

5. gaiari buruzko autoebaluazioa

Gune honetan Zenbakizko analisiaren tresnak ebazten dituzten problema mota batzuekiko ariketa zerrenda bat proposatzen dizuegu. Horietariko batzuek zenbait atal dauzkate. Saia zaitez ariketa osoak ebazten edo ariketen atal batzuk. Amaieran soluzioak eta ebazteko prozesuen azalpenak daude zure lanarekin konparatzeko.

1. Aska ezazu ondoko sistema lineala proposatzen diren metodoetat,

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 & = & 6, \\ -7x_1 + 3x_2 - 2x_3 & = & -9, \\ -x_1 + 12x_2 - x_3 & = & 3, \end{cases}$$

- a) Gauss-en triangularizazio metodo arruntaz.
 - b) Zutabe piboteo partzialaz. Hau da, i . urratsean aukera ezazu i . zutabearen osagairik handiena, $|a_{pi}| = \max_{i \leq k \leq n} |a_{ki}|$, eta elkar-trukatu i . eta p . errenkadak, $E_i \longleftrightarrow E_p$. Kalkula ezazu eragiketak 4 digito esangarrietaz.
 - c) Piboteo osoa aplikatuz, hau da, i . urratsean errenkada eta zutabe guztien artean bila ezazu balio absolutuaz zein den osagairik handiena .
2. Demagun $f(x) = e^x - x^3 - 2 + \sin x$ funtzioa. Horren erroen balio hurbilduak kalkulatzeko, $f(x) = 0$, zenbait zenbakizko metodo eskura daukagu, besteak beste puntu finkoaren iterazioa eta Newton-ena.
 - a) urki ezazu $[4, 5]$ tartean puntu finkoaren konbergentzi baldintzak betetzen duen eta aurreko ekuazioaren baliokidea den $x = F(x)$ eskema.
 - b) Kalkula itzazu 4 iterazio 5 digito esangarriko aritmetikaz $[4, 5]$ tartean bai $p_n = p_{n-1} - f(p_{n-1})/f'(p_{n-1})$ Newton-en metodoaz eta bai $p_n = F(p_{n-1})$ puntu finkoaren metodoaz.
 - c) Aurreko ataleko segidetatik zein iruditzen zaizu azkarren konbergituko due-la? Zergatik? (irakur ezazu puntu finkoaren metodoaren teoriarik agertzen den errorearen bornapena)
 3. Demagun $f(x) = 2 \sin x^2 + x^2 + 3$ funtzioa $x \in [0, 2]$ tartean. Interpolazioa zein zenbakizko integrazioaren bidez haren grafikoari buruzko informazioa lor dezakegu.
 - a) Kalkula ezazu bere bigarren mailako polinomio interpolatzailea $(0, f(0))$, $(1, f(1))$ eta $(2, f(2))$ puntuetan Lagrange-ren elementuen bidez.
 - b) Kalkula ezazu Lagrange-ren interpolazioaz eraikitako polinomioaren integrala $[0, 2]$ tartean eta konparatu trapezioen erregelaz eta Simpson-en formulaz kalkulatuak balio hurbilduekin.
 - c) Aurreko atalaren emaitza hobetzeko aplika itzazu trapezioen eta Simpson-en formula konposatuak $[0, 2]$ tartea 10 azpitartetan bananduz.
 4. Hurbil ezazu $y'(x) = -y(x)(1 - y(x))/(1 + y(x))$, $y(0) = 0.5$ hasierako baldintzako problemaren soluzioa $x \in [0, 5]$ tartean Euler-en metodo arruntaz eta Euler-en metodo hobetuaz $h = 1.0$ urratsaz eta $h = 0.5$ urratsaz.