

## Capítulo 3

# Ejercicios con Winplot de funciones reales

### 3.1. Actividades con el programa epsilon delta.wp2

#### 3.1.1. Funcionamiento:

Se introduce:

- Un punto  $x$  (variable  $A$ )
- Un valor de límite en  $x = A$  (variable  $L$ )
- Un valor de  $\epsilon$  (variable  $E$ )
- Un valor de  $\delta$  (variable  $D$ )
- Una función  $F(X)$ . Para introducir una nueva función  $F(x)$  proceder como sigue:

- Seleccionamos **Ecua->Definir Función**.

Aparecerán las siguientes funciones:

$$\mathbf{H(X)=HVS(1.8-X)POWER(2,X)+ HVS(X-1.8)POWER(3, X-1)}$$

$$\mathbf{F(X)=H(X)}$$

- Editamos la función  $H(X)$  según nos interese. Por ejemplo, introduciendo  $H(X) = POWER(5, X)$  significa que la función con la que trabajaremos será es  $F(x) = x^5$ .

#### NOTA

Observa la expresión de la función  $H(X)$ :

$$\mathbf{H(X)=HVS(1.8-X)POWER(2,X)+ HVS(X-1.8)POWER(3, X-1)}$$

La función de Heaviside  $HVS()$  de Winplot se utiliza para definir funciones a trozos. En este caso, la función  $H(X)$  definida de forma diferente en  $(-\infty, 1.8)$  y en  $(1.8, \infty)$  es la siguiente:

$$H(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1.8 \\ (x-1)^3 & \text{si } x > 1.8 \end{cases}$$

El programa muestra el segmento  $(A-D, A+D)$  en el eje  $OX$  y el segmento  $(L-E, L+E)$  en el eje  $OY$ .

### 3.1.2. Trabajos a realizar:

1. Se trata de estudiar si en el punto  $x = A$  se verifica la condición  $\epsilon - \delta$  de existencia de límite. Es decir, si dado un valor  $E > 0$ , es posible encontrar un valor  $D > 0$  tal que si tomamos un  $x \neq A$  que se encuentra en  $(A - D, A + D)$ , entonces  $F(x)$  se encuentra en  $(L - E, L + E)$ . Estudiar esta propiedad para diversas funciones  $F(x)$  y en diversos puntos  $x = A$ .
2. Supongamos que nos movemos en una zona del dominio donde sí existe límite en cada punto. Para cierto punto  $x$ , dado  $E > 0$  somos capaces de encontrar un  $D > 0$  que cumple la condición. Ahora bien, si cambiamos el punto  $x$ , para el mismo valor  $E$  de antes, ¿nos vale el mismo valor  $D$  anterior?

## 3.2. Actividades con el programa convergencia sucesiones y funciones.wp2

### 3.2.1. Funcionamiento:

El significado y el modo de trabajar con las variables  $A$  y  $L$  es el mismo que en el programa **epsilon delta.wp2**. La función  $F(x)$  se edita del mismo modo. También se introduce una sucesión  $\{x_n\}$  convergente a  $L$  y se calcula la sucesión  $\{F(x_n)\}$ .

### 3.2.2. Trabajos a realizar:

Se trata de estudiar la convergencia de  $\{F(x_n)\}$  según diversos valores de  $A$  y  $L$ . Explicar los resultados obtenidos.

## 3.3. Actividades con los programas maquina de coser.wp2/maquina de coser aux.wp2

Se introducen los parámetros del diseño:

$A$ =ángulo de giro

$R$ =radio del volante

$H$ =punto sobre el eje  $OY$  donde está el centro de la circunferencia

$G$ =longitud de la biela

$D$ =longitud del pistón donde está la aguja

### 3.3. ACTIVIDADES CON LOS PROGRAMAS MAQUINA DE COSER.WP2/MAQUINA DE COSER

Se representa el diseño del pistón de la máquina de coser con las cotas establecidas. Una ventana auxiliar se representa diversas funciones relacionadas. Para acceder a esta ventana:

**Anim->Ventana dependiente**, en el menú de esta ventana, abrir el fichero **maquina de coser aux.wp2**, que muestra tres funciones:

- $y(x)$ , que es la altura (coordenada  $y$ ) a la que se encuentra el punto sobre el volante
- der1, derivada primera de  $y(x)$  respecto a  $x$ .
- der2, derivada segunda de  $y(x)$  respecto a  $x$ .

Además, el programa representa los segmentos

seg  $(A, 10)$  a  $(A, -10)$

seg  $(0, B)$  a  $(10, B)$

Modificando  $A$  y  $B$  podemos averiguar la abscisa y la ordenada de cualquier punto.

#### 3.3.1. Trabajos a realizar:

1. Estudiar el modo en que cambian las gráficas de  $y(x)$ ,  $y'(x)$  e  $y''(x)$  según los parámetros de diseño.
2. Relacionar el signo de  $y'(x)$  e  $y''(x)$  con el comportamiento de  $y(x)$ .
3. Calcular el ángulo  $x$  donde la aceleración de  $y(x)$  es máxima.
4. El valor de la aceleración en cada punto  $x$  es importante porque está relacionado con la tensión que sufre el hilo de costura. Viendo la gráfica, ¿cuál es el valor máximo de la aceleración? ¿En qué punto  $x$  se alcanza? Diseñar la máquina de modo que la aceleración máxima no supere el valor  $1.46 \text{ cm/rad}^2$ .