Preguntas tipo TEST de autoevaluación

Sobre los métodos de mínimos cuadrados

1. Dado el sistema lineal $A\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

La solución de mínimos cuadrados y el vector residual son:
a) $\mathbf{x} = (2, 1)$ y $\mathbf{r} = (-1, 1, 1)$
b) $\mathbf{x} = (2, -2)$ y $\mathbf{r} = (-1, -1, 1)$
c) $\mathbf{x} = (2, 2)$ y $\mathbf{r} = (-1, 0, 1)$

2. Dado el sistema lineal $A\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

La solución de mínimos cuadrados y el vector residual son:
a) $\mathbf{x} = (2-\alpha, 1-\alpha, \alpha)$ y $\mathbf{r} = (-1, 1, 1)$
b) $\mathbf{x} = (2-\alpha, 2-\alpha, \alpha)$ y $\mathbf{r} = (-1, 0, 1)$
c) $\mathbf{x} = (2-\alpha, -2-\alpha, \alpha)$ y $\mathbf{r} = (-1, -1, 1)$

3. Encontrar la mejor aproximación de mínimos cuadrados a una función lineal para los siguientes datos $(-1, 0), (0, 1), (1, 3)$ y $(2, 9)$, usando las ecuaciones normales.
a) $y = 1.85 + 2.91\,x$
b) $y = 1.85 + 2.9\,x$
c) $y = 1.8 + 2.9\,x$

4. Encontrar la mejor aproximación de mínimos cuadrados a una función cuadrática para los siguientes datos $(-1, 0), (0, 1), (1, 3)$ y $(2, 9)$, usando las ecuaciones normales y con aritmética de 3 dígitos significativos.
a) $y = 0.56 + 1.65\,x + 1.24\,x^2$
b) $y = 0.55 + 1.65\,x + 1.25\,x^2$
c) $y = 0.55 + 1.66\,x + 1.25\,x^2$

5. Construir el polinomio de segundo grado $P(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ más próximo a los puntos $(0, -1), (1, 2), (2, 0)$ y $(3, 1)$. Resolver el sistema sobre-determinado original, $A\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$, usando las ecuaciones normales y con aritmética de 5 dígitos significativos. La solución obtenida es una aproximación a
a) $y = -0.6 + 1.9\,x - 0.5\,x^2$
b) $y = -0.45 + 1.75\,x - 0.25\,x^2$
c) $y = 0.9 + 2.5\,x - 1.25\,x^2$

6. Construir el polinomio de segundo grado $P(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ más próximo a los puntos $(0, -1), (1, 2), (2, 0)$ y $(3, 1)$. Resolver el sistema sobre-determinado original, $A\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$, realizando la factorización $Q\,R$ de la matriz del sistema mediante las transformaciones de Householder y con aritmética de 5 dígitos significativos. La solución obtenida es una aproximación a

a) $y = -0.45 + 1.75\,x - 0.25\,x^2$
b) $y = -0.6 + 1.9\,x - 0.5\,x^2$
c) $y = 0.9 + 2.5\,x - 1.25\,x^2$

7. Construir el polinomio de segundo grado $P(x) = a\ x^2 + b\ x + c$ más próximo a los puntos $(0,-1), (1,2), (2,0)$ y $(3,1)$. Resolver el sistema sobredeterminado original, $A\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ realizando la factorización $Q\,R$ de la matriz del sistema mediante las transformaciones de Givens y con aritmética de 5 dígitos significativos. La solución obtenida es una aproximación a
   a) $y = -0.45 + 1.75\,x - 0.25\,x^2$
   b) $y = 0.9 + 2.5\,x - 1.25\,x^2$
   c) $y = -0.6 + 1.9\,x - 0.5\,x^2$

8. El siguiente sistema lineal $A\ \mathbf{x} = \mathbf{b}$ está sobredeterminado

$$\begin{cases} x_1 + 3\ x_2 &= 4 \\ x_2 + 2\ x_3 &= -2 \\ -x_1 - x_2 &= 5 \\ 2\ x_2 + 3\ x_3 &= -6 \end{cases}$$

   Si, para obtener la solución de mínimos cuadratos $\mathbf{x}$, usamos el método de las ecuaciones normales y las resolvemos con el método de Cholewsky con aritmética de tres dígitos significativos, la solución obtenida es una aproximación a
   a) $\mathbf{x} = \left(-\frac{15}{18}, \frac{37}{9}, -\frac{38}{9}\right)$ b) $\mathbf{x} = \left(-\frac{157}{18}, \frac{37}{9}, -\frac{38}{9}\right)$ c) $\mathbf{x} = \left(-\frac{157}{18}, \frac{137}{9}, -\frac{38}{9}\right)$

9. El siguiente sistema lineal $A\ \mathbf{x} = \mathbf{b}$ está sobredeterminado

$$\begin{cases} x_1 + 3\ x_2 &= 4 \\ x_2 + 2\ x_3 &= -2 \\ -x_1 - x_2 &= 5 \\ 2\ x_2 + 3\ x_3 &= -6 \end{cases}$$

   Si, para obtener la solución de mínimos cuadratos $\mathbf{x}$, usamos el método de la factorización $Q\,R$ de la matriz asociada al sistema por el método de los reflectores de Householder con aritmética de tres dígitos significativos, la solución obtenida es una aproximación a
   a) $\mathbf{x} = \left(-\frac{15}{18}, \frac{37}{9}, -\frac{38}{9}\right)$ b) $\mathbf{x} = \left(-\frac{157}{18}, \frac{37}{9}, -\frac{38}{9}\right)$ c) $\mathbf{x} = \left(-\frac{157}{18}, \frac{137}{9}, -\frac{38}{9}\right)$

10. El siguiente sistema lineal $A\ \mathbf{x} = \mathbf{b}$ está sobredeterminado

$$\begin{cases} x_1 + 3\ x_2 &= 4 \\ x_2 + 2\ x_3 &= -2 \\ -x_1 - x_2 &= 5 \\ 2\ x_2 + 3\ x_3 &= -6 \end{cases}$$

   Si, para obtener la solución de mínimos cuadratos $\mathbf{x}$, usamos el método de la factorización $Q\,R$ de la matriz asociada al sistema por el método de las transformaciones de Givens con aritmética de tres dígitos significativos, la solución obtenida es una aproximación a
   a) $\mathbf{x} = \left(-\frac{15}{18}, \frac{37}{9}, -\frac{38}{9}\right)$ b) $\mathbf{x} = \left(-\frac{157}{18}, \frac{37}{9}, -\frac{38}{9}\right)$ c) $\mathbf{x} = \left(-\frac{157}{18}, \frac{137}{9}, -\frac{38}{9}\right)$

Respuestas

1 *c)*	2 *b)*	3 *c)*	4 *b)*	5 *a)*
6 *b)*	7 *c)*	8 *b)*	9 *b)*	10 *b)*