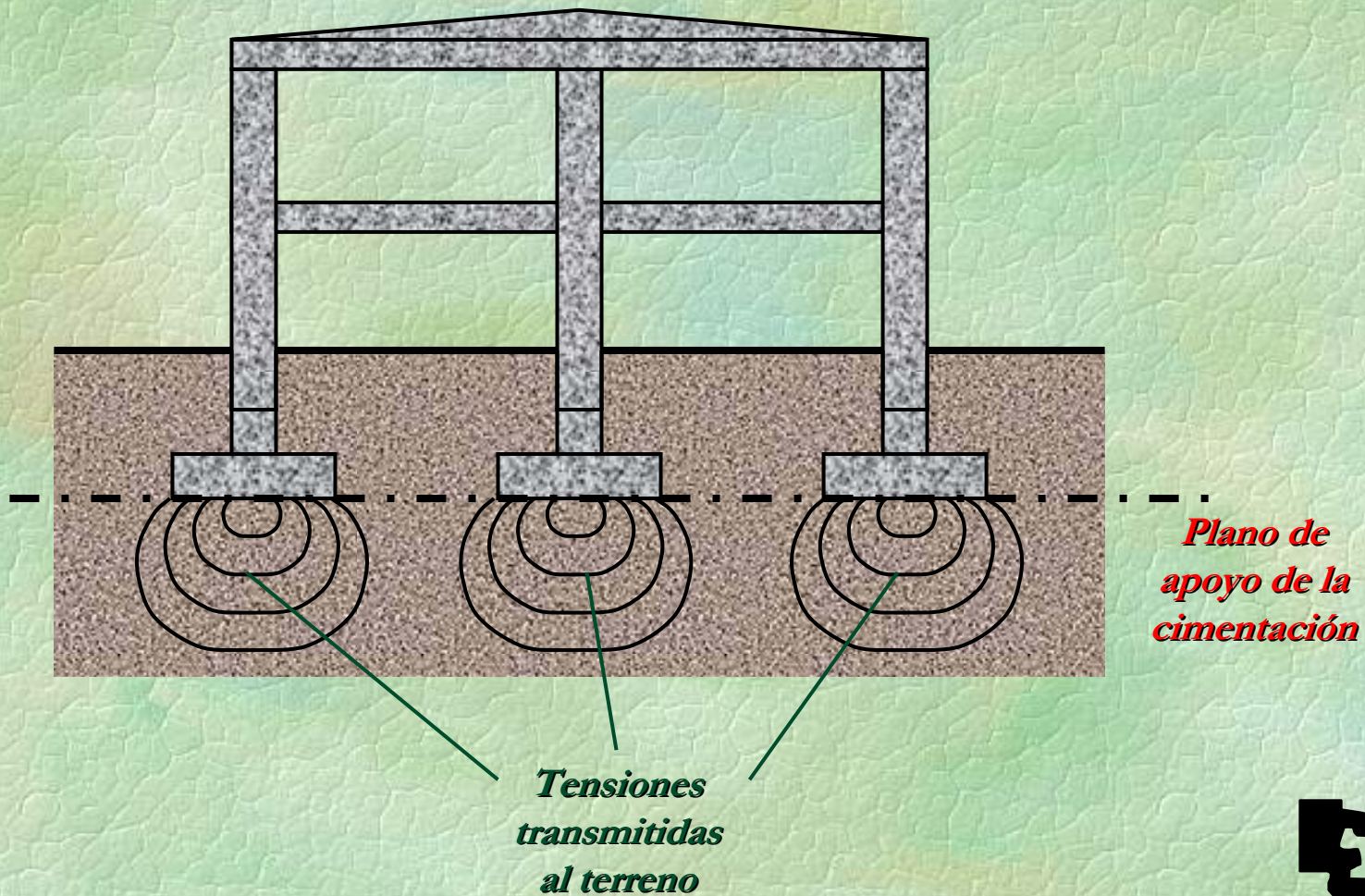
Efectos producidos por acciones exteriores (II)

Las acciones exteriores normalmente se modelizan como cargas distribuidas (uniformemente o no) y en casos muy particulares como cargas puntuales.



TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

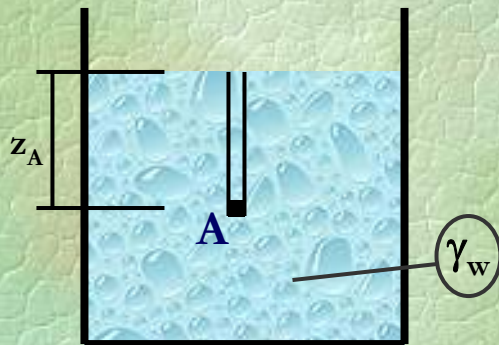
Efectos producidos por acciones exteriores (III)



TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

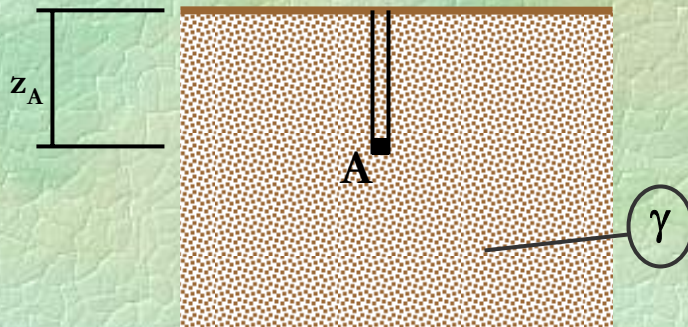
Tensiones verticales debidas al peso propio (I)

- ❖ El caso básico a analizar es el de un terreno horizontal, situación que ocurre en numerosas ocasiones en suelos sedimentarios. En este caso, las tensiones verticales que aparecen en un punto por el peso propio del suelo presentan una clara analogía con la presión del agua.



"La presión del agua en el punto A es igual al peso por unidad de superficie de la columna de agua situada por encima de dicho punto"

$$u_A = \frac{\gamma_w \cdot (S \cdot z_A)}{S} = \gamma_w \cdot z_A \quad (\text{kN/m}^2)$$



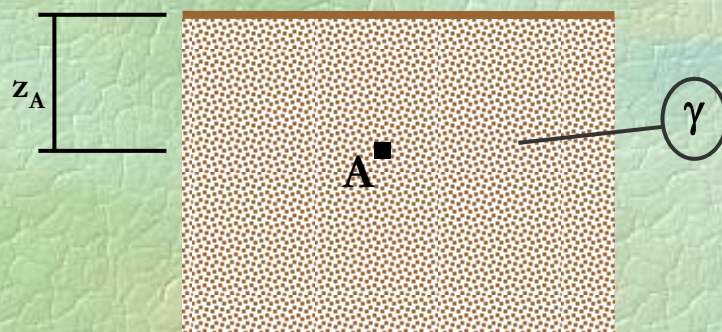
"La tensión vertical en el punto A es igual al peso por unidad de superficie de la columna de terreno situada por encima de dicho punto"

$$\sigma_v = \frac{\gamma \cdot (S \cdot z_A)}{S} = \gamma \cdot z_A \quad (\text{kN/m}^2)$$

➔ **Crece linealmente con la profundidad.** U.P.V.

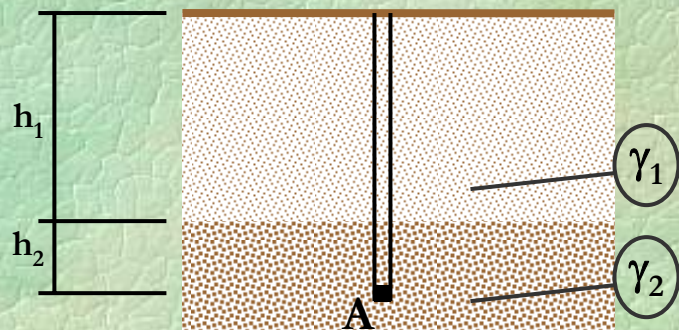
TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Tensiones verticales debidas al peso propio (II)



$$\sigma_v = \frac{\gamma \cdot (S \cdot z_A)}{S} = \gamma \cdot z_A$$

→ *Crece linealmente con la profundidad.*



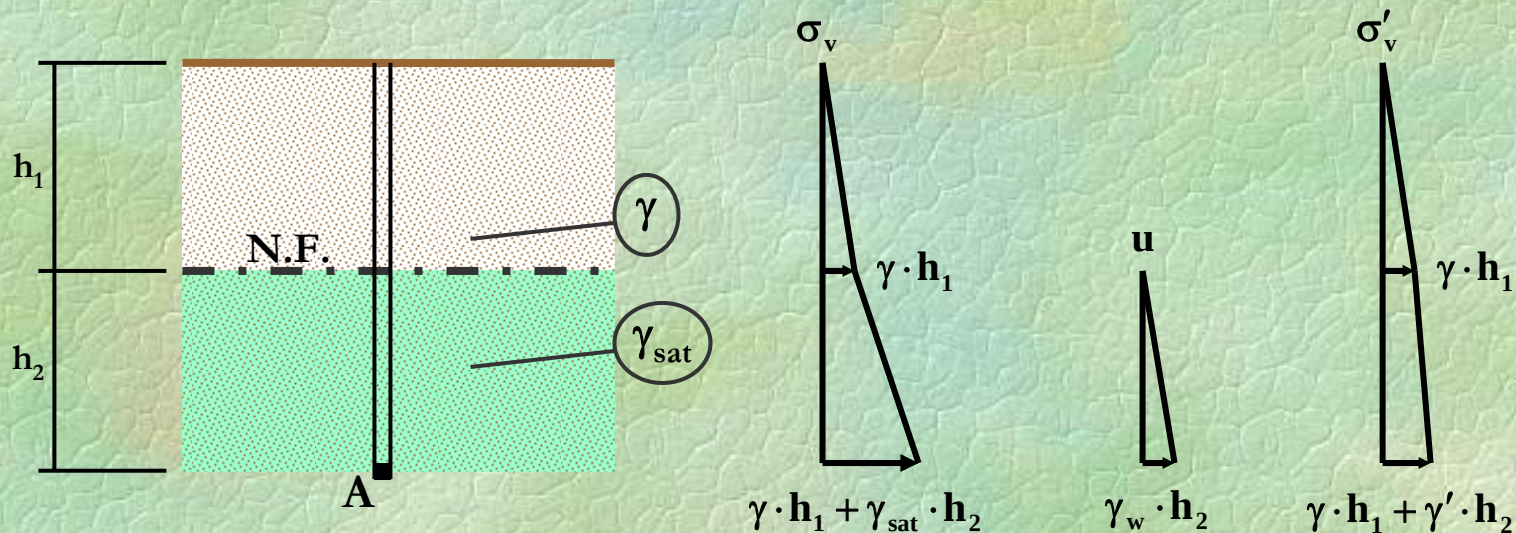
$$\sigma_v = \frac{\gamma_1 \cdot (S \cdot h_1)}{S} + \frac{\gamma_2 \cdot (S \cdot h_2)}{S} =$$

$$= \gamma_1 \cdot h_1 + \gamma_2 \cdot h_2 = \sum \gamma_i \cdot h_i$$

TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

El concepto de tensión efectiva

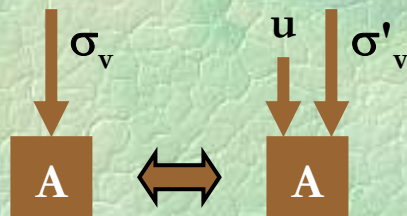
→ Suelos saturados: agua + partículas sólidas.



Tensión vertical total

Presión intersticial

Tensión efectiva

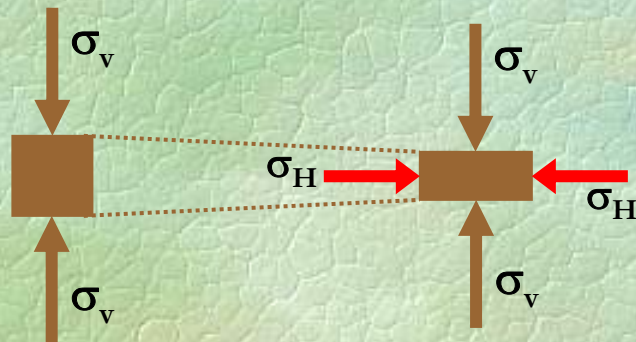


$$\sigma_v = \sigma'_v + u$$

Ley de Terzaghi

TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Tensiones horizontales. Círculo de Mohr.



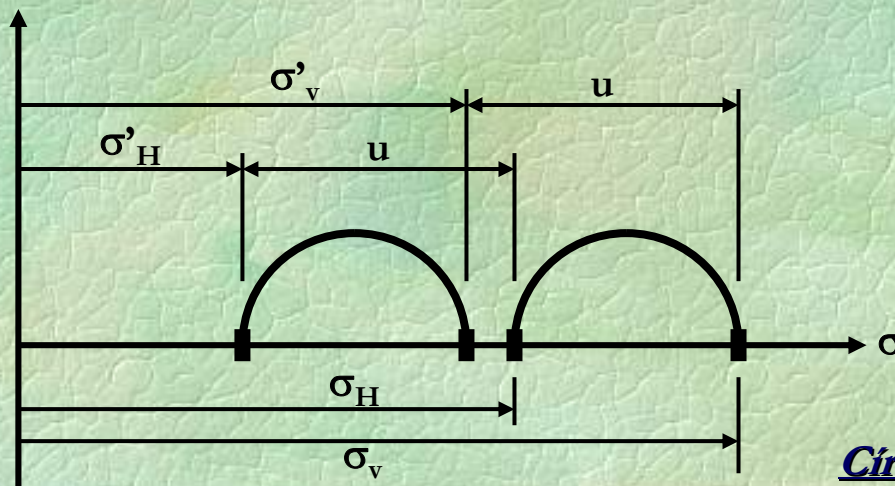
Tensiones horizontales y verticales están relacionadas



K₀, coeficiente de empuje en reposo

$$\sigma_H = \sigma'_H + u$$

$$K_0 = \frac{\sigma'_H}{\sigma'_V}$$



Tipo de suelo	K ₀
Granular suelto	0'5 – 0'6
Granular denso	0'3 – 0'5
Cohesivo, blando	0'9 – 1'1
Cohesivo, duro	0'8 – 0'9

Círculo de Mohr

TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

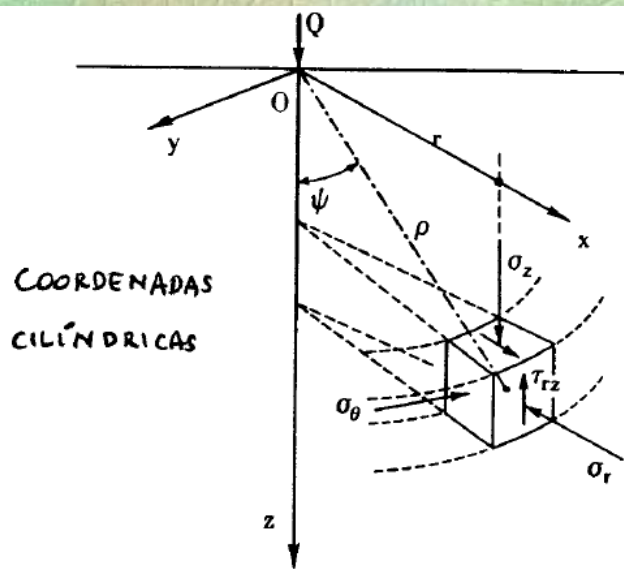
Tensiones producidas por acciones exteriores (I)

→ El cálculo está basado en la Teoría de la Elasticidad, con las siguientes hipótesis:

- ❖ El suelo es un medio continuo, homogéneo e isótropo.
- ❖ Presenta un comportamiento elástico y lineal.

→ Como el suelo no cumple estas hipótesis, las soluciones obtenidas son aproximadas.

Carga puntual: Boussinesq



$$\sigma_z = \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \pi \cdot z^2} \cdot \cos^5 \psi$$

$$\sigma_r = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot z^2} \cdot \left[3 \cdot \cos^3 \psi \cdot \sin^2 \psi - (1 - 2 \cdot \nu) \cdot \frac{\cos^2 \psi}{(1 + \cos \psi)} \right]$$

$$\sigma_\theta = -(1 - 2 \cdot \nu) \cdot \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot z^2} \cdot \left[\cos^3 \psi - \frac{\cos^2 \psi}{(1 + \cos \psi)} \right]$$

$$\tau_{rz} = \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \pi \cdot z^2} \cdot \cos^4 \psi \cdot \sin \psi$$

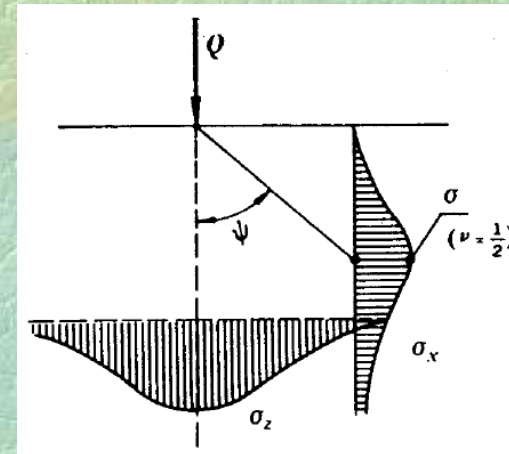


TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

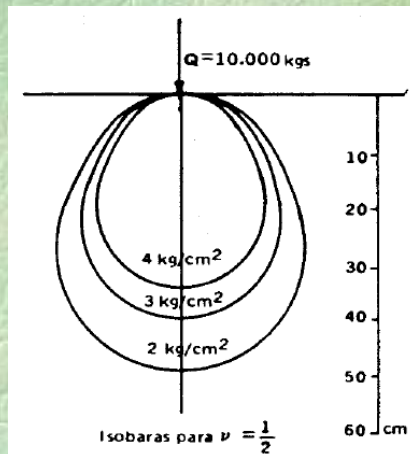
Tensiones producidas por acciones exteriores (II)

Carga puntual: Boussinesq

Tipo de suelo	ν
Arena suelta	0'2 – 0'4
Arena media	0'25 – 0'4
Arena densa	0'3 – 0'45
Arena limosa	0'2 – 0'4
Mezcla de arena y grava	0'15 – 0'35
Arcilla blanda	0'2 – 0'5
Arcilla media	
Arcilla dura	



Distribución de tensiones en planos verticales y horizontales



Isobaras de tensión vertical (bulbo de presiones)



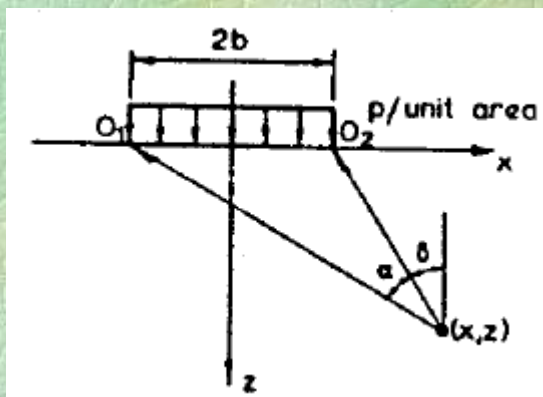
TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Tensiones producidas por acciones exteriores (III)

Cargas distribuidas

- El caso de carga puntual no se da en la realidad.
- Las cimentaciones transmiten las cargas (repartidas).
- Las propias masas de tierra (terraplenes) son las cargas.
- Las acciones reales se pueden modelizar mediante distintas cargas distribuidas.
- Las tensiones generadas se deducen por integración a partir de las expresiones obtenidas en el caso de carga puntual.

Carga en faja



$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \cdot [\alpha + \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos(\alpha + 2 \cdot \delta)]$$

$$\sigma_x = \frac{p}{\pi} \cdot [\alpha - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos(\alpha + 2 \cdot \delta)]$$

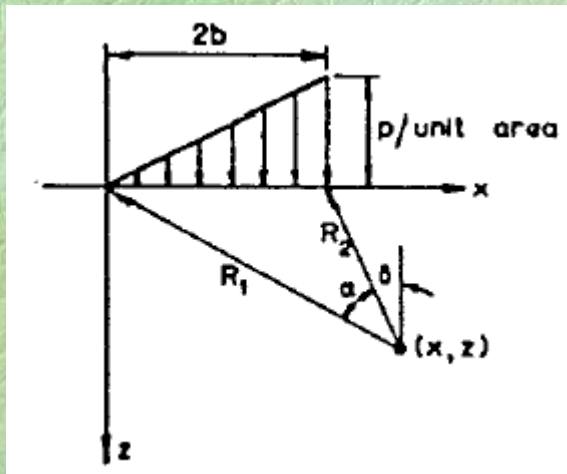
$$\tau_{xz} = \frac{p}{\pi} \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen}(\alpha + 2 \cdot \delta)$$



TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Tensiones producidas por acciones exteriores (IV)

Carga triangular

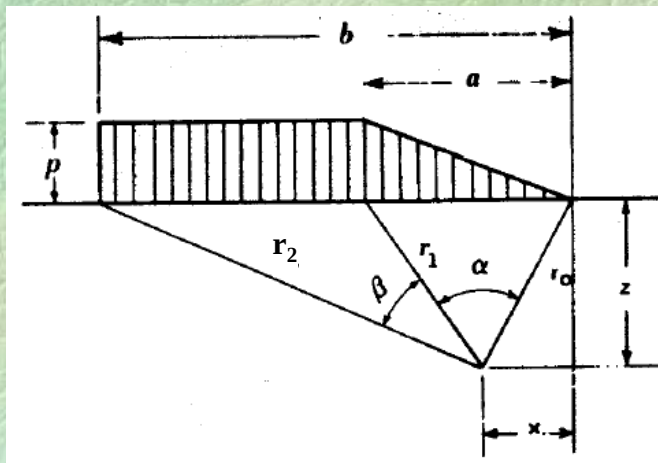


$$\sigma_z = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\frac{x}{b} \cdot \alpha - \sin(2 \cdot \delta) \right]$$

$$\sigma_x = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\frac{x}{b} \cdot \alpha - \frac{z}{b} \cdot \ln \frac{R_1^2}{R_2^2} + \sin(2 \cdot \delta) \right]$$

$$\tau_{xz} = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left[1 + \cos(2 \cdot \delta) - \frac{z \cdot \alpha}{b} \right]$$

Carga en banqueta (caso I)



$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \cdot \left[\beta + \frac{x}{a} \cdot \alpha - \frac{z}{r_2^2} \cdot (x - b) \right]$$

$$\sigma_x = \frac{p}{\pi} \cdot \left[\beta + \frac{x}{a} \cdot \alpha + \frac{2 \cdot z}{a} \cdot \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{z}{r_2^2} \cdot (x - b) \right]$$

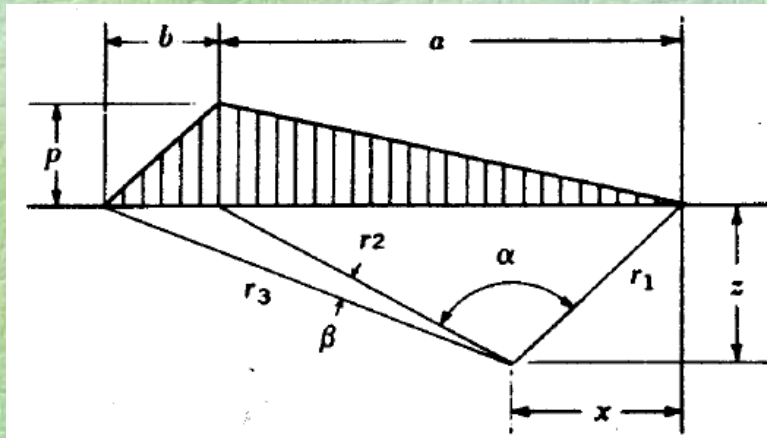
$$\tau_{xz} = \frac{p}{\pi} \cdot \left[\frac{z \cdot \alpha}{a} - \frac{z^2}{r_2^2} \right]$$



TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Tensiones producidas por acciones exteriores (V)

Carga en banquetta (caso II)

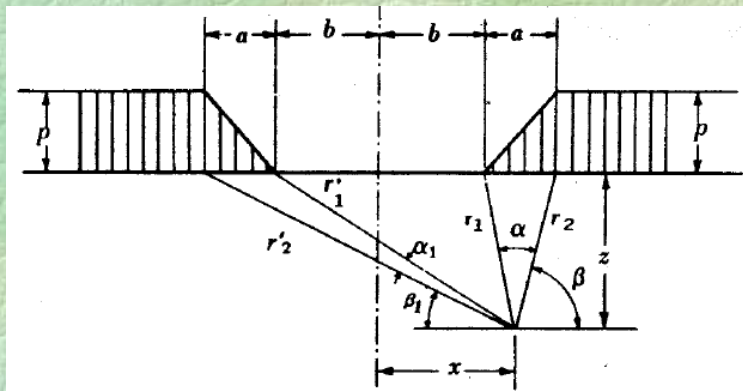


$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \cdot \left[\frac{x}{a} \cdot \alpha + \frac{a+b-x}{b} \cdot \beta \right]$$

$$\sigma_x = \frac{p}{\pi} \cdot \left[\frac{x}{a} \cdot \alpha + \frac{a+b-x}{b} \cdot \beta - \frac{2 \cdot z}{b} \cdot \ln \frac{r_3}{r_2} + \frac{2 \cdot z}{a} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} \right]$$

$$\tau_{xz} = \frac{p}{\pi} \cdot \left[\frac{z \cdot \alpha}{a} - \frac{z \cdot \beta}{b} \right]$$

Carga en banquetta (caso III)



$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} \cdot \left[(\beta + \beta_1) - \frac{b}{a} \cdot (\alpha + \alpha_1) + \frac{x}{a} \cdot (\alpha - \alpha_1) \right]$$

$$\sigma_x = \frac{p}{\pi} \cdot \left[(\beta + \beta_1) - \frac{b}{a} \cdot (\alpha + \alpha_1) + \frac{x}{a} \cdot (\alpha - \alpha_1) + \frac{2 \cdot z}{a} \cdot \ln \frac{r_2 \cdot r_2'}{r_1 \cdot r_1'} \right]$$

$$\tau_{xz} = -\frac{p}{\pi} \cdot \left[\frac{z}{a} \cdot (\alpha - \alpha_1) \right]$$



TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Tensiones producidas por acciones exteriores (VI)

Carga uniforme sobre superficie rectangular

$$\sigma_z = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \left\{ \operatorname{arctg} \frac{a \cdot b}{z \cdot R_3} + \frac{a \cdot b \cdot z}{R_3} \cdot \left[\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right] \right\}$$

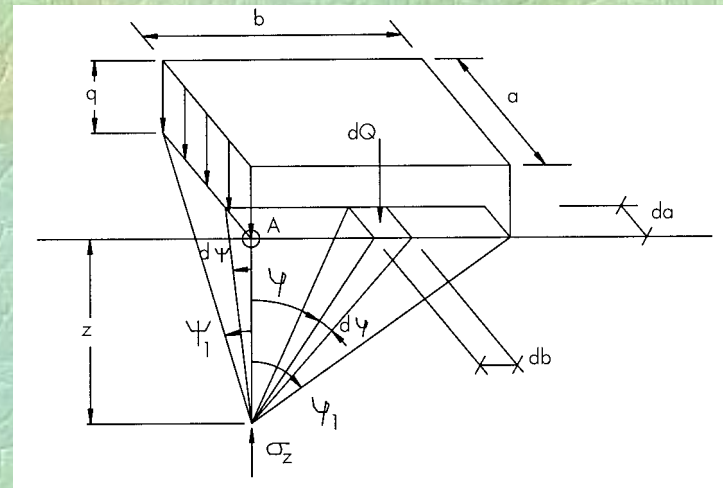
$$\sigma_x = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \left\{ \operatorname{arctg} \frac{a \cdot b}{z \cdot R_3} - \frac{a \cdot b \cdot z}{R_1^2 \cdot R_3} \right\}$$

$$\sigma_y = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \left\{ \operatorname{arctg} \frac{a \cdot b}{z \cdot R_3} - \frac{a \cdot b \cdot z}{R_2^2 \cdot R_3} \right\}$$

$$\tau_{xz} = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \left\{ \frac{b}{R_2} - \frac{z^2 \cdot b}{R_1^2 \cdot R_3} \right\}$$

$$\tau_{yz} = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \left\{ \frac{a}{R_1} - \frac{z^2 \cdot a}{R_2^2 \cdot R_3} \right\}$$

$$\tau_{xy} = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \left\{ 1 + \frac{z}{R_3} - z \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right\}$$



$$R_1 = \sqrt{a^2 + z^2}$$

$$R_2 = \sqrt{b^2 + z^2}$$

$$R_3 = \sqrt{a^2 + b^2 + z^2}$$

!!! Estas expresiones son únicamente válidas para los puntos que se encuentran bajo los vértices de la superficie rectangular !!!



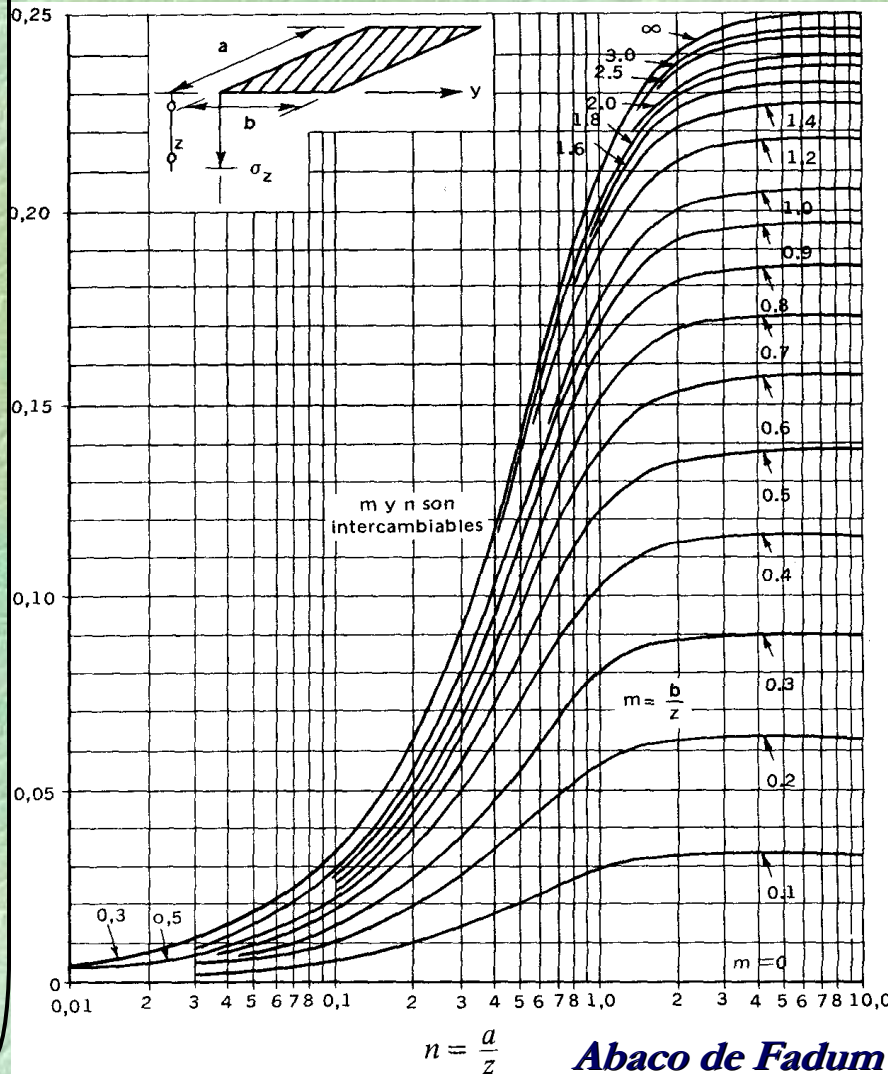
TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Tensiones producidas por acciones exteriores (VII)

Carga uniforme sobre superficie rectangular

$$\sigma_z = q \cdot I$$

Coeficiente de influencia



$\frac{A}{z}$ or $\frac{B}{z}$	$n = \frac{B}{z}$ or $m = \frac{A}{z}$																
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.5	2.0	2.5	3.0	5.0	∞
1.1	0.005	0.009	0.013	0.017	0.020	0.022	0.024	0.026	0.027	0.028	0.029	0.030	0.031	0.031	0.032	0.032	0.032
1.2	0.009	0.018	0.026	0.033	0.039	0.043	0.047	0.050	0.053	0.055	0.057	0.059	0.061	0.062	0.062	0.062	0.062
1.3	0.013	0.026	0.037	0.047	0.056	0.063	0.069	0.073	0.077	0.079	0.083	0.086	0.089	0.090	0.090	0.090	0.090
1.4	0.017	0.033	0.047	0.060	0.071	0.080	0.087	0.093	0.098	0.101	0.106	0.110	0.113	0.115	0.115	0.115	0.115
1.5	0.020	0.039	0.056	0.071	0.084	0.095	0.103	0.110	0.116	0.120	0.126	0.131	0.135	0.137	0.137	0.137	0.137
1.6	0.022	0.043	0.063	0.080	0.095	0.107	0.117	0.125	0.131	0.136	0.143	0.149	0.153	0.155	0.156	0.156	0.156
1.7	0.024	0.047	0.069	0.087	0.103	0.117	0.128	0.137	0.144	0.149	0.157	0.164	0.169	0.170	0.171	0.172	0.172
1.8	0.026	0.050	0.073	0.093	0.110	0.125	0.137	0.146	0.154	0.160	0.168	0.176	0.181	0.183	0.184	0.185	0.185
1.9	0.027	0.053	0.077	0.098	0.116	0.131	0.144	0.154	0.162	0.168	0.178	0.186	0.192	0.194	0.195	0.196	0.196
2.0	0.028	0.055	0.079	0.101	0.120	0.136	0.149	0.160	0.168	0.175	0.185	0.193	0.200	0.202	0.203	0.204	0.205
2.2	0.029	0.057	0.083	0.106	0.126	0.143	0.157	0.168	0.178	0.185	0.196	0.205	0.212	0.215	0.216	0.217	0.218
2.5	0.030	0.059	0.086	0.110	0.131	0.149	0.164	0.176	0.186	0.193	0.205	0.215	0.223	0.226	0.228	0.229	0.230
3.0	0.031	0.061	0.089	0.113	0.135	0.153	0.169	0.181	0.192	0.200	0.212	0.223	0.232	0.236	0.238	0.239	0.240
4.0	0.031	0.062	0.090	0.115	0.137	0.155	0.170	0.183	0.194	0.202	0.215	0.226	0.236	0.240	0.242	0.244	0.244
5.0	0.032	0.062	0.090	0.115	0.137	0.156	0.172	0.185	0.196	0.204	0.217	0.229	0.239	0.244	0.246	0.249	0.249
∞	0.032	0.062	0.090	0.115	0.137	0.156	0.172	0.185	0.196	0.205	0.218	0.230	0.240	0.244	0.247	0.249	0.250
0	0.032	0.062	0.090	0.115	0.137	0.156	0.172	0.185	0.196	0.205	0.218	0.230	0.240	0.244	0.247	0.249	0.250

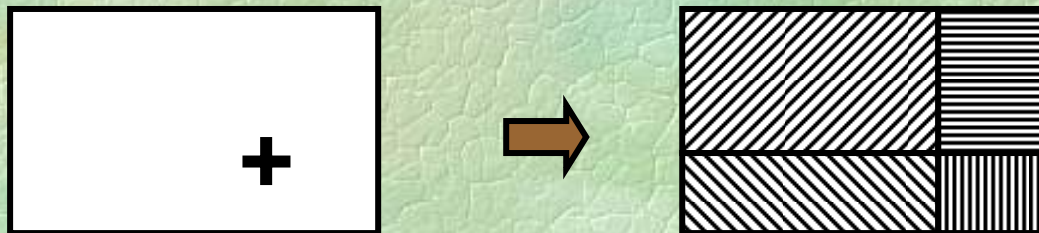
TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Tensiones producidas por acciones exteriores (VIII)

Carga uniforme sobre superficie rectangular (I)

¿Y qué ocurre si el punto no se encuentra bajo un vértice?

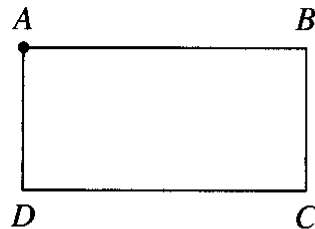
- ❖ Hay que hacer una composición de áreas cuyo resultado sea el área real de cargas.
- ❖ Todas estas áreas deben tener un vértice situado sobre el punto en el que se quieren calcular las tensiones.
- ❖ Varios ejemplos se muestran en esta página y la siguiente.



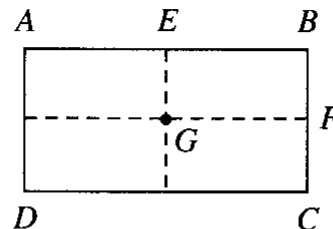
TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Tensiones producidas por acciones exteriores (IX)

Carga uniforme sobre superficie rectangular (II)

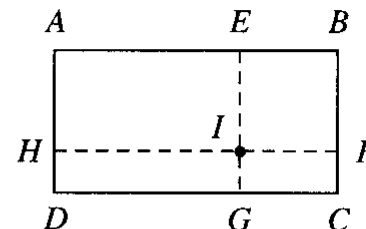


Case I



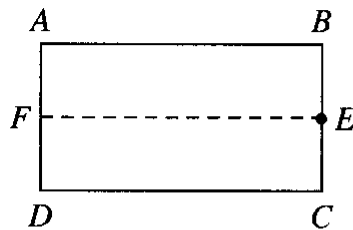
Case II

Load on ABCD =
 $4 \times \text{Load on EBF}$



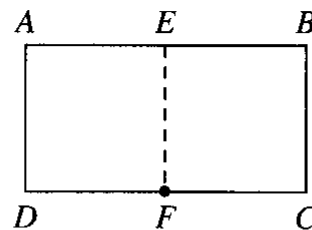
Case III

Load on ABCD = Load on
 $EBFI + IFCG + IGDH + AEIH$



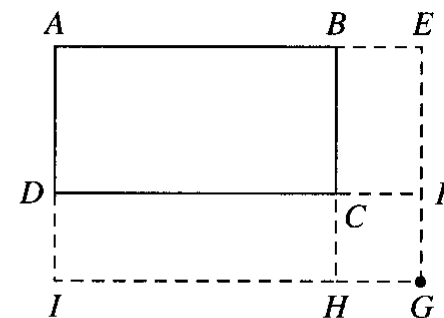
Case IV

Load on ABCD =
 $2 \times \text{Load on ABEF}$



Case V

Load on ABCD =
 $2 \times \text{Load on EBCF}$



Case VI

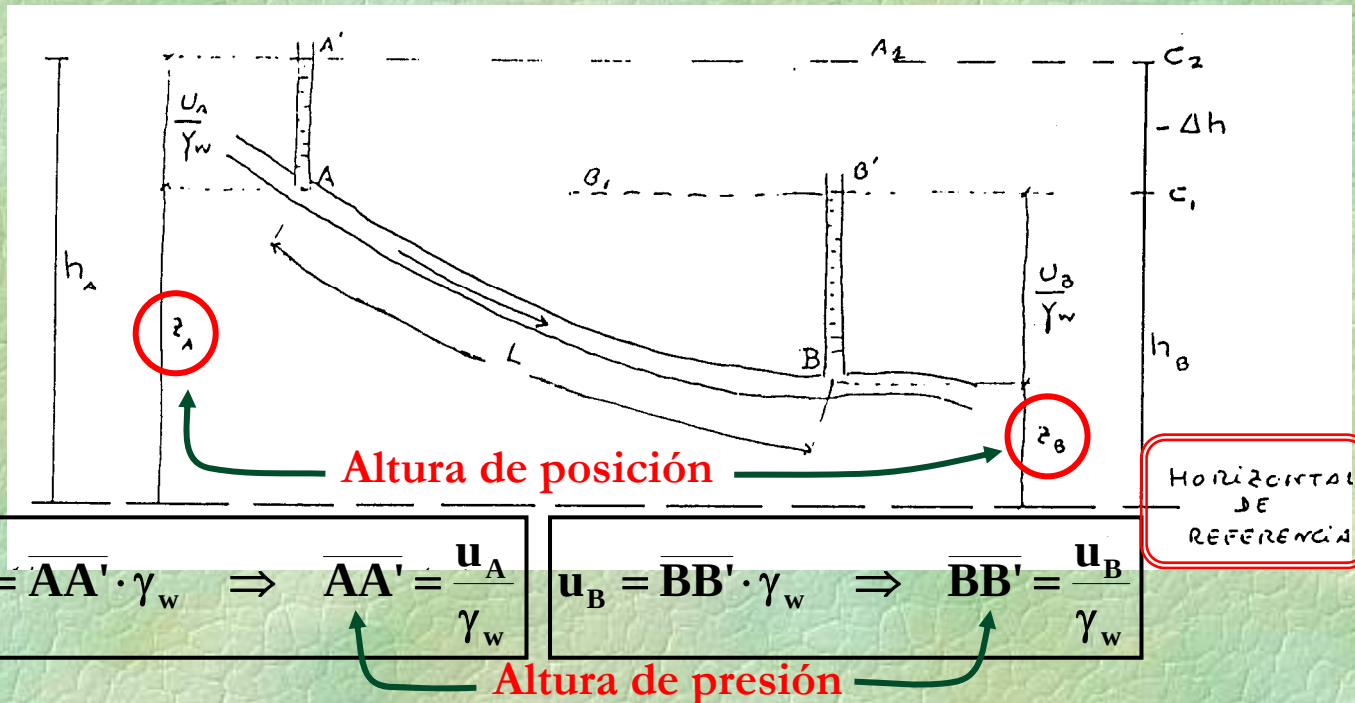
Load on ABCD = Load on
 $AEGI - BEGH - DFGI + CFGH$



TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Flujo de agua en el suelo. Permeabilidad (I)

Teorema de Bernoulli (I)



- Sea una molécula de agua que circula a través de un suelo desde el punto A hasta el punto B, recorriendo una distancia L.
- Se denomina altura de posición a la cota de los puntos A y B sobre una horizontal de referencia cualquiera, y se representa por z_A y z_B .
- Por otra parte, si en los puntos A y B introdujéramos unos tubos huecos, el agua subiría por ellos hasta el nivel freático (A' y B') debido a su presión intersticial. Las alturas AA' y BB' se denominan altura de presión.

TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Flujo de agua en el suelo. Permeabilidad (II)

Teorema de Bernoulli (II)

- Se denomina altura de piezométrica, nivel piezométrico o carga hidráulica a la suma de la altura de presión y la altura de posición en un punto.

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w}$$

Nivel piezométrico
Altura piezométrica
Carga hidráulica

- El movimiento del agua entre los puntos A y B se produce por el principio de la conservación de la energía. Si se aplica este principio entre ambos puntos, pero por unidad de peso, se tiene:

$$z_A + \frac{v_A^2}{2 \cdot g} + \frac{u_A}{\gamma_w} = z_B + \frac{v_B^2}{2 \cdot g} + \frac{u_B}{\gamma_w} + \text{energía perdida}$$

Diagram illustrating the Bernoulli equation for flow in a soil medium. The equation is shown with arrows pointing to the terms:

- z_A : "Energía" potencial
- $\frac{v_A^2}{2 \cdot g}$: "Energía" cinética
- $\frac{u_A}{\gamma_w}$: "Energía" de presión

A bracket on the right side of the equation indicates that the kinetic and pressure energy terms are negligible:

Despreciable por la pequeña velocidad de circulación del agua en el suelo

Below the equation, the head loss is represented as:

$$h_A = h_B + \Delta h$$

where Δh is circled in red and labeled "Pérdida de carga".



TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Flujo de agua en el suelo. Permeabilidad (III)

Teorema de Bernoulli (III)

→ Gradiente hidráulico:

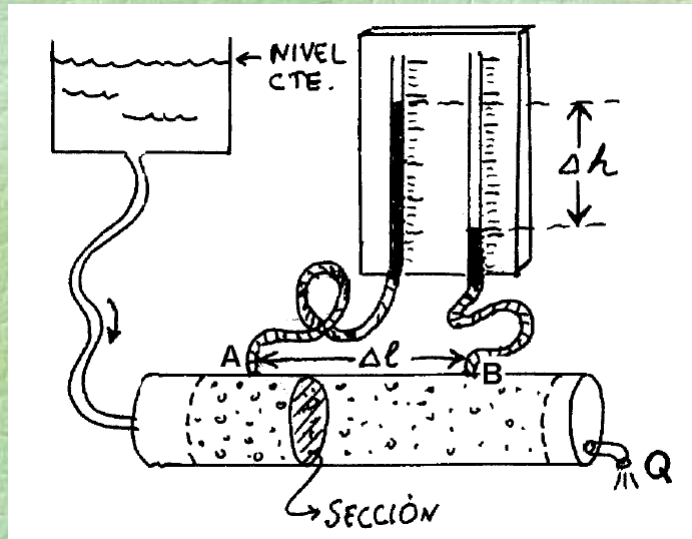
$$i_{AB} = \frac{h_A - h_B}{L_{AB}}$$

Los fluidos se ponen en movimiento cuando existen variaciones de altura piezométrica, y se circula de mayor altura a menor altura.

TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Flujo de agua en el suelo. Permeabilidad (IV)

Ley de Darcy (1856). Coeficiente de permeabilidad



- En 1856 H. Darcy realizó el experimento que se muestra en la figura. Hizo pasar un caudal de agua Q a través de una muestra de suelo de forma cilíndrica.
- En los puntos A y B de la muestra colocó dos tubos por los que ascendía el agua hasta equilibrar su presión con la atmosférica.
- Darcy observó que siempre se cumplía la siguiente relación:

$$Q = k \cdot S \cdot i_{AB} = k \cdot S \cdot \frac{h_A - h_B}{\Delta l} = k \cdot S \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

- A la constante “ k ” le denominó coeficiente de permeabilidad y tiene unidades de velocidad. De hecho, tal como se observa en la expresión siguiente, k es proporcional a la velocidad de circulación del agua, por lo que a mayor k el agua circulará más rápidamente por el suelo, y viceversa.

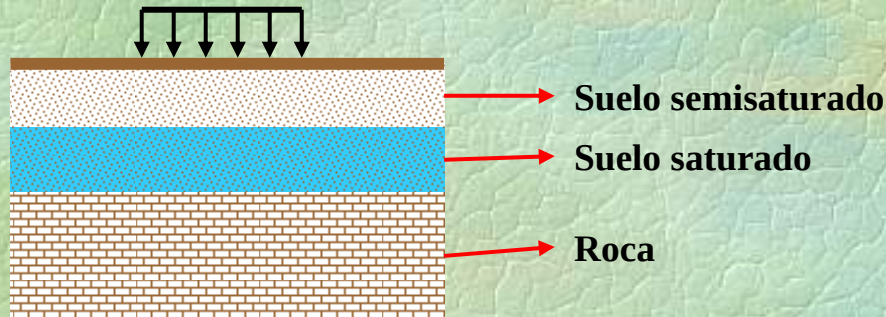
$$Q = v \cdot S = k \cdot i \cdot S \Rightarrow v = k \cdot i$$

Tabla que muestra valores de k para distintos tipos de suelos

Tipo de suelo	k (cm/s)
Grava mal graduada (GP)	≥ 1
Grava uniforme (GP)	$0'2 \div 1$
Grava bien graduada (GW)	$0'05 \div 0'3$
Arena uniforme (SP)	$5 \cdot 10^{-3} \div 0'2$
Arena bien graduada (SW)	$10^{-3} \div 0'1$
Arena limosa (SM)	$10^{-3} \div 5 \cdot 10^{-3}$
Arena arcillosa (SC)	$10^{-4} \div 10^{-3}$
Limo de baja plasticidad (ML)	$5 \cdot 10^{-5} \div 10^{-4}$
Arcillas de baja plasticidad (CL)	$10^{-8} \div 10^{-5}$

TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Distribución de tensiones entre las distintas fases del suelo



- Bajo la acción de cargas exteriores el suelo queda sometido a compresión y tiende a sufrir una variación de volumen.
- En suelos semisaturados con bajo grado de saturación se puede considerar que esta variación de volumen se produce por reordenación de las partículas sólidas. Toda la tensión producida por las acciones exteriores es asumida por las partículas sólidas.
- En suelos semisaturados con alto grado de saturación el análisis es muy complejo y queda fuera de este curso.
- En suelos saturados se produce un reparto de la tensión producida por las acciones exteriores entre las partículas sólidas y el agua intersticial, y la variación de volumen se produce por eliminación de agua. El comportamiento es distinto en gravas y arenas, por un lado, y en arcillas, suelos orgánicos y limos (en menor medida), por otro, porque sus coeficientes de permeabilidad son muy distintos.

TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Variación de tensiones en el tiempo en suelos de permeabilidad baja saturados: el fenómeno de la consolidación (I)

- ➔ Bajo la acción de cargas exteriores el suelo queda sometido a compresión y tendería a sufrir la correspondiente variación de volumen.
- ➔ Pero el agua no puede drenar como consecuencia de su baja permeabilidad y aparecen sobrepresiones intersticiales (en el agua) en las inmediaciones de la zona de aplicación de las cargas.
- ➔ Esta distribución de sobrepresiones es variable en el espacio; en consecuencia aparecen gradientes hidráulicos bajo los cuales el agua fluye desde las zonas de fuertes sobrepresiones intersticiales hacia las zonas de sobrepresión menor o nula.
- ➔ Entonces, los huecos dejados por el agua son ocupados por las partículas sólidas que van adquiriendo mayor tensión efectiva.
- ➔ En función de las características del suelo, esta situación puede durar años.
- ➔ En definitiva, **consolidación** es el fenómeno de disminución a lo largo del tiempo del volumen del suelo, a medida que se disipa la presión intersticial.
- ➔ Esta variación se muestra gráficamente en la página siguiente.

TEMA 4. DETERMINACION DE TENSIONES.

Variación de tensiones en el tiempo en suelos de permeabilidad baja saturados: el fenómeno de la consolidación (II)

