INTRODUCCIÓN A LOS MÉTODOS NUMÉRICOS[1]

EJERCICIOS (Métodos para la resolución de Sistemas Lineales).

1.a) Resolver los siguientes sistemas lineales $A\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con aritmética de redondeo de dos dígitos y luego repetir con aritmética de redondeo de cuatro dígitos, usando:

i) eliminación Gaussiana con sustitución hacia atrás,
ii) eliminación Gaussiana con pivoteo máximo de columna,
iii) eliminación Gaussiana con pivoteo escalado de columna con factores de escala fijos,
iv) eliminación Gaussiana con pivoteo escalado de columna,
v) eliminación Gaussiana con pivoteo escalado de columna modificado,
vi) el algoritmo de Gauss-Jordan sin pivoteo,
vii) el algoritmo de Gauss-Jordan con pivoteo máximo de columna,
viii) el algoritmo de Gauss-Jordan con pivoteo escalado de columna.

1.b) Resolver los siguientes sistemas lineales $A\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con aritmética de redondeo de tres dígitos, usando:

i) el algoritmo de factorización directa de Doolittle,
ii) el algoritmo de factorización directa de Crout,
iii) el algoritmo de factorización directa de Doolittle con pivoteo máximo de columna,
iv) el algoritmo de factorización directa de Crout con pivoteo máximo de columna,
v) el algoritmo de factorización directa de Doolittle con pivoteo escalado de columna,
vi) el algoritmo de factorización directa de Crout con pivoteo escalado de columna.

$$a)\qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 6 \\ 16 \end{pmatrix};$$

$$b)\qquad A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}; \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}; \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix};$$

$$c)\qquad A = \begin{pmatrix} 2.51 & 1.48 & 4.53 \\ 1.48 & 0.93 & -1.30 \\ 2.68 & 3.04 & -1.48 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0.05 \\ 1.03 \\ -0.53 \end{pmatrix}; \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2. Resolver los siguientes sistemas lineales $A\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con aritmética de redondeo de tres dígitos, y luego con aritmética de redondeo a cinco dígitos, usando el algoritmo de Cholewsky.

$$a)\qquad A = \begin{pmatrix} -3.60 & 2.40 & 1.50 \\ 1.40 & -1.30 & 2.65 \\ 4.26 & -3.00 & 2.85 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1.359 \\ -3.725 \\ -3.623 \end{pmatrix};$$

$$b)\qquad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & -1 & 4 & 4 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 11 \\ 14 \\ 4 \\ 16 \\ 18 \end{pmatrix};$$

$$c)\qquad A = \begin{pmatrix} 2.0 & -4.0 & -3.25 & 1.0 \\ 3.0 & -3.0 & -4.30 & 8.0 \\ 1.0 & -5.0 & 3.30 & -20.0 \\ 2.5 & -4.0 & 2.00 & -3.0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4.84 \\ 8.89 \\ -14.01 \\ -20.29 \end{pmatrix}.$$

[1] **Parte 3**

3. Resolver los siguientes sistemas lineales $A\ \mathbf{x} = \mathbf{b}$ con aritmética de redondeo de tres dígitos, usando:

i) el algoritmo de factorización de Doolittle para sistemas tridiagonales,

ii) el algoritmo de factorización de Crout para sistemas tridiagonales.

$$a) \qquad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$b) \qquad A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 9 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 9 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 9 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 9 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 9 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

4.a) Buscar la aproximación a la solución de los siguientes sistemas lineales $A\ \mathbf{x} = \mathbf{b}$, con aritmética de redondeo de tres dígitos y luego con aritmética de cinco dígitos, efectuando tres iteraciones, con aproximación inicial $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$, y usando:

i) el algoritmo iterativo de Jacobi,

ii) el algoritmo iterativo de Gauss-Seidel.

4.b) Buscar la aproximación a la solución de los siguientes sistemas lineales $A\ \mathbf{x} = \mathbf{b}$, con aritmética de redondeo de tres dígitos y luego con aritmética de cinco dígitos, efectuando tres iteraciones, con aproximación inicial $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$, y usando:

i) el método de relajación (en su forma simple),

ii) el algoritmo iterativo SOR (con $\omega = 1.25$).

$$a) \qquad A = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 6 & 0 \\ 0 & 10 & 8 & 4 \\ 2 & 0 & 10 & 2 \\ 1 & 0 & 6 & 10 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 16.4 \\ -3.8 \\ 36.9 \\ 36.9 \end{pmatrix};$$

$$b) \qquad A = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 10 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 10 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 10 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 10 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 15 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 25 \end{pmatrix};$$

$$c) \qquad A = \begin{pmatrix} 8 & -2.4 & -1.6 & 2 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & -4 & -2.3 \\ 0 & 3.2 & 8 & 1.6 & 2.4 \\ -3.2 & 0 & 4.8 & 10 & 2.1 \\ -1.6 & 0 & 1.6 & 2.4 & 8 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 12 \\ 21.06 \\ -23.28 \\ -14.06 \\ -22.32 \end{pmatrix};$$

$$d) \qquad A = \begin{pmatrix} 4 & 0.8 & 0 & 1.2 & 0 \\ 0 & 8 & 1.6 & 1.6 & 2.4 \\ 2.4 & 0.8 & 8 & 0 & 1.6 \\ 0 & 1.8 & 0 & 6 & 0.6 \\ 2.2 & 0 & 2.3 & 1.5 & 10 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5.6 \\ -13.472 \\ 30.16 \\ 6.54 \\ -15.631 \end{pmatrix}.$$