5. gaia

Ariketak.

1. Newton-en metodoa erabiliz, kalkuluak 6 digitu esangarrirekin eginez eta, gehienez ere, 5 iterazio erabiliz, kalkula itzazu honako ekuazio hauen soluzio bat:

   a) $x^3 + 5x - 10 = 0, \quad p_0 = 1$ hartuz. *(Em.: $p_4 = 1.423318$)*

   b) $x^3 + 4x^2 - 10 = 0, \quad p_0 = 1.5$ hartuz. *(Em.: $p_4 = 1.365230$)*

2. Puntu finkoaren iterazioa erabiliz, kalkula ezazu $x = \sqrt{\frac{10}{4+x}}$ ekuazioaren soluzio bat, $p_0 = 1.5$ dela hartuz. Egin kalkuluak 6 digitu esangarrirekin eta, gehienez ere, 10 iterazio erabiliz. *(Em.: $p_7 = 1.365230$)*

3. Bisekzio-metodoa erabiliz, kalkula ezazu $x^3+4x^2-10 = 0$ ekuazioaren $[1, 2]$ tarteko soluzio bat. Egin kalkuluak 6 digitu esangarri erabiliz, eta gehienez, 7 iterazio eginez. Zer egin daiteke hurbilpenaren doitasuna hobetzeko? *(Em.: $p_7 = 1.367187$, baina $|f(p_7)| = 0.032356 > 10^{-6}$. Iterazio gehiago egin)*

4. Integra ezazu $f(x) = e^x$ funtzioa $[0, 3]$ tartean trapezioaren eta Simpson-en erregela konposatuak erabiliz, 7 puntu hartuz. Horretarako, aplika ezazu kasu bakoitzari dagokion koadratura-formula eta esan zer errore sortzen den kasu bakoitzean (Hori da espero daitekeena?). Erabili 6 digitu esangarri kalkuluak burutzeko. Azaldu nola hobetu litezkeen hurbilketak.
   (Em.: $I(f) = 19.085537$. $Q_{tk} = 19.481505$, non $R_{tk} = 0.395968$. $Q_{sk} = 19.091972$, non $R_{sk} = 0.006435$. Puntu gehiago hartuz, hau da, integrazio tartea azpitarte txikiagoetan zatituz.)

5. Integra ezazu $f(x) = e^x$ funtzioa $[0, 1.2]$ tartean trapezioaren eta Simpson-en erregela sinple eta konposatuak erabiliz, eta, konposatuen kasuan, 5 eta 7 puntuko kasuak kontsideratuz. Horretarako, aplika ezazu kasu bakoitzari dagokion koadratura-formula eta esan zer errore sortzen den kasu bakoitzean (Hori da espero daitekeena?).

Erabili 6 digitu esangarri, kalkuluak burutzeko. Azaldu nola hobetu litezkeen hurbilketak.
*(Em.: $I(f) = 2.320117$.
$Q_t = 2.592070$, non $R_t = 0.271953$. $Q_{t5} = 2.337492$, non $R_{t5} = 0.017375$. $Q_{t7} = 2.327846$, non $R_{t7} = 0.000773$.
$Q_s = 2.321718$, non $R_s = 0.001602$. $Q_{s5} = 2.320220$, non $R_{s5} = 0.000103$. $Q_{s7} = 2.320138$, non $R_{s7} = 0.000021$.
Puntu gehiago hartuz, hau da, integrazio-tartea azpitarte txikiagoetan zatituz.)*

6. (a) Estima ezazu $y(2)$, jakinik $y(x)$ funtzioa honako ekuazio diferentzial honen soluzioa dela:

$$\begin{cases} y'(x) = -y(x) + x + 1 \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Horretarako, erabili Euler-en metodoa, $n = 10$ urrats hartuz.

b) Soluzio zehatza $y(x) = x + e^{-x}$ dela jakinik, kalkula ezazu $y(2)$ eta errorea. Azaldu nola hobetu litekeen hurbilketaren doitasuna.
(Em.: (a) $y_{10} = 2.107374$, (b) $y(2) = 2 + e^{-2} = 2.135335$, errorea $= y(2) - y_{10} = 0.027961$. Errorea txikiagotzen da n handituz, hau da, $[0, 2]$ tartea azpitarte gehiagotan zatituz. Bestalde, Runge-Kutta-ren metodoak eta urrats anitzeko metodo linealak erabil ditzakegu doitasun handiagoa lortzeko.)

7. (a) Estima ezazu $y(1)$, jakinik $y(x)$ funtzioa honako ekuazio diferentzial honen soluzioa dela:

$$\begin{cases} y'(x) = -y(x) + x + 1 \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Horretarako, erabili Euler-en metodoa, $n = 10$ urrats hartuz.

(b) Soluzio zehatza $y(x) = x + e^{-x}$ dela jakinik, kalkula ezazu $y(1)$ eta errorea. Azaldu nola hobetu litekeen hurbilketaren doitasuna.
(Em.: (a) $y_{10} = 1.348678$, (b) $y(2) = 1 + e^{-1} = 1.367879$, errorea $= y(1) - y_{10} = 0.019201$. Errorea txikiagotzen da n handituz, hau da, $[0, 1]$ tartea azpitarte gehiagotan zatituz. Bestalde, Runge-Kutta-ren metodoak eta urrats anitzeko metodo linealak erabil ditzakegu, doitasun handiagoa lortzeko.)