

6. gaia

Ariketak.

6.1. Estatistika deskribatzailea.

1. Zerrenda honek edari-makina baten aurrean dauden 15 bezerok txanpona sartzen duenetik edaria atera arteko denbora (segundotan neurtuta) adierazten du:

20 25 22 20 25 20 21 22 22 24 23 20 23 20 25

a) Ordena ezazu lagina, maiztasun-taula moduan aurkeztuz.

b) Irudikatu zurtoin eta hosto-grafikoa.

c) Kalkulatu joera zentralerako estatistikoak.

(Em.: c) $\bar{x} = 22.1333$ segundo, $Me = 22$ seg, $Mo = 20$ seg)

2. Banketxe baten alarma-sistemari eragiteko diseinaturiko 6 etengailuren erantzuteko tartek 9, 8, 5, 11, 7 eta 5 milisegundo dira.

a) Kalkulatu batezbestekoa eta desbideratzea.

b) Irudikatu barra-grafiko metakorra.

c) Beste mota bateko etengailuek erantzuteko behar

duten denboraren batezbestekoa 6.8 milisegundo bada, non bariantza 12.25

milisegundo² baita, zeintzuk dira hobeak?

(Em.: a) $\bar{x} = 7.5$, $s_n = 2.1409$ milisegundo; c) sakabanapenaren aldetik, lehenengoak dira hobeak $CV_1 = 28.54\% < CV_2 = 51.47\%$)

3. Estatistika ikasten duten 5 ikasleren adineko lagin batean balio hauek agertzen dira: 22, 18, 26, 20 eta 24 urte. Haien pisuak: 52, 54, 56, 49 eta 50 kg dira.

a) Kalkulatu batezbestekoak.

b) Kalkulatu desbideratzeak.

c) Zein multzo da sakabanatuena?

(Em.: a) $\bar{x} = 22$ urte eta $\bar{y} = 52.2$ kg; b) $s_{n,x} = 2.8284$ urte eta $s_{n,y} = 2.5612$ kg; c) lehenengoa, $CV_x = 12.86\% > CV_y = 4.91\%$)

4. 40 ikasleren kalifikazioak ondoko zerrendan adierazten dira:

4 5 5 2 0 1 7 6 3 2 1 6 7 4 6 4 5 2 3 3
8 7 4 4 3 6 5 9 1 8 3 5 5 4 6 8 5 7 3 4

a) Kalkulatu joera zentraleko estatistikoak.

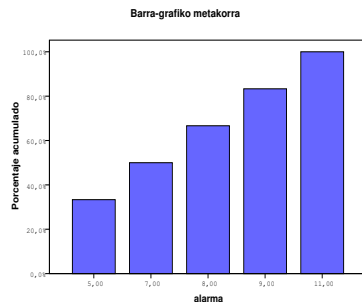
b) Demagun klase erdiak gainditu duela, zein izan da gainditzeko kalifikazioa? Demagun kalifikazio baxuen ikasleen %25ek *nota txarra* atera dutela eta kalifikazio altuen ikasleen %25ek *nota ona* atera dutela esaten dela, zein da nota txarren onena eta nota onen txarrena?

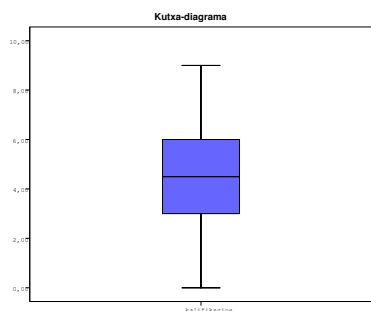
c) Irudikatu kutxa-diagrama. Zenbat outlier daude?

(Em.: a) $\bar{x} = 4.5250$ puntu, $Me = 4.5$ puntu eta bi moda daude, $Mo = 4$ puntu eta $Mo = 5$ puntu; b) $p_{50} = 4.5$ puntu, $p_{25} = 3$ puntu eta $p_{75} = 6$ puntu; c) ez dago outlierrik.)

Zurtoin eta hosto g.
Itxaronaldia

```
Stem & Leaf
 2 . 00000
 2 . 1
 2 . 222
 2 . 33
 2 . 4
 2 . 555
```





6.1. irudia. Grafikoak: 1.b), 2.b) eta 4.c).

6.2. Probabilitate-Teoria.

5. 3 kimikarik eta 2 biologok osatutako talde batetik zoriz 2 pertsonako batzorde bat aukeratzen da. Kimikari kopurua aztertzea interesatzen zaigu.

- Zein da definituko duzun aldagaia? zer motakoa da? zein da heina?
- Zein da balio bakoitza hartzeko probabilitatea?
- Zein da espero daitekeen kimikari-kopurua?
(Em.: a) $X =$ '2 pertsonako batzordeko kimikari-kopurua' z.a. diskretua, $Irudi(X) = \{0, 1, 2\}$; b) $f(0) = 1/10$, $f(1) = 6/10$ eta $f(2) = 3/10$; c) $\mu = 1.2 \approx 1$ kimikari)

6. Zori-joko batean hiru txanpon airera botatzean soilik aurpegiak edo soilik gurutzeak ateratzen badira, 5 euro irabazten da; berriz, 3 euro ordaindu

behar da aurpegi bat edo bi aurpegi ateratzean. Demagun irabazkina aztertu nahi dugula.

- Zein da definituko duzun aldagaia? zer motakoa da? zein da heina?
- Zein da balio bakoitza hartzeko probabilitatea?
- Zein da espero daitekeen jokalariairen irabazia?
(Em.: a) $X =$ 'hiru txanpon airera botatzean lortutako irabazkina (eurotan)' z.a. diskretua, $Irudi(X) = \{-3, +5\}$; b) $f(-3) = 0.75$ eta $f(5) = 0.25$; c) $\mu = -1$ euro, hots, joko bakoitzean euro bat ordaintzea espero dugu, batez beste.)

7. Gaixotasun berezi bat gainditzeko probabilitatea 0.4 da. 10 pertsonak gaitza hartu baldin badute,
- zein da, gutxienez, horietariko 4 bizirik ateratzeko probabilitatea?
 - zein da, gutxienez, 3 eta 6 pertsona bitartean bizirik ateratzeko probabilitatea?
 - zein da 5, zehatz-mehatz, bizirik ateratzeko probabilitatea?
 - Kalkula itzazu μ , σ^2 eta σ .
(Em.: a) 0.6178, b) 0.778, c) 0.2007, d) $\mu = 4$ pertsona, $\sigma^2 = 2.4$ pertsona² eta $\sigma = 1.55$ pertsona.)
8. Fabrikazio-prozesu industrial batean mota bateko pieza produzitzen dira lotetan. Kalitate kontrolaren arabera, gutxienez %1 akastun pieza duten loteak bazterzen dira. Lote baten akastun pieza ehunekoa ondoko dentsitate-funtzioa duen X zorizko aldagaia da:

$$f(x) = \begin{cases} 0.1x, & \text{baldin } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{190}(20-x), & \text{baldin } 1 \leq x < 20 \\ 0, & \text{beste kasuetan} \end{cases}$$

- Kalkula ezazu akastun pieza batezbesteko ehunekoa.
 - Kalkula ezazu zoriz aukeratutako lote bat baztertzeko probabilitatea, kalitate kontrolaren arabera.
 - Kalkula ezazu %10 akastun pieza baino gutxiago duen lote bat hautatzeko probabilitatea.
(Em.: a) $EX = 7\%$; b) $P(X \geq 1) = 0.95$; c) $P(X < 10) = 0.7368$)
9. Izan bedi $\mathcal{N}(0, 1)$ banaketari darraion Z zorizko aldagaia.
- Kalkula ezazu 25. eta 75. pertzentilak.
 - Kalkula ezazu Z aldagaia barne hesien artean egoteko probabilitatea, hau da, (m_1, m_3) tartean.
 - Zein da aipatutako tartetik kanpo dauden balioen izena?
(Em.: a) $p_{25} = -0.67$ eta $p_{75} = 0.67$, b) 0.9926, c) outlierrak)

6.3. Inferentzia estatistikoa.

10. Kalitate-kontroleko ingeniari batek bi litroko beirazko 25 botilen hormen lodierak neurtu zituen. Laginaren batezbesteko 4.05 mm izan zen eta desbiderapen estandarra 0.08 mm. Lor ezazu batezbesteko hormen lodierarako %90-eko konfiantza-tartea, populazioaren banaketa normala dela suposatuz. Ondoriozta daiteke hormen batezbesteko lodiera 4 eta 4.1 mm tartean dagoela?
(*Em.*: $I_{\mu}^{0.90} = (4.023, 4.077) \Rightarrow \text{bai.}$)
11. Irabiagailuak saltzen zituen handizkako merkatari batek irabiagailuen itxarotako erdibizitza (batezbesteko biziraupena) ezagutu nahi du. Enpresako administrazioak aztertu duenez, irabiagailuen bizitza 6 hilabetetako desbiderapen estandarra duen banaketa normalari darraio. 100 irabiagailuen zorizko lagina ateratzen da eta batezbestekoa 21 hilabetetakoa da. Kalkula ezazu irabiagailuen erdibizitzarako %95-eko konfiantza-tartea. Ondoriozta daiteke erdibizitza 2 urtekoa baino gutxiagokoa dela?
(*Em.*: $I_{\mu}^{0.95} = (19.824, 22.176)$ hilabete, beraz, bai $\mu < 24$.)
12. Aurreko ariketan, zein izan behar da lagin-tamaina, %95eko konfiantz-mailaz batezbestekoa estimatzeko errorea gehienez hilabete bat izateko?
(*Em.*: $n = 139$ irabiagailu)
13. 1000 etxetako zorizko lagin batean, 228tan butano erabiltzen dela ikusi da. Kalkula ezazu butano erabiltzen duten etxe-proporzioaren %99 mailako konfiantza-tartea. Ondoriozta daiteke 5 etxe bakoitzetik batek baino gutxiago butano erabiltzen duela?
(*Em.*: $I_p^{0.99} = (0.1938, 0.2622) \Rightarrow \text{ez, } p \not< 0.20$)
14. Aurreko ariketan, zein izan behar da lagin-tamaina, %99 konfiantz-mailaz, lagin-proporzioa eta populazio-proporzioaren arteko errorea %5 baino txikiagoa izateko?
(*Em.*: $n = 469$ etxe)
15. Bi fabrikak arrantza egiteko haria ekoizten dute. Hauste-koefizientea konparatzeko bi lagin hautatzen dira datuak ondokoak izanik:

1. fabrika: $n_1 = 114$ ale, $\bar{x}_1 = 17$ kg eta $s_{n-1,1}^2 = 1.5$ kg² eta
 2. fabrika: $n_2 = 116$ ale, $\bar{x}_2 = 19$ kg eta $s_{n-1,2}^2 = 1.8$ kg². Suposa dezagun populazio normalak direla, kalkula ezazu batezbestekoen arteko kendurarako %99 mailako konfiantza tarte. Baiezta daiteke 1. fabrikako hariak 2.ekoak baino errezago hausten direla?

$$(Em.: I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.99} = (-2.44, -1.56) \Rightarrow \text{Bai } \mu_1 < \mu_2)$$

16. Aurreko ariketan, zeintzuk izan behar dira lagin-tamainak, %99 konfiantza-mailaz, batezbestekoen diferentzia estimatzeko errorea gehienez kilogramo bakar bat izan dadin?

$$(Em.: \text{Nahikoa izango zen } n = 22 \text{ ale aztertzea fabrika bakoitzean.})$$

17. Lantegi batean langileek pieza bat muntatzeko denbora neurtzeko ikerketa egin da. Bi langile hautatzen dira zoriz, lehenengoak 12 pieza muntatzen ditu, denboraren batezbestekoa $\bar{x}_1 = 3.11$ seg eta $s_1 = 0.771$ seg direlarik; bigarren langileak, ordez, 10 pieza, non $\bar{x}_2 = 2.04$ seg eta $s_2 = 0.448$ seg diren. Kalkula ezazu populazioaren batezbestekoen arteko diferentziarako %90 mailako konfiantza-tartea. Demagun bariantza berdineko populazio normalak direla, diferentzia esanguratsurik dagoela ondoriozta daiteke?.

$$(Em.: I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.90} = (0.593, 1.547) \Rightarrow \mu_1 \neq \mu_2, \text{ bai, } \mu_1 > \mu_2)$$

18. Aurreko ariketan, suposatu dugu bariantza berdineko populazioak direla. Kalkula ezazu %90eko σ_1^2/σ_2^2 -ren konfiantza-tartea, non σ_1^2, σ_2^2 1. eta 2. langileek pieza muntatzeko erabilitako denboren populazio-bariantzak diren. Zer esan daiteke egin dugun suposizioari buruz?

$$(Em.: I_{\sigma_1^2/\sigma_2^2}^{0.90} = (0.9539, 8.5892) \Rightarrow 1 \in I \Rightarrow \sigma_1^2 = \sigma_2^2, \text{ suposizioa ontzat har daiteke})$$

19. Elikagai-ikuskatzaile batek bi markako marmelada-flaskoen ezipurutasun ehunekoa konparatu nahi du. 1. markako 15 flasko eta 2. markako 12 flasko zoriz hautatzen dira. Lehenengo laginean, batezbesteko ehunekoa 3.84 da, $s_1 = \%3.07$ izanik. Bigarrenean, $\bar{x}_2 = \%1.49$ eta $s_2 = \%0.80$. Kalkula ezazu populazioaren batezbestekoen arteko diferentziarako %95 mailako konfiantza-tartea, bariantza desberdineko populazio normalak direla suposatuz. Zein ondorio atera dezakegu?

$$(Em.: I_{\mu_1 - \mu_2}^{0.95} = (0.60, 4.10) \Rightarrow \mu_1 > \mu_2)$$

20. Aurreko ariketan, suposatu dugu bariantza desberdineko populazioak direla. Kalkula ezazu %98-ko σ_1^2/σ_2^2 -ren konfiantza-tartea, non σ_1^2, σ_2^2

1. eta 2. markako ezpurutasun ehunekoen populazio-bariantzak diren. Zer esan daiteke egin dugun suposizioari buruz?

(Em.: $I_{\sigma_1^2/\sigma_2^2}^{0.98} = (3.425, 56.991) \Rightarrow 1 \notin I \Rightarrow \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, suposizioa ontzat har daiteke)

21. Probintzia batean zentral nuklear bat eraikitzearen aldeko iritzia eza-gutzeko, ondoko datuak aurkitu ziren: kostaldeko 400 biztanleen artean 168 zentralaren alde daude, barrualdeko 500 biztanleen artean, ordez, 145 dira aldekoak. Kalkula ezazu %95-eko konfiantza-tartea kostaldean eta barrualdean bizatanleen zentral nuklearraren aldeko biztanle-proporzioen arteko diferentziarako. Zein ondorio atera dezakegu?

(Em.: $I_{p_1-p_2}^{0.95} = (0.0674, 0.1926) \Rightarrow p_1 > p_2$)

22. Aurreko ariketan, zeintzuk izan behar dira lagin-tamainak, %95 konfiantza-mailaz, proporzioen diferentzia estimatzeko errorea %5 baino txikiagoa izateko?

(Em.: $n_1 = 691$ kostaldeko biztanle eta $n_2 = 691$ barrualdeko biztanle)