

Capítulo 3

Ejercicios con Winplot de funciones reales

3.1. Actividades con el programa epsilon delta.wp2

3.1.1. Funcionamiento:

Se introduce:

- Un punto x (variable A)
- Un valor de límite en $x = A$ (variable L)
- Un valor de ϵ (variable E)
- Un valor de δ (variable D)
- Una función $F(X)$. Para introducir una nueva función $F(x)$ proceder como sigue:

- Seleccionamos **Ecua->Definir Función**.

Aparecerán las siguientes funciones:

H(X)=HVS(1.8-X)POWER(2,X)+ HVS(X-1.8)POWER(3, X-1)

F(X)=H(X)

- Editamos la función $H(X)$ según nos interese. Por ejemplo, introduciendo $H(X) = POWER(5, X)$ significa que la función con la que trabajaremos será es $F(x) = x^5$.

NOTA

Observa la expresión de la función $H(X)$:

H(X)=HVS(1.8-X)POWER(2,X)+ HVS(X-1.8)POWER(3, X-1)

La función de Heaviside $HVS()$ de Winplot se utiliza para definir funciones a trozos. En este caso, la función $H(X)$ definida de forma diferente en $(-\infty, 1.8)$ y en $(1.8, \infty)$ es la siguiente:

$$H(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1.8 \\ (x-1)^3 & \text{si } x > 1.8 \end{cases}$$

El programa muestra el segmento $(A-D, A+D)$ en el eje OX y el segmento $(L-E, L+E)$ en el eje OY .

3.1.2. Trabajos a realizar:

1. Se trata de estudiar si en el punto $x = A$ se verifica la condición $\epsilon - \delta$ de existencia de límite. Es decir, si dado un valor $E > 0$, es posible encontrar un valor $D > 0$ tal que si tomamos un $x \neq A$ que se encuentra en $(A-D, A+D)$, entonces $F(x)$ se encuentra en $(L-E, L+E)$. Estudiar esta propiedad para diversas funciones $F(x)$ y en diversos puntos $x = A$.
2. Supongamos que nos movemos en una zona del dominio donde sí existe límite en cada punto. Para cierto punto x , dado $E > 0$ somos capaces de encontrar un $D > 0$ que cumple la condición. Ahora bien, si cambiamos el punto x , para el mismo valor E de antes, ¿nos vale el mismo valor D anterior?

3.2. Actividades con el programa convergencia sucesiones y funciones.wp2

3.2.1. Funcionamiento:

El significado y el modo de trabajar con las variables A y L es el mismo que en el programa **epsilon delta.wp2**. La función $F(x)$ se edita del mismo modo. También se introduce una sucesión $\{x_n\}$ convergente a L y se calcula la sucesión $\{F(x_n)\}$.

3.2.2. Trabajos a realizar:

Se trata de estudiar la convergencia de $\{F(x_n)\}$ según diversos valores de A y L . Explicar los resultados obtenidos.

3.3. Actividades con los programas maquina de coser.wp2/maquina de coser aux.wp2

Se introducen los parámetros del diseño:

A =ángulo de giro

R =radio del volante

H =punto sobre el eje OY donde está el centro de la circunferencia

G =longitud de la biela

D =longitud del pistón donde está la aguja

3.3. ACTIVIDADES CON LOS PROGRAMAS **MAQUINA DE COSER.WP2/MAQUINA DE COSER**

Se representa el diseño del pistón de la máquina de coser con las cotas establecidas. Una ventana auxiliar se representa diversas funciones relacionadas. Para acceder a esta ventana:

Anim->Ventana dependiente, en el menú de esta ventana, abrir el fichero **maquina de coser aux.wp2**, que muestra tres funciones:

- $y(x)$, que es la altura (coordenada y) a la que se encuentra el punto sobre el volante
- der1, derivada primera de $y(x)$ respecto a x .
- der2, derivada segunda de $y(x)$ respecto a x .

Además, el programa representa los segmentos

seg $(A, 10)$ a $(A, -10)$

seg $(0, B)$ a $(10, B)$

Modificando A y B podemos averiguar la abscisa y la ordenada de cualquier punto.

3.3.1. Trabajos a realizar:

1. Estudiar el modo en que cambian las gráficas de $y(x)$, $y'(x)$ e $y''(x)$ según los parámetros de diseño.
2. Relacionar el signo de $y'(x)$ e $y''(x)$ con el comportamiento de $y(x)$.
3. Calcular el ángulo x donde la aceleración de $y(x)$ es máxima.
4. El valor de la aceleración en cada punto x es importante porque está relacionado con la tensión que sufre el hilo de costura. Viendo la gráfica, ¿cuál es el valor máximo de la aceleración? ¿En qué punto x se alcanza? Diseñar la máquina de modo que la aceleración máxima no supere el valor 1.46 cm/rad^2 .