

4. gaiari buruzko autoebaluazioa

Gune honetan ekuazio diferentzialen xehetasun ugari aztertzen dituzten ariketa zerrenda bat proposatzen dizuegu. Horietariko batzuek zenbait atal daukate. Saia zaitez ariketa osoak ebazten edo ariketen atal batzuk. Amaieran soluzioak eta ebazteko prozesuen azalpenak daude zure lanarekin konparatzeko.

1. Demagun ondoko lehenengo ordenako ekuazio diferentziala. Bere adierazpenetik lor dezakezun informazio osoa kontutan hartuz, erantzun itzazu $y(x)$ soluzioari buruzko galdera hauek:

$$y' = -\frac{2xy}{2x^2 + y^2}$$

- a) Froga ezazu aurreko ekuazio diferentzialak aldagai bakar baten funtziopeko faktore integratzailea onartuko duela ekuazio zehatza bihurtzeko eta horren laguntzaz aska ezazu ekuazioa eta aurki ezazu bereziki $(1, -1)$ puntutik pasatzen den soluzioa.
- b) Soluzioaren deribatua kalkulatu gabe, froga ezazu aurreko atalean lortutako soluzioak $x = 0$ puntuan minimoa daukala eta baliozta ezazu funtzioa puntu hortan.
- c) Orain arte eskuratutako $(1, -1)$ puntutik pasatzen den soluzioaren informazio osoa erabiliz, marraz ezazu funtzioaren grafikoa.
- d) Froga ezazu ekuazioa ere homogenea dela eta ekuazio mota hau askatzeko metodoa erabiliz kalkula ezazu ekuazioaren soluzio guztiak.

2. Demagun lehenengo ordenako ekuazio diferentzial hau:

$$\frac{2y}{x} dx + \left(\frac{y^2}{x^2} - 1 \right) dy = 0$$

Erantzun itzazu ondoko galderak:

- a) Ekuazioa askatu gabe, ekuazioak ba al dauzka oreka soluziorik (betirako $y(x) = K$ konstanteak diren soluzioak)?
- b) Aurki ezazu ekuazioa zehatza bihurtzen duen $\mu(x, y) = x^n y^m$ faktor integratzailea n eta m berretzaile bereziekin eta horren laguntzaz ebatzi ezazu ekuazioa.
- c) Berretsi ezazu ekuazioa ere baita homogenea dela eta ebatzi ezazu ekuazio mota hauei aplikatzen zaien teknikaz. Aurki ezazu $(2, 1)$ puntutik pasatzen den soluzio berezia eta $(0, 0)$ puntutik pasatzen diren bi soluzio.

3. Erantzun itzazu lehenengo ordenako ekuazio diferentzialari buruzko galdera hauek:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{xy + y^2}$$

- a) Aurki ezazu ekuazioa zehatza bihurtzen duen $\mu(x, y) = \mu(y/x)$ faktor integratzailea eta horren laguntzaz ebatzi ezazu ekuazioa.
- b) Zeintzuk dira ekuazio diferentzialaren aldagai askea eta menpeko aldagaia? Froga ezazu aldagai askea eta menpeko aldagaia elkarren artean ordezkatzzen badituzu, orduan ekuazioa lineala agertuko dela. Ebatzi ezazu ekuazio lineala.
4. Aurki ezazu $y = g(x)$ funtzioa, non haren grafikoaren ukitzailea (x, y) puntu bakoitzean $(-y, x)$ koordenatuko puntutik pasatzen den.
5. Murriz ezazu ondoko 2. ordenako ekuazio diferentzialaren ordena eta gero aurkitu haren soluzioa:

$$yy'' - (y')^2 = y^2 y'$$

6. Aska ezazu ondoko 2. ordenako koefiziente konstantedun ekuazio diferentzial lineala:

$$y''' - y'' + y' - y = x^2 + x$$