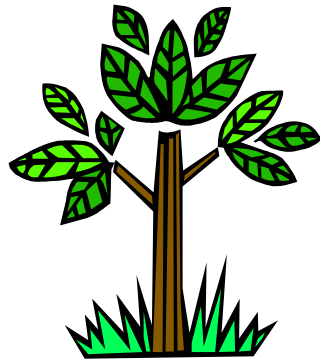




Datu egiturak

Zuhaitzak





Aurkibidea

- **Zer dira?**

- Zergatik dira garrantzitsuak
- Ezaugarriak
- Definizioak
 - Ez errekurtsiboa
 - Errekurtsiboa
- Terminologia

- **Inplementazio adibideak**

- Ez errekurtsiboa
- Errekurtsiboa

- **Metodo nagusiak**

- **Zuhaitz bat korritu**

- Aurre-ordenean
- In-ordenean
- Post-ordenean

- **Zuhaitz bereziak**

- Bilaketa-zuhaitz bitarrak
- AVL Zuhaitzak



Zuhaitzak

Zergatik dira garrantzitsuak? Helburuak

Gure helburua,

Elementu talde batean, oinarrizko eragiketak denbora gutxienean exekutatzea da:

- **Bilaketa**
 - **Ezabaketa**
 - **Txertaketa**



Zuhaitzak

Zergatik dira garrantzitsuak? Helburuak

Arrayak (ordenatua)



Elementu baten atzipena

Posizio batean: $O(1)$

Eduki bidez : $O(n)$

Elementu baten

txertaketa: $O(n)$

Zerrenda Estekatua(ordenatua)



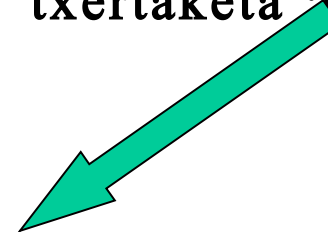
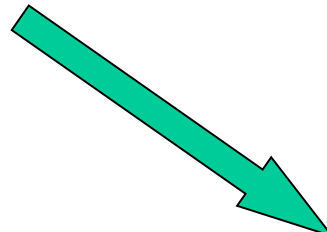
Elementu baten atzipena :

Posizio batean : $O(n)$

Eduki bidez : $O(n)$

Elementu baten

txertaketa : $O(1)$



ZUHAITZAK

Elementu baten bilaketa(eduki edo posizio) $O(\log n)$

Elementu baten txertaketa $O(\log n)$



Funtzioen haziketa $f(n)$

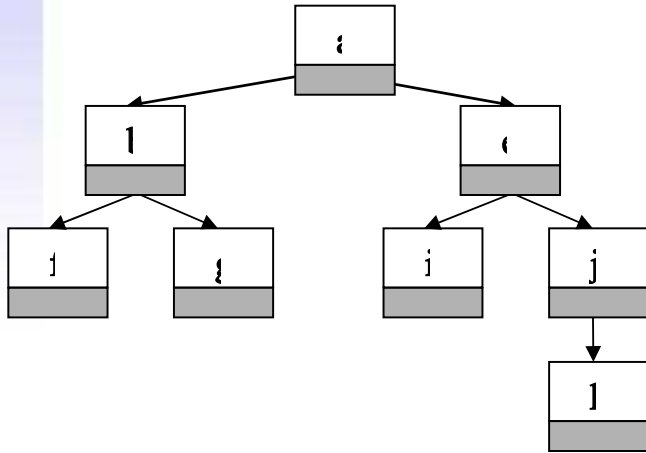
$\log n$	\sqrt{n}	n	$n \log n$	n^2	n^3	2^n
1	1,4	2	2	4	8	4
2	2,0	4	8	16	64	16
3	2,8	8	24	64	512	256
4	4,0	16	64	256	4.096	65.536
5	5,7	32	160	1.024	32.768	4.294.967.296
6	8,0	64	384	4.096	262.144	$1,8 * 10^{19}$
7	11,0	128	896	16.536	2.097.152	$3,4 * 10^{38}$



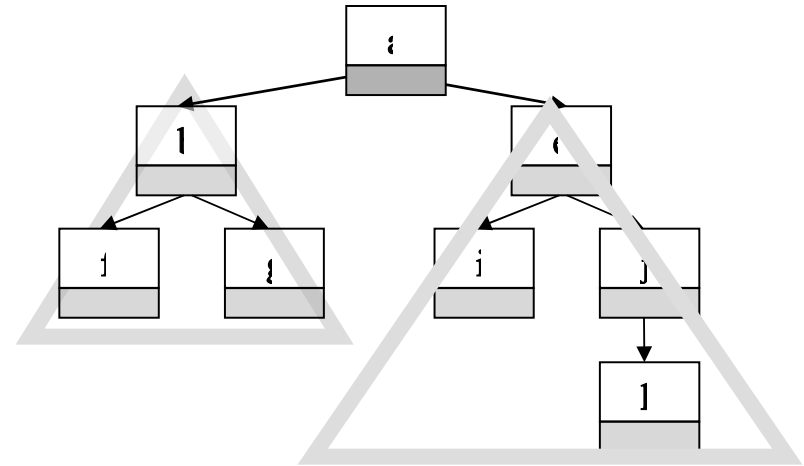
Zuhaitzak

Zer dira ? Ezaugarriak

- **Zuhaitz** bat elementuak **hierarkikoki** gordetzen dituen datu egitura **ez lineal** bat da
- Bi erataria definitu daiteke:



Definizio EZ Errekurtsiboa

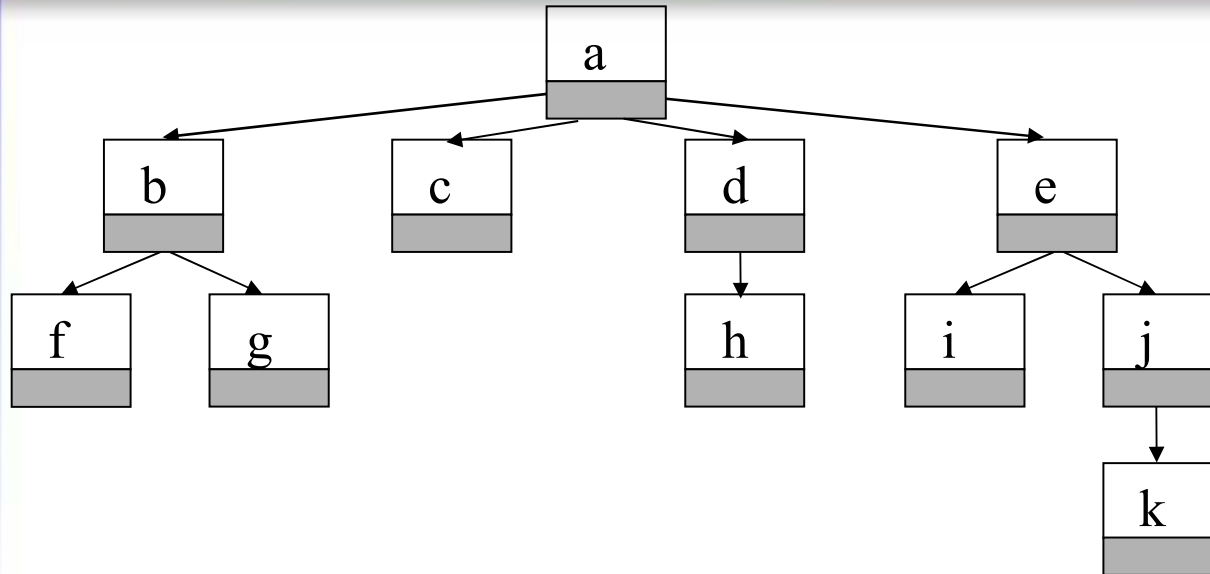


Definizio Errekurtsiboa



Zuhaitzak

Definizio ez errekurtsiboa



Zuhaitz bat osatzen dute:

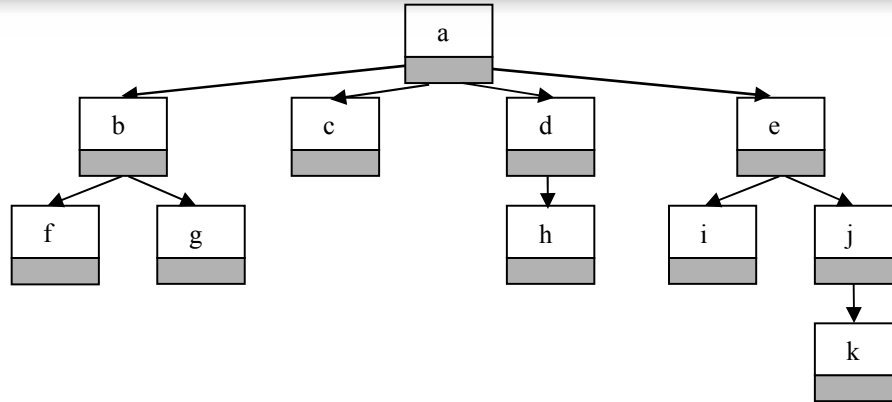
Adabegi multzo bat

Zuzendutako arku talde bat. Arku bakoitzak bi adabegi konektazen ditu **guraso-umea** erlazioaren bidez



Zuhaitzak

Definizio ez errekurtsiboa

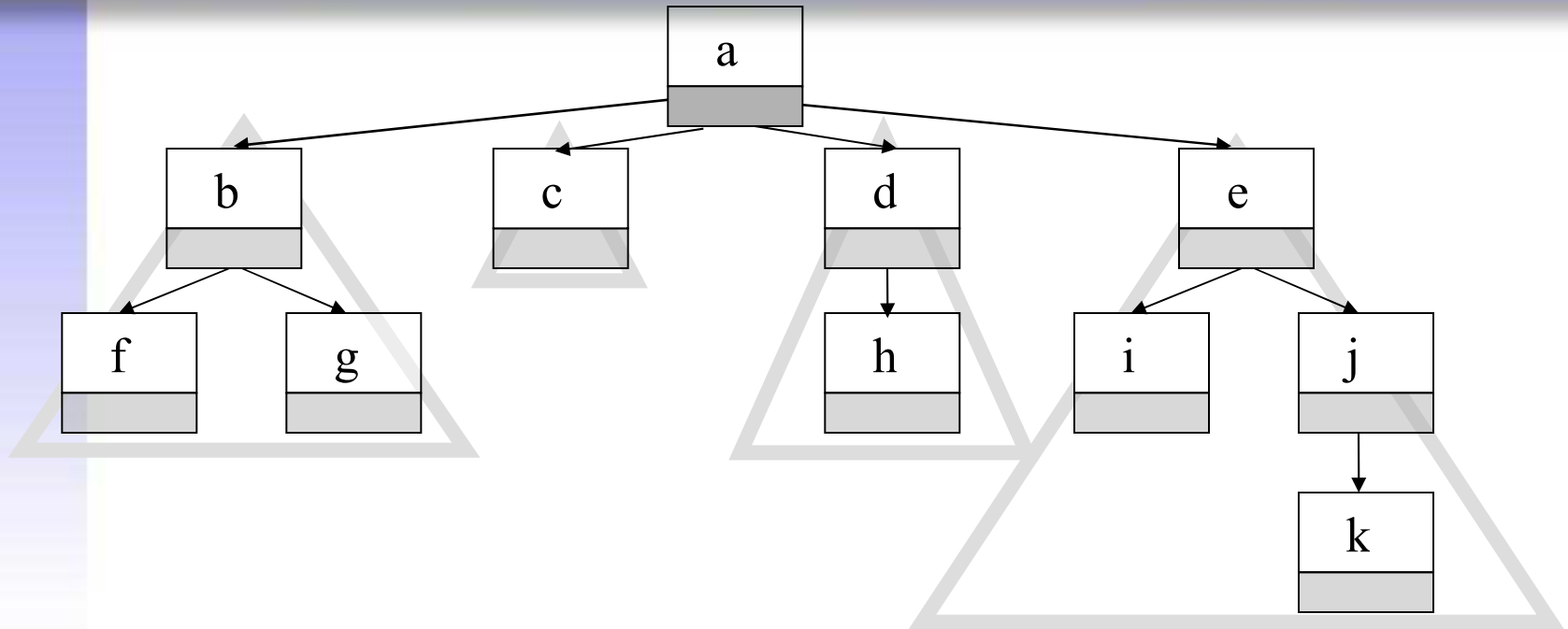


- Zuhaitz batean adabegi “a” bakar bat bereizten da **erroa** bezala (ez dauka gurasorik)
- Adabegi “u” bakoitza (erroa izan ezik) **arku** baten bidez konektatua dago “g” adabegi bakar bateri. Esaten da, “g” adabegia “u” adabegiaren **gurasoa** dela eta “u” “g”-ren **umea** dela.
- Umeak ez dauzkaten adabegiei **hostoak** deritzaie



Zuhaitzak

Definizio errekurtsiboa



Z **zuhaitz** bat hutsa da edo osatzen dute:

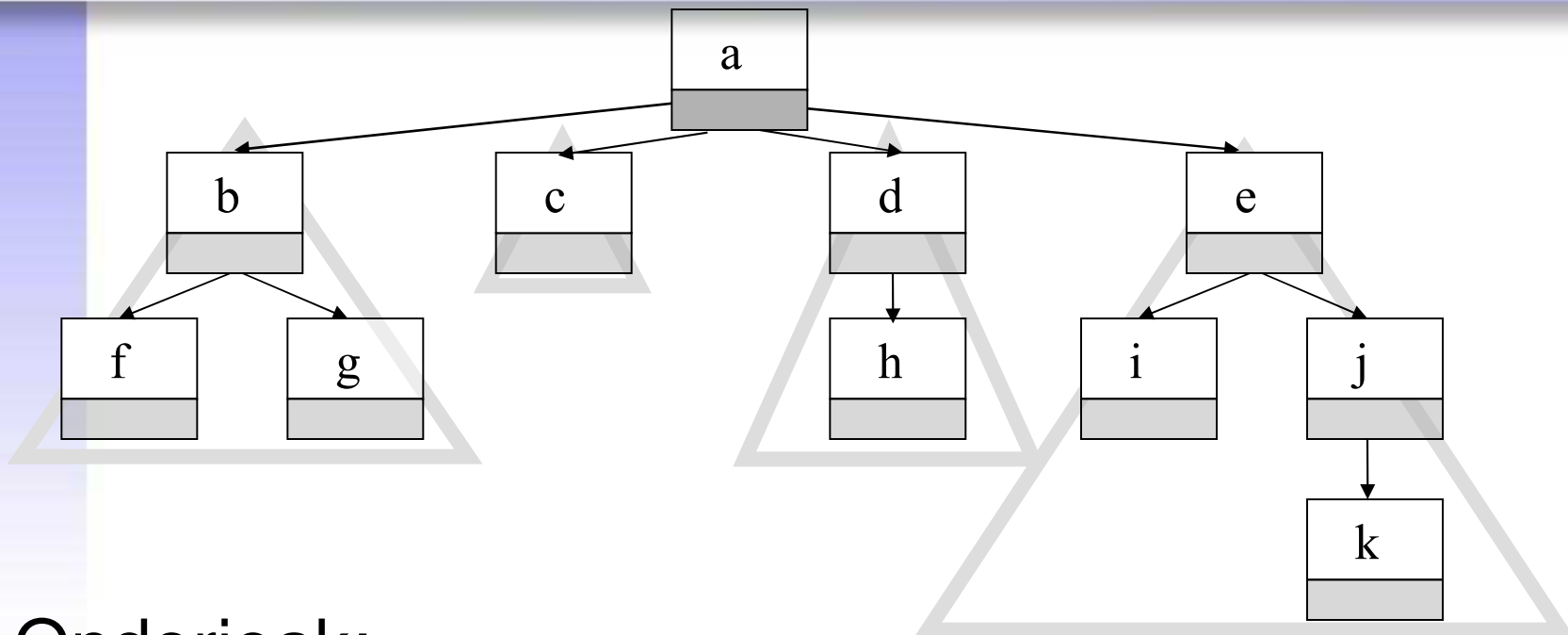
- **Erro** bat

- Zero edo n **azpizuhaitz** ez hutsak $Z_1, Z_2, Z_3,$ etb. non beren erroak **arku** baten bidez konektatuta daude Z-ren errora.



Zuhaitzak

Definizio errekurtsiboa



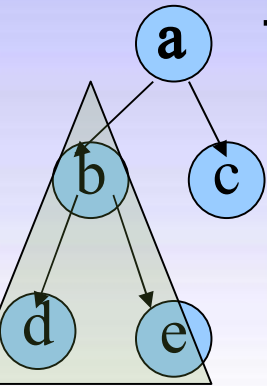
- Ondorioak:
 - Zuhaitzaren adabegi bakoitzak azpizuhaitz bat definitzen du (erroa bezala duena)
 - Erlazio estu bat dago adabegi eta azpizuhaitz baten artean.



Zuhaitzak

Terminologia eta oinarrizko propietateak

- *Aurrekoak eta ondorengoak* (Def errekurtsiboa)



- Adabegi baten **aurrekoak**, adabegi berbera eta bere gurasoaren aurreko guztiak dira.
- *Zuhaitz baten adabegi guztientzat erroa adabegia aurreko bat da.*
- “a1” adabegia beste adabegi “a2” baten **ondorengoa** dela esaten da, “a2” adabegia “a1” adabegiaren **aurrekoa** bada.
- Z zuhaitzaren **azpizuhaitz** bat “a” adabegian, zuhaitz bat da “a”-ren **ondorengo** adabegi guztiekin Z

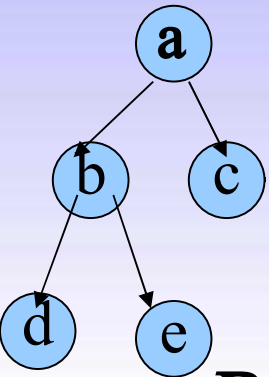


Zuhaitzak

Terminologia eta oinarrizko propietateak

- ***Ahaidetasuna***

- “g” adabegia “u” adabegiaren **gurasoa** bada, orduan “u” adabegia “g” adabegiaren **umea** da



Bi adabegi guraso berdinen umeak badira, **anaiak** direla esaten da.

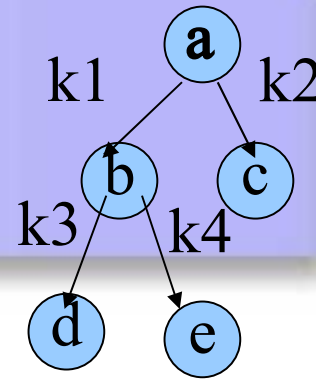
- ***Barne eta kanpo adabegiak:***

- **Barne** adabegiak ume bat edo gehiago duten adabegiak dira
- **Kanpo** adabegiak umeak ez dituzten adabegiak dira
- Kanpo adabegiei **hostoak** deritzaie



Zuhaitzak

Terminologia eta oinarrizko propietateak



- **Bide bat**
 - Zuhaitzaren bi adabegi lotzen dituen arku sekuentzia da.
- **2 adabegien arteko bidearen *luzera***
 - Bi adabegien arteko arku kopurua
- **Adabegi baten tamaina**
 - Ondorengo adabegien kopurua (bera barne)
- **Zuhaitzaren tamaina**
 - Erro adabegiaren ondorengoaren kopurua



Zuhaitzak

Terminologia eta oinarrizko propietateak

- “a” adabegi baten sakonera (3 definizio)

- bidearen luzera errotik “a” adabegiraino

- “a” adabegiaren **ondorengo**en kopurua (bera izan ezik)

- Definizio errekurtsiboa

- Erro adabegia bada: sakonera = 0 (kasu nabaria)

- Beste kasuan: sakonera = 1 + gurasoa adabegiaren sakonera

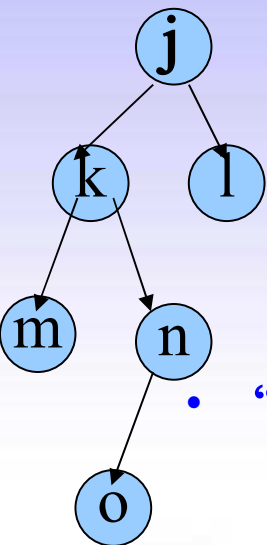
- “a” adabegi baten altuera (maila) (2 definizio)

- “a” adabegitik “hosto” sakoneraino doan bidearen luzera.

- Definizio errekurtsiboa

- Hosto bat bada (kanpo adabegia): Altuera = 0 (Kasu nabaria)

- Beste kasuan: altuera = 1 + bere umeen altuera maximoa





Zuhaitzak

Terminologia eta oinarrizko propietateak

- **Zuhaitz baten sakonera**

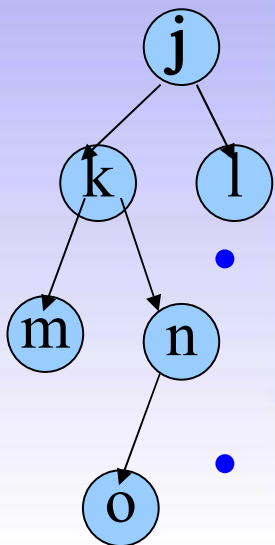
- Bere adabegi baten sakonera maximoa. Beti bere **kanpo adabegi** baten (hosto) sakonera izango da.

- **Zuhaitz baten altuera**

- Bere erro adabegiaren **altuera** da

- **Zuhaitz ordenatuak**

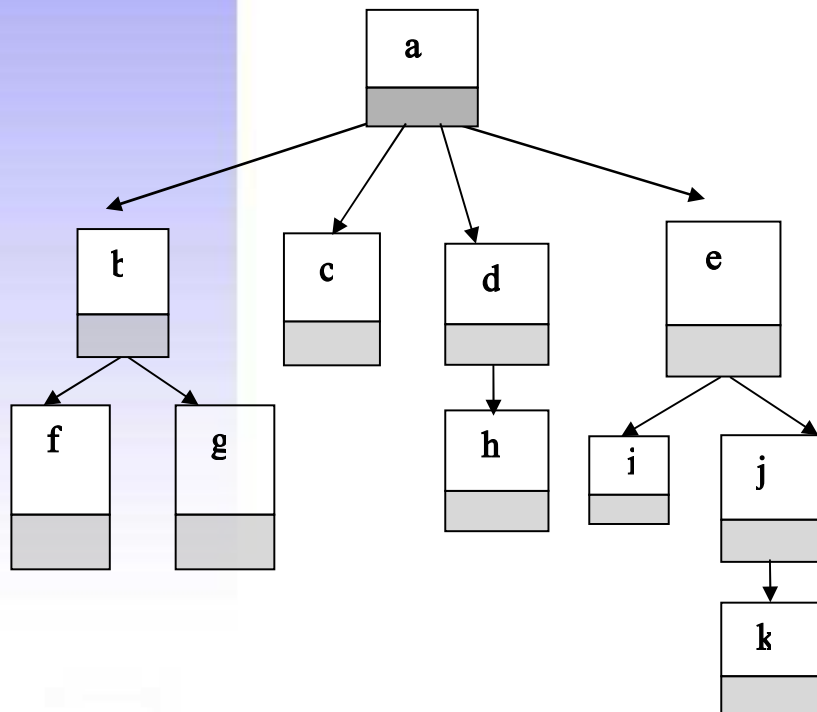
- Zuhaitz bat **ordenatua** dagoela esaten da adabegi guztien umeentzako **orden lineal** bat existitzen bada. Hau da, definituta dago, zein ume “bisitatzen” da lehendabizi, zein bigarrena, etb.





Zuhaitzak

Terminologia eta oinarrizko propietateak



Zuhaitzaten **tamaina**: 11

Zuhaitzaren **altuera**: 3

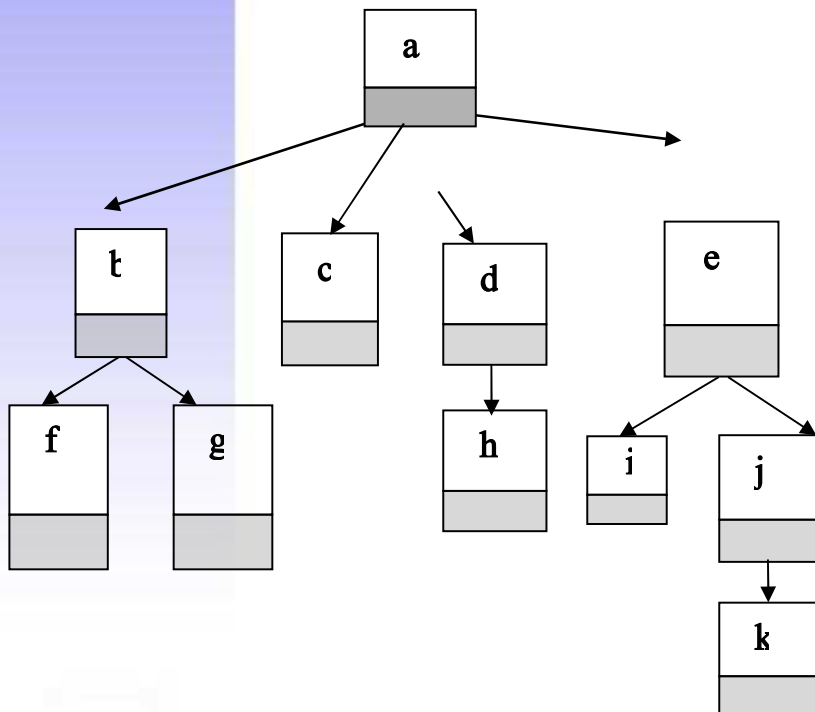
Zuhaitzaren **sakonera**: 3

Adab	Altuera	sakonera	Tamaina	Barne Kanpo
a	3	0	11	Barne
b	1	1	3	Barne
c	0	1	1	Barne
d	1	1	2	Barne
e	1	1	4	Barne
f	0	1	1	Kanpo
g	0	2	1	Kanpo
h	0	2	1	Kanpo
i	0	2	1	Kanpo
j	1	3	2	Barne
k	0	3	1	Kanpo



Zuhaitzak

Terminologia eta oinarrizko propietateak



Zuhaitzaten **tamaina**: 11

Zuhaitzaren **altuera**: 3

Zuhaitzaren **sakonera**: 3

Adab	Altuera	sakonera	Tamaina	Barne Kanpo
a	3	0	11	Barne
b	1	1	3	Barne
c	0	1	1	Barne
d	1	1	2	Barne
e	1	1	4	Barne
f	0	1	1	Kanpo
g	0	2	1	Kanpo
h	0	2	1	Kanpo
i	0	2	1	Kanpo
j	1	3	2	Barne
k	0	3	1	Kanpo



Zuhaitz bitarrak

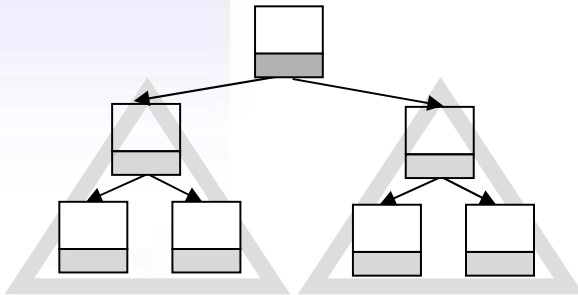
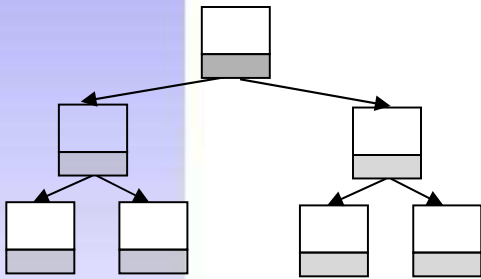
- *Zuhaitz bitarrak:*

- Zuhaitz bitar bat adabegi bakoitzak **gehienez bi ume** dituen zuhaitz bat da

- Lehenengo ume adabegiari **ezkerra** deritzaio
- Bigarren ume adabegiari **eskubia** deritzaio

- Zuhaitz bitarrak ere definitu daitezke era **errekurtsiboan**. Kasu honetan esaten da zuhaitza hutsa dela edo osatuta dagoela:

- Erroa adabegiaz
- Azpizuhaitz ezkerrez eta
- Azpizuhaitz eskubiaz



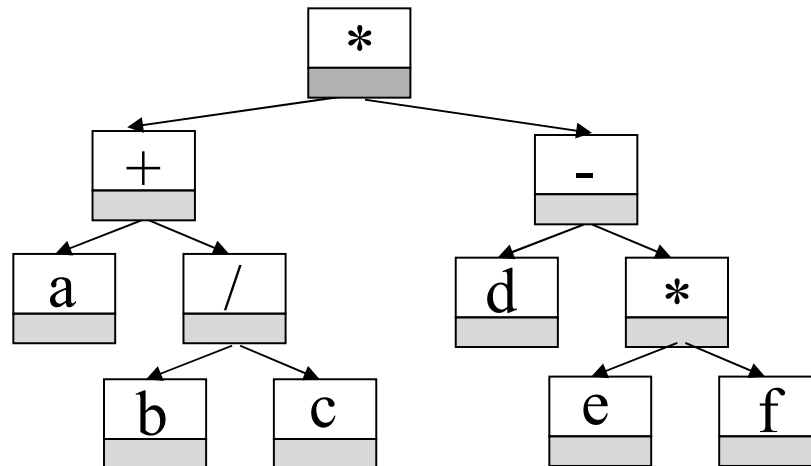


Zuhaitz bitarrak

Adibideak

- Espresio aritmetikoak eragile bitarrekin.
- Txapelketa baten egitura
- Zuhaitz genealogikoak

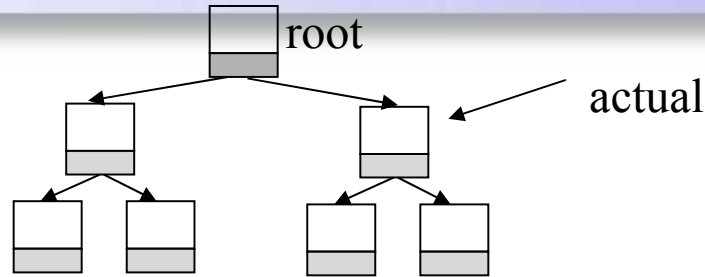
Adibideak: $(a+b/c)*(d-e*f)$





Zuhaitz bitarren inplementazioa

BinTree:egitura dinamikoa



```
public class BinTree<T>{  
    BTreeNode<T> root;  
    BTreeNode<T> actual;  
}
```

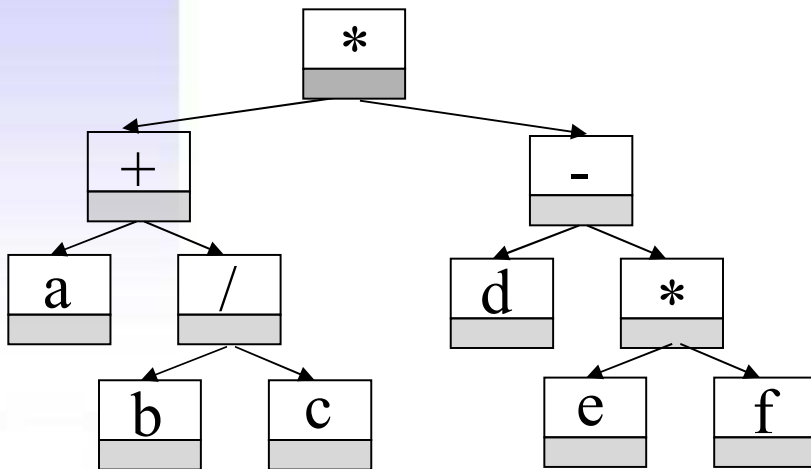
```
public class BTreeNode<T>{  
    T content;  
    BTreeNode<T> left;  
    BTreeNode<T> right;  
    public BTreeNode(T el){  
        content=el;  
    }  
}
```



Zuhaitz bitarren inplementazioa

Egitura estatikoa Array-en bidez

Zuhaitzen datu egitura errepresentazio estatiko baten bidez adierazi daiteke. Inplementazio hau erabiltzen da memoria esleipen dinamikoa onartzen ez duten lengoaietan.

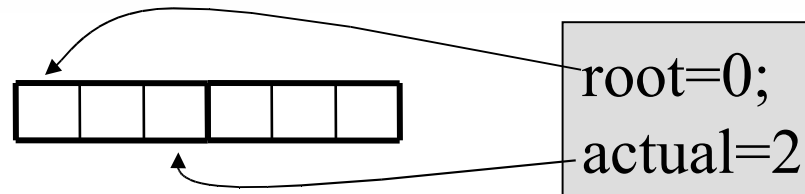


Pos	content	left	right
1	*	2	3
2	+	4	5
3	-	6	7
4	a	0	0
5	/	8	9
6	d	0	0
7	*	10	11
8	b	0	0
9	c	0	0
10	e	0	0
11	f	0	0



Zuhaitz bitarren inplementazioa

BinTree:egitura estatikoa



```
public class BinTree<T>{  
    int root; //erroaren posizioa  
    BTreeNode<T>[] tree;  
    int actual;  
}
```

```
public class BTreeNode<T>{  
    T content;  
    int left;  
    int right;  
}
```

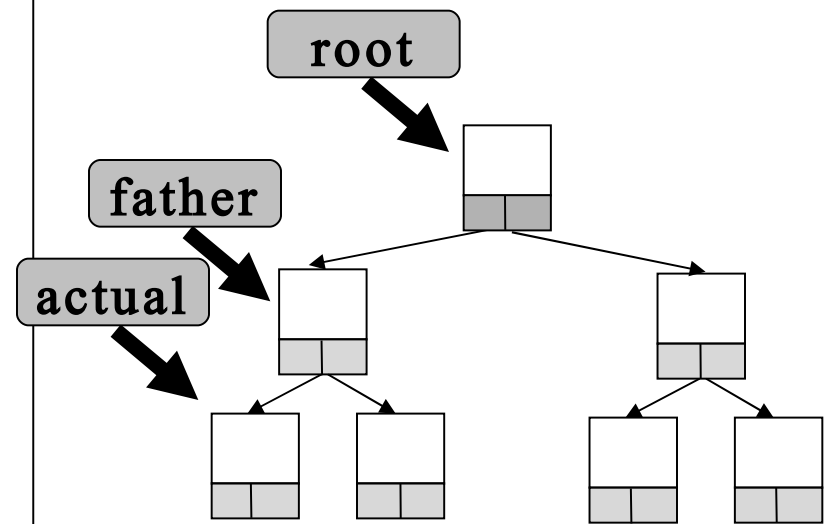


Zuhaitz bitarren inplementazioa

BinTree klasearen metodoak

```
class BinTree<T>
```

- Atributua: `BTNode<T> root;`
- Atributua: `BTNode<T> actual`
- Atributua: `BTNode<T> father`
- Metodoak:
 - `void goLeft();`
 - `void goRight();`
 - `void goBrother();`
 - `void goRoot();`
 - `void inserRoot(T o);`
 - `void insertLeftChild(T o);`
 - `void insertRightChild(T o);`
 - `T getActual();`





BinTree

Metodoak Java-n

<i>Desplazamendu metodoak</i>	<i>Esanahia</i>
void goRoot()	<i>actual</i> kokatzen du zuhaitzaren erroan
void goLeft()	<i>actual</i> kokatzen du <i>actual</i> elementuaren ume ezkerrean
void goRight()	<i>actual</i> kokatzen du <i>actual</i> elementuaren ume eskubian
void goBrother()	<i>actual</i> kokatzen du <i>actual</i> elementuaren anaian

<i>Kontsulta metodoak</i>	<i>Esanahia</i>
boolean isInternal()	<i>true</i> itzultzen du <i>actual</i> barne adabegia bada
boolean isExternal()	<i>true</i> itzultzen du <i>actual</i> kanpo adabegia bada (hostoa)
boolean isRoot()	<i>true</i> itzultzen du <i>actual</i> adabegia erroa bada (hostoa)
int size()	Zuhaitzaren tamaina itzultzen du
boolean isEmpty()	<i>true</i> itzultzen du zuhaitza hutsa bada
T getActual()	<i>actual</i> adabegiaren edukia itzultzen du
void setActual (T o)	<i>actual</i> adabegiaren edukian o objektua ipintzen du ²⁴



BinTree

Metodoak Javan

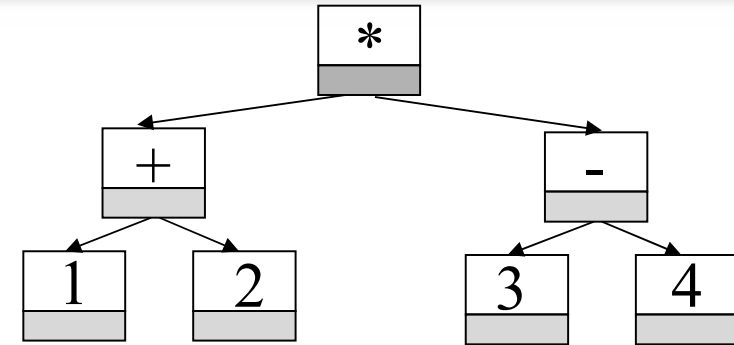
<i>Txertaketa metodoak</i>	<i>Esanahia</i>
void insertRoot (T o)	o objektua txertatzen du zuhaitzaren erroa bezala
void insertLeftChild (T o)	o objektua txertatzen du <i>actual</i> adabegiaren ume ezkerria bezala
void insertRightChild (T o)	o objektua txertatzen du <i>actual</i> adabegiaren ume eskubia bezala



Zuhaitz bitarrak

Zuhaitz baten sorketa BinTree klasearen bidez

```
BinTree<String> bTree=new BinTree<String>();  
bTree.insertRoot(new String("*"));  
bTree.insertLeftChild(new String("+"));  
bTree.insertRightChild(new String("-"));  
bTree.goLeft();  
bTree.insertLeftChild(new String("1"));  
bTree.insertRightChild(new String("2"));  
bTree.goRoot();  
bTree.goRight();  
bTree.insertLeftChild(new String("3"));  
bTree.insertRightChild(new String("4"));
```

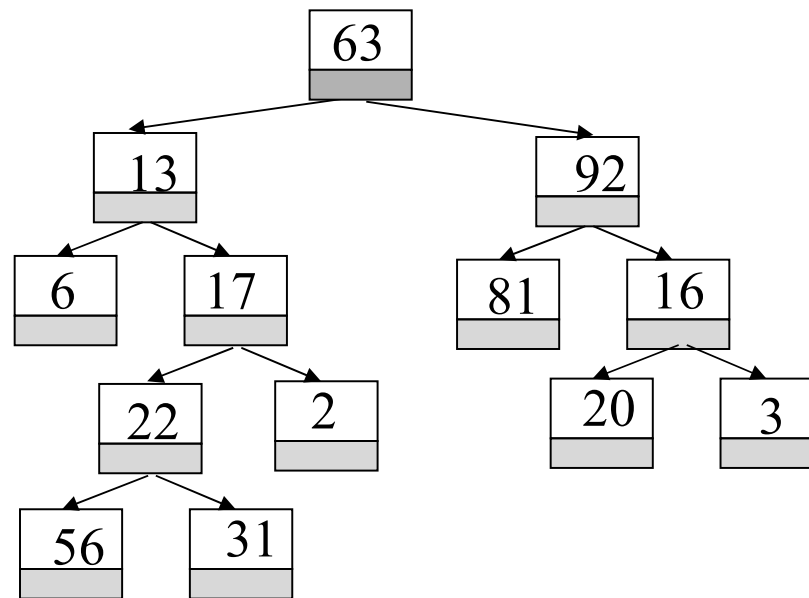




Zuhaitz bitarrak

Ariketa I

Osoko zuhaitz bitar bat inplementatzen duen BinTree klasea emanda eta x elementu bat, elementu hori zuhaitzan agertzen den ala ez erabakitzen duen metodo bat inplementatu BinTree klasean.



Adibidea: `binTree.find(22) = true`



Zuhaitzen errepresentazioa

Ariketa I

I atala : Espezifikazioa/Parametrizazioa

✓ Sarrera:

Zuhaitz bat eta x zenbaki oso bat

✓ Irteera:

Balio boolear bat, *true* izango da zuhaitzaren adabegiren bat x balioa badu eta *false* kontrako kasuan.



Zuhaitzen errepresentazioa

Ariketa I

II Atala: Kasu nabarien eta orokorren ebazpena

✓ Kasu nabaria(k)

- Zuhaitza hutsa bada orduan *false* itzuli
- Zuhaitza hutsa ez bada eta bere erroa bilatzen ari garen elementua berdina bada, orduan *true* itzuli

✓ Kasu orokorra(k)

- Zuhaitza hutsa ez bada eta bere erroa bilatzen ari garen elementua desberdina bada, orduan *true* itzuli elementua ezkerreko **edo** eskubiko azpizuhaitzan agertzen bada eta *false* beste kasuan.



Zuhaitzen errepresentazioa

Ariketa I

III Atala : Azpiprogramaren diseinua

find(x)

```
IF zuhaitza EZ hutsa THEN
  IF zuhaitzaren erroa=bilatutako elementua THEN
    true itzuli
  ELSE
    itzuli (find (azpizuhaitz ezkerre, elementua) EDO
           find (azpizuhaitz eskuina, elementua) )
ELSE
  false itzuli
```

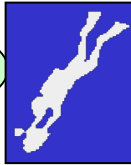


Zuhaitzen errepresentazioa

Ariketa I: murgiltze arazoa

```
boolean find(T x)
```

murgiltze



Pauso bakoitzean x elementuaz gainera, zein **adabegian** gaude jakin behar dugu

```
boolean find(BTNode<T> theNode, T x)
```

Metodo berri bat definitzen da parametro gehiagorekin



Zuhaitzen errepresentazioa

Ariketa I

IV atala: Programazioa

```
private boolean find(BTNode<T> pNode, T pValue) {  
    T i;  
    if (pNode!=null) {  
        i=pNode.content;  
        if (i.compareTo(pValue)==0 )  
            return true;  
        else  
            return (find(pNode.left, pValue) ||  
                    find(pNode.right,pValue) );  
    }  
    return false;  
}
```

```
public boolean find(T pValue) {  
    return find(root,pValue);  
}
```




Zuhaitzen errepresentazioa

Errekurtsioaren 3 oinarrizko erregelak

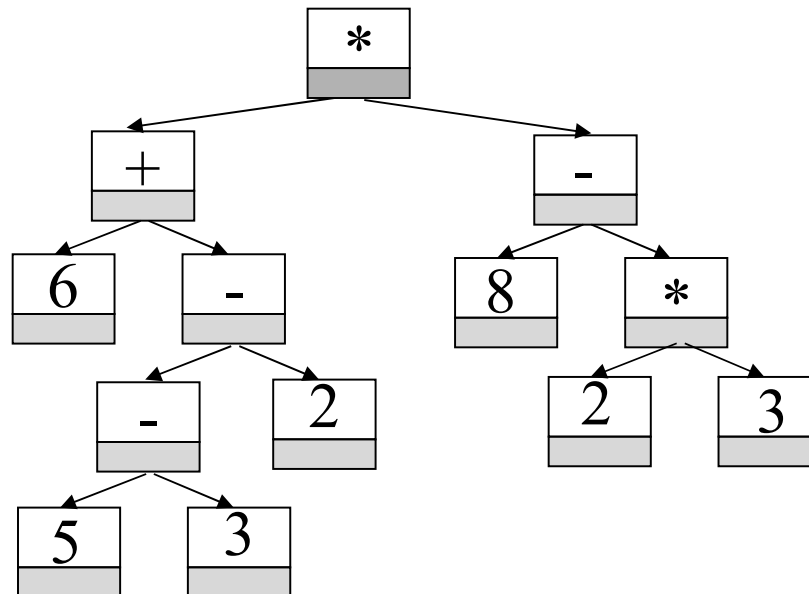
1. *Kasu nabaria(k)*: Gutxienez kasu bat egon behar da errekurtsiorik gabe ebatzi daitekena
2. *Progresioa*: Deialdi errekurtsibo guztiak kasu nabarietara hurbildu behar dira
3. “*Sinestu daiteke*”: egiten diren barne deialdi errekurtsibo guztiak emaitza zuzena itzultzen dutela sinestu.



Zuhaitzen errepresentazioa

Ariketa II

Espresso aritmetiko bat errepresentatzen duen Zuhaitz bitar BinTree klasea emanda, zuhaitzaren balioa lortzen duen metodo bat inplementatu



Adibidea: `binTree.evaluate()`=12



Zuhaitzen errepresentazioa

Ariketa II

I atala : Espezifikazioa/Parametrizazioa

✓ Sarrera:

Zuhaitz bitar bat espresio aritmetiko baten errepresentazioarekin

✓ Irteera:

Zuhaitza espresioaren emaitza.



Zuhaitzen errepresentazioa

Ariketa II

II Atala: Kasu nabarien eta orokorren ebazpena

✓ Kasu nabariak

- Zuhaitza hutsa bada orduan 0 itzuli
- Zuhaitzak erroan zenbaki oso bat badauka orduan itzuli zenbakia

✓ Kasu orokorrak

- Zuhaitzak erroan eragile bat badauka
 - azpizuhaitz ezkerria ebaluatu
 - azpizuhaitz eskubia ebaluatu
 - erroaren eragilea aplikatu lortutako emaitzei



Zuhaitzen errepresentazioa

Ariketa II

III Atala : Azpiprogramaren diseinua

```
IF zuhaitza EZ hutsa THEN
    IF zuhaitzak erroan elementu oso bat badu THEN
        elementuaren balioa itzuli
    ELSE //zuhaitzak erroan eragiketa bat badauka
        ebaluatu (azpizuhaitz ezkerrean)
        ebaluatu (azpizuhaitz eskubian)
        erroaren eragiketa aplikatu lortutako emaitzei eta
        emaitza itzuli
    ELSE
        itzuli 0
```



Zuhaitzen errepresentazioa

Ariketa II

IV atala: Programazioa

```
public int evaluate(BTNode<T> pNode) {  
    Character c;  
    if (pNode!=null) {  
        c=pNode.content;  
        if (Character.isDigit(c.charValue() )  
            return Integer.parseInt(c.toString());  
        else {  
            int left=evaluate(pNode.left);  
            int right=evaluate(pNode.right);  
            return calculate(c.charValue(),left,right);  
        }  
    }  
    return 0;  
}
```

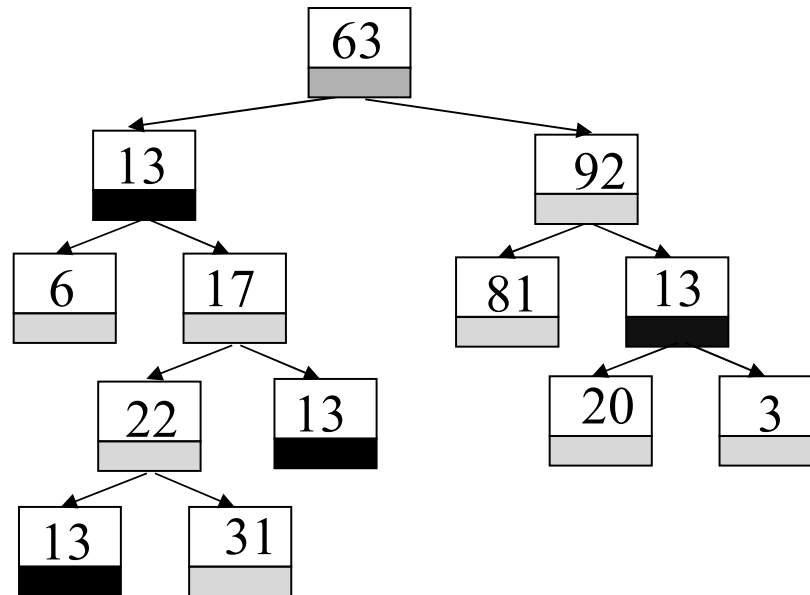
```
public int evaluate() {  
    return this.evaluate(root);  
}
```



Zuhaitzen errepresentazioa

Klaseko ariketa

x elementuaren agerpen kopurua itzultzen duen
`int count(T x)` metodoa inplementatu.



`binTree.count(13)=4`



Zuhaitzen adabegiak “bisitatu”

Zuhaitz batean egiten den ohizko eragiketa bat **adabegi guztietan** eragiketa bat exekutatzea izaten da.

Zuhaitzaren elementu guztietan eragiketa bat exekutatzea, adabegi guztiak “**bisitatzea**” dakar. Prozesu hau 3 erataran egin daiteke:

1. Aurre-Ordenean

Erroa bisitatu

Ezkerreko azpizuhaitza aurre-Ordenean korritu

Eskubiko azpizuhaitza aurre-Ordenean korritu

2. Post-Ordenean

Ezkerreko azpizuhaitza post-Ordenean korritu

Eskubiko azpizuhaitza post-Ordenean korritu

Erroa bisitatu

3. In-Ordenea

Ezkerreko azpizuhaitza in-Ordenean korritu

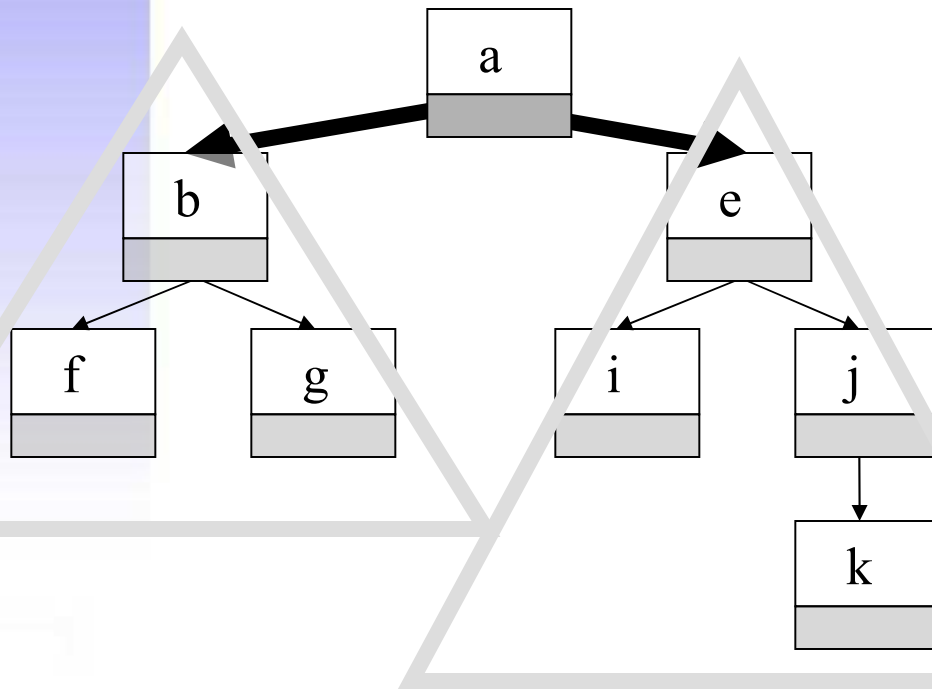
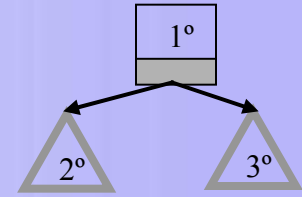
Erroa bisitatu

Eskubiko azpizuhaitza in-Ordenean korritu



Zuhaitz bitarrak

Aurre-ordenean “bisitatu”



Aurre-ordenean (Def)

- Lehendabizi **adabegia** prozesatzen da

- Jarraian **bere umeak** errekurtsiboki aurre-ordenean prozesatzen dira

• *Erabilpena*

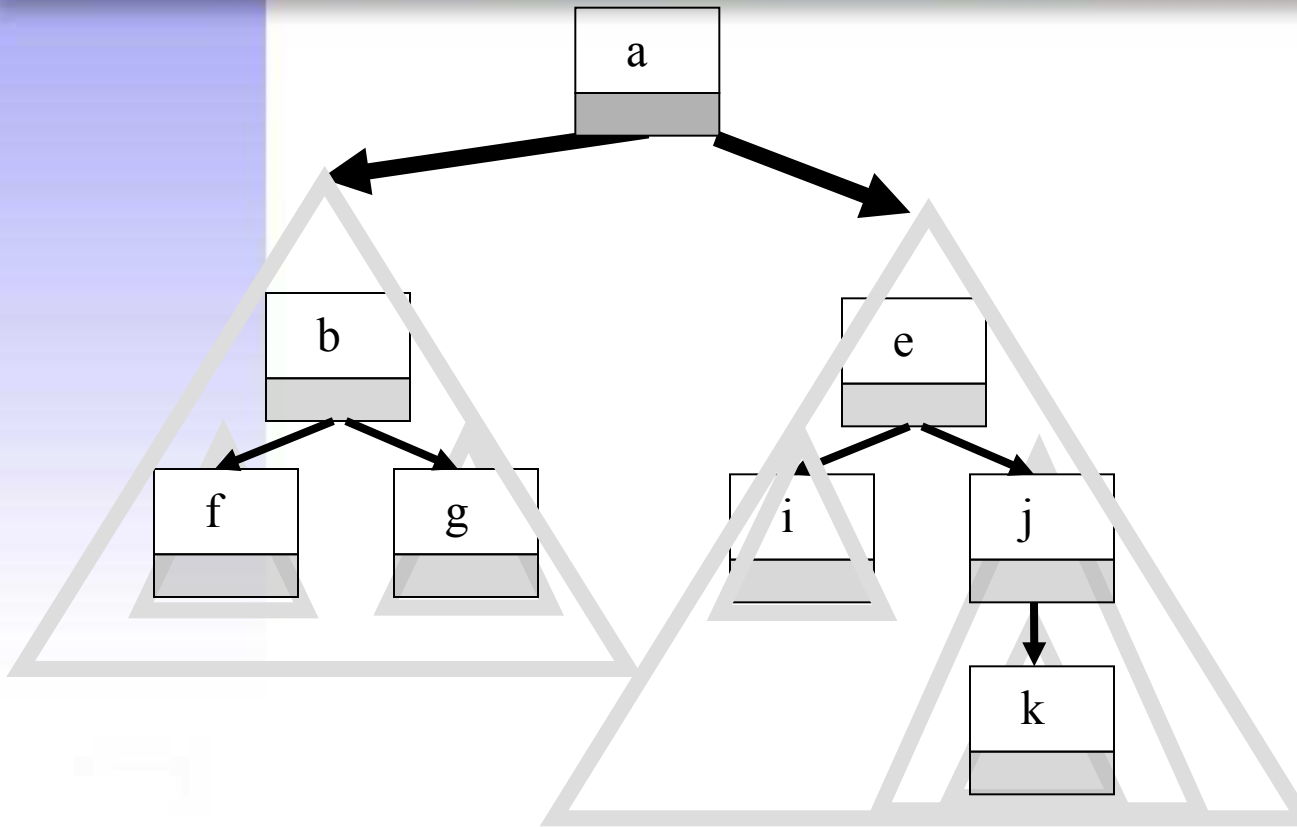
— Ordenazio lineal bat lortu nahi dugunean **guraso adabegi guztiak beti bere umeak baino lehenagoko** agerpenarekin.

— Ej: liburu baten kapituloak



Zuhaitz bitarrak

Aurre-ordenean "bisitatu"



Aurre-ordenean

1. Lehendabizi adabegia (a)

2. Azpizuhaitz ezkerria

1. Lehendabizi adabegia (b)

2. Azpizuhaitz ezkerria

1. Lehendabizi adabegia (f)

2. Azpizuhaitz ezkerria (null)

3. Azpizuhaitz eskubia (null)

3. Azpizuhaitz eskubia

1. Lehend. adabegia (g)

2. Azpizuhaitz ezkerria (null)

3. Azpizuhaitz eskubia (null)

3. Azpizuhaitz eskubia

1. Lehendabizi adabegia (e)

2. Azpizuhaitz ezkerria

1. Lehendabizi adabegia (i)

2. Azpizuhaitz ezkerria (null)

3. Azpizuhaitz eskubia (null)

3. Azpizuhaitz eskubia

1. Lehendabizi adabegia (j)

2. Azpizuhaitz ezkerria (null)

3. Azpizuhaitz eskubia

1. Lehend. adabegia (k)

2. Azp. ezkerria (null)

3. Azp. eskubia (null)

Adabegiak prozesatzen diren ordena:

a,b,f,g,e,i,j,k



Zuhaitz bitarrak

Ariketa III: Aurre-ordenean “bisitatu”

I atala : Espezifikazioa/Parametrizazioa

✓ Sarrera:

Zuhaitz bitarra

✓ Irtera:

Zuhaitzaren elementu guztien inprimaketa aurre-ordenean.

II Atala: Kasu nabarien eta orokorren ebazpena

✓ Kasu nabariak

→ Zuhaitza hutsa bada orduan ezer ez idatzi

✓ Kasu orokorrak

→ Erroaren balioa inprimatu

→ Ezkerreko zuhaitza idatzi aurre-ordenean

→ Eskubiko zuhaitza idatzi aurre-ordenean



Zuhaitz bitarrak

Ariketa III: Aurre-ordenean “bisitatu”

III atala : Azpiprogramaren diseinua

```
void AurreOrden(Node)
```

```
IF Node EZ hutsa ORDUAN
```

```
    imprimatu Node-ren balioa
```

```
    Imprimatu AurreOrdenean Node-ren azpizuhaitz ezkerria
```

```
    Imprimatu AurreOrdenean Node-ren azpizuhaitz eskubia
```

```
ELSE
```

```
    ezer ez egin
```



Zuhaitz bitarrak

Ariketa III: Aurre-ordenean “bisitatu”

IV atala : Programazioa

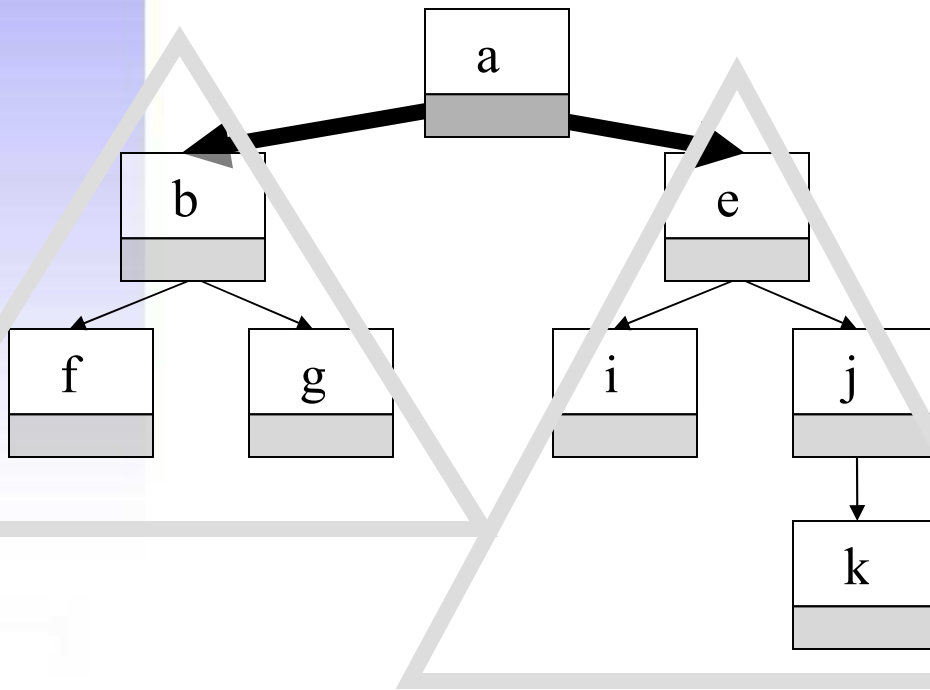
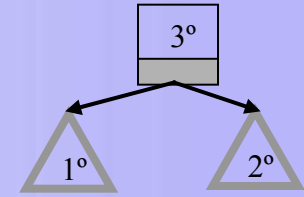
```
public void printAurreOrden() {  
    this.printAurreOrden(root);  
}
```

```
public void printAurreOrden(BTNode pNode) {  
    if (pNode!=null) {  
        System.out.println(pNode.content);  
        printAurreOrden(pNode.left);  
        printAurreOrden(pNode.right);  
    }  
}
```



Zuhaitz bitarrak

Post-ordenean “bisitatu”



Post-ordenean (Def)

- Lehendabizi **bere umeak** errekurtsiboki post-ordenean prozesatzen dira

- Jarraian **adabegia** prozesatzen da

• *Erabilpena*

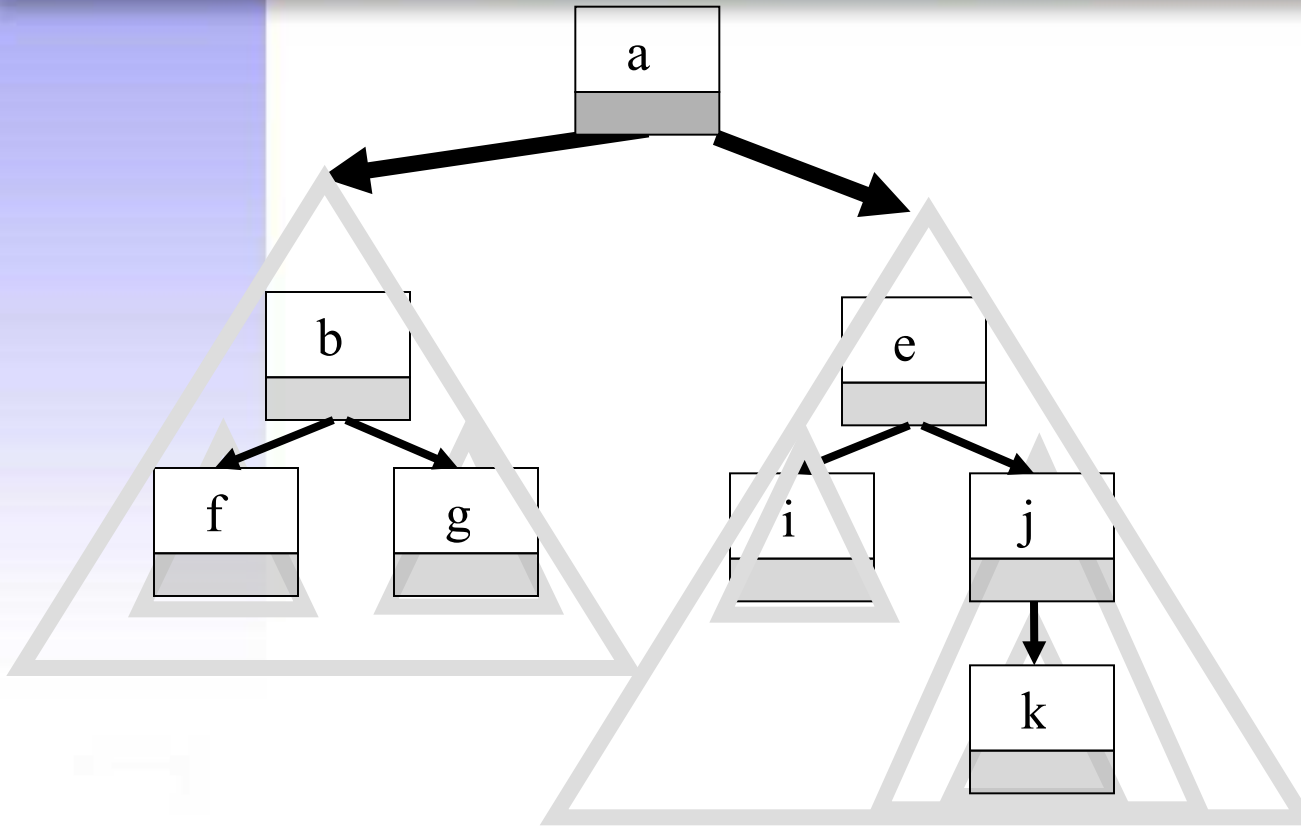
– Guraso adabegiaren problema ebazteko, lehendabizi bere umeen problema ebatzi behar denean

Adibidea: **Direktorio baten tamaina** fitxategi sistema batean.



Zuhaitz bitarrak

Post-ordenean “bisitatu”



Adabegiak prozesatzen diren ordena:

f,g,b,i,k,j,e,a

Post-ordenean

1. Zuhaitz ezkerrean

1. Zuhaitz ezkerrean

1. Zuhaitz ezkerrean (null)
2. Zuhaitz eskubian (null)
3. Adabegia (**f**)

2. Zuhaitz eskubian

1. Zuhaitz ezkerrean (null)
2. Zuhaitz eskubian (null)
3. Adabegia (**g**)

3. Adabegia (**b**)

2. Zuhaitz eskubian

1. Zuhaitz ezkerrean

1. Zuhaitz ezkerrean (null)
2. Zuhaitz eskubian (null)
3. Adabegia (**i**)

2. Zuhaitz eskubian

1. Zuhaitz ezkerrean (null)
2. Zuhaitz eskubian (null)

3. Adabegia (null) (**k**)

3. Adabegia (**j**)

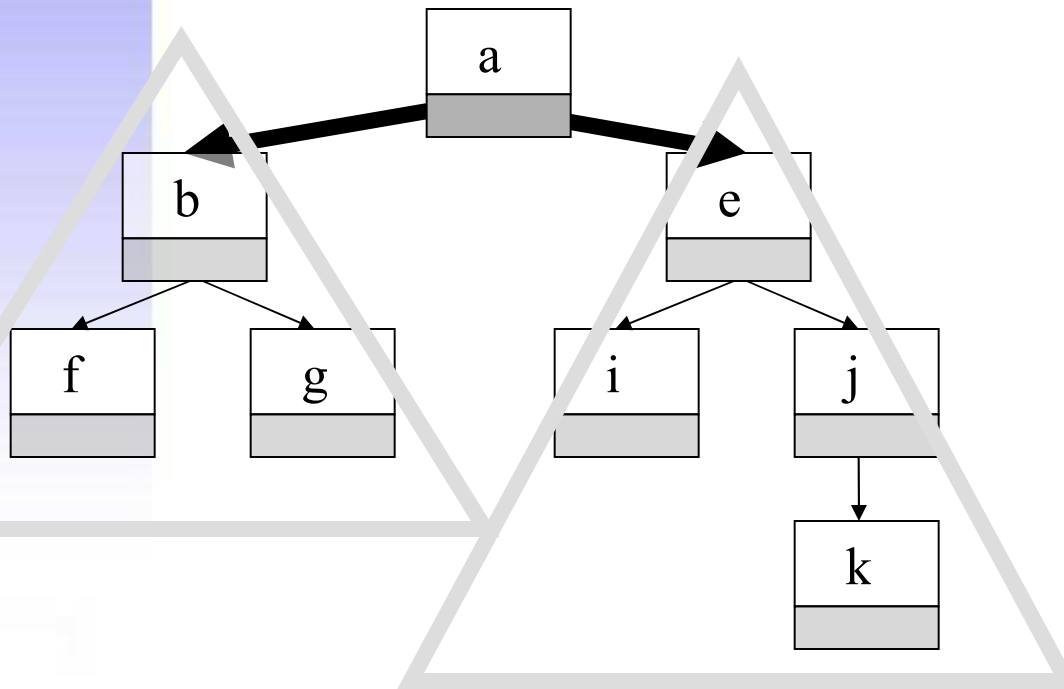
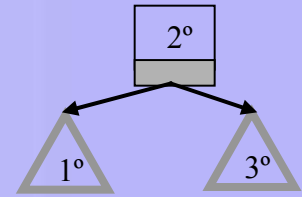
3. Adabegia (**e**)

3. Adabegia (**a**)



Zuhaitz bitarrak

In-ordenean “bisitatu”: (orden simetrikoan)



In-ordenean (Def)

- Lehendabizi **ezkerreko** zuhaitza prozesatu da
- Jarraian **adabegia**
- Azkenik **eskubiko** zuhaitza

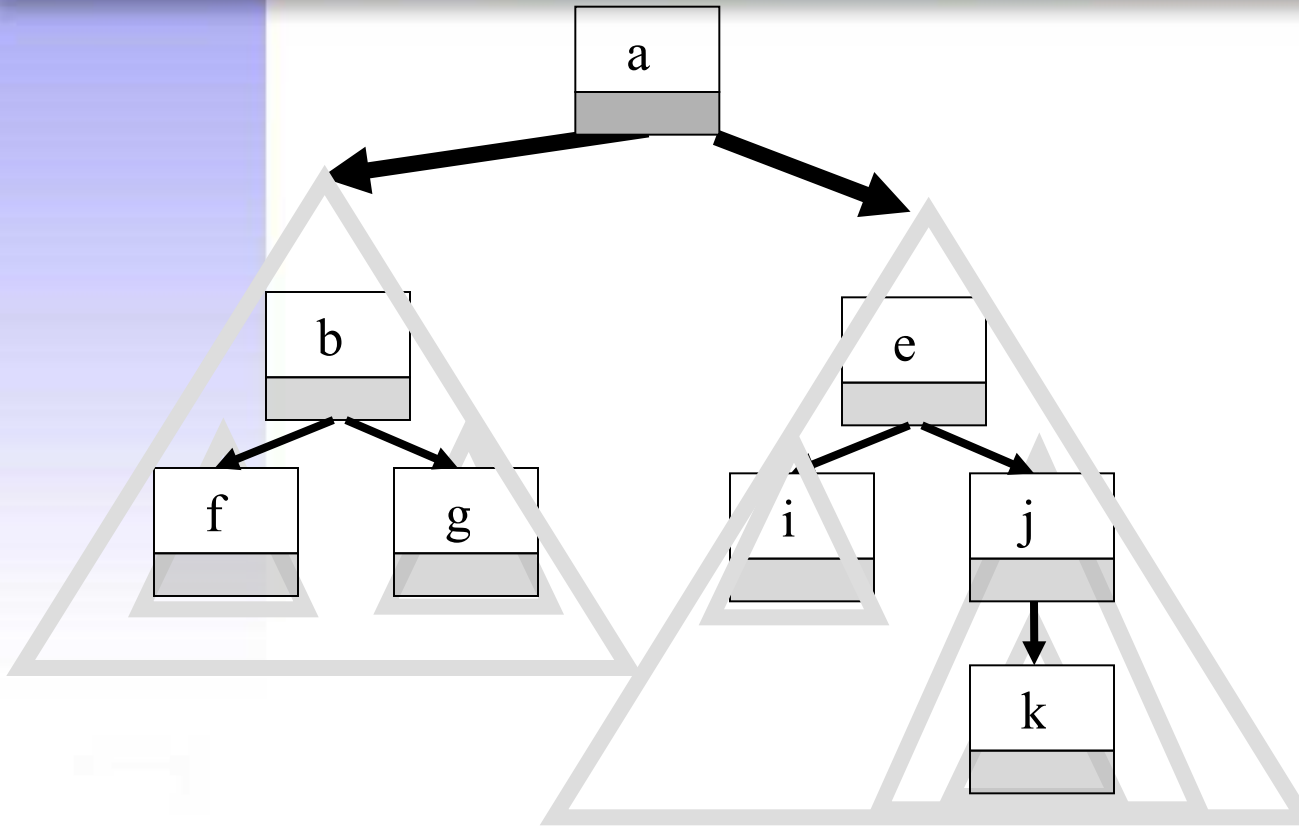
• *Erabilpena*

- Gurasoa adabegia bere bi umeen artean prozesatu behar denean.
- Adibidea: Espresio algebraiko bat sortu zuhaitz baten errepresentazioengatik.



Zuhaitz bitarrak

In-ordenean “bisitatu”



Adabegiak prozesatzen diren ordena :
f,b,g,a,i,e,j,k

In-ordenean

1. Zuhaitz ezkerria

1. Zuhaitz ezkerria
1. Zuhaitz ezkerria (null)
2. Adabegia (**f**)
3. Zuhaitz eskubia (null)

2. Adabegia (**b**)

3. Zuhaitz eskubia

1. Zuhaitz ezkerria (null)
2. Adabegia (**g**)
3. Zuhaitz eskubia (null)

2. Adabegia (**a**)

3. Zuhaitz eskubia

1. Zuhaitz ezkerria
1. Zuhaitz ezkerria (null)
2. Adabegia (**i**)
3. Zuhaitz eskubia (null)

2. Adabegia (**e**)

3. Zuhaitz eskubia

1. Zuhaitz ezkerria (null)
2. Adabegia (**j**)
3. Zuhaitz eskubia (null)

1. Zuhaitz ezkerria (null)
2. Adabegia (null) (**k**)
3. Zuhaitz eskubia (null)



Zuhaitzen errepresentazioa

Datuen sailkapena

find metodoaren lehenengo inplementazioan, orokorrean zuhaitz guztia korritzen da elementuaren bila, elementua zuhaitzan dagoen ala ez kontuan hartu gabe.

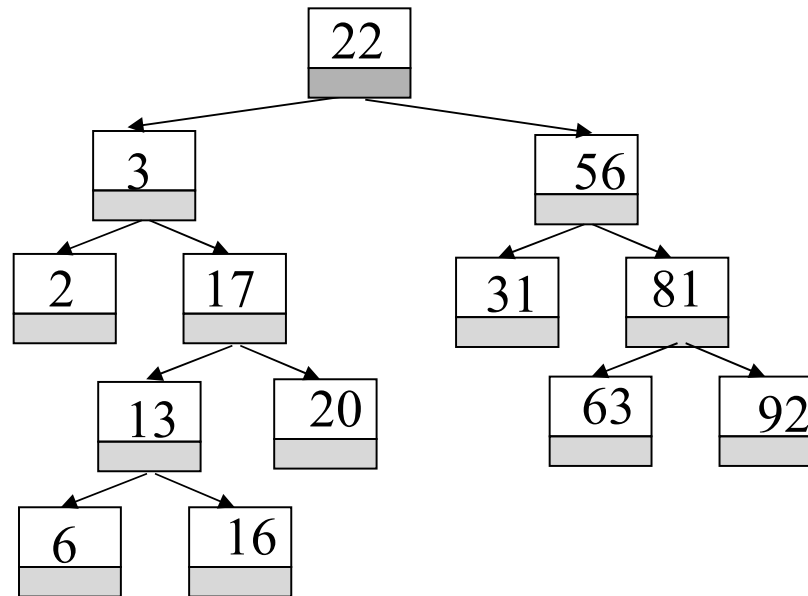
PROZESU GARESTIA
(Eraginkortasun eskasa)

**Nola antolatu zuhaitzaren elementuak
bilaketa eraginkorragoa izan dadin?**



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Zein da zuhaitz honen ezaugarri nabarmenena ?



Zuhaitz honen adabegi guztientzat, ezkerreko azpizuhaitzen adabegi guztien balioak erroa baino txikiago dira, eta eskubiko azpizuhaitzen adabegi guztien balioak handiagoak.

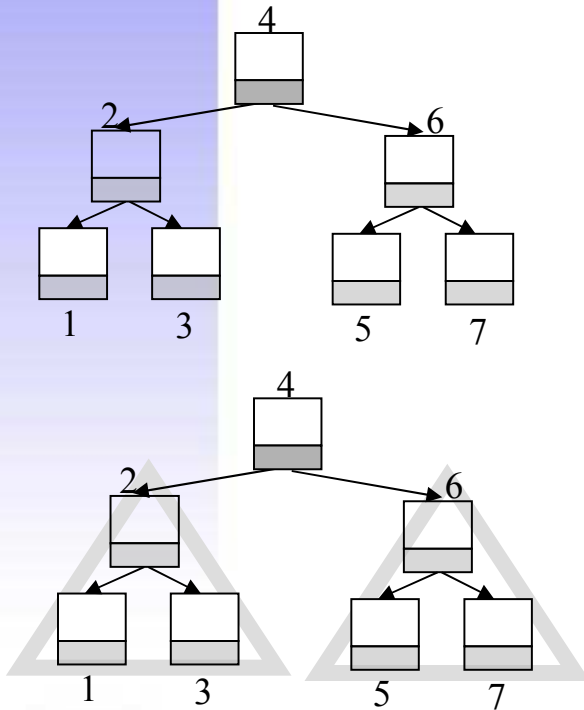


Bilaketa-zuhaitz bitarrak

- ***Bilaketa-zuhaitz bitarrak:***

- zuhaitz bitar bat da, adabegi bakoitzean hurrengo propietatekin:

- balio txikiagoa duten elementu guztiak, adabegi horren **azpizuhaitz ezkerrean** daude
- balio haundiagoa duten elementu guztiak, adabegi horren **azpizuhaitz eskubian** daude
- Ez dira onartzen elementu errepikatuak

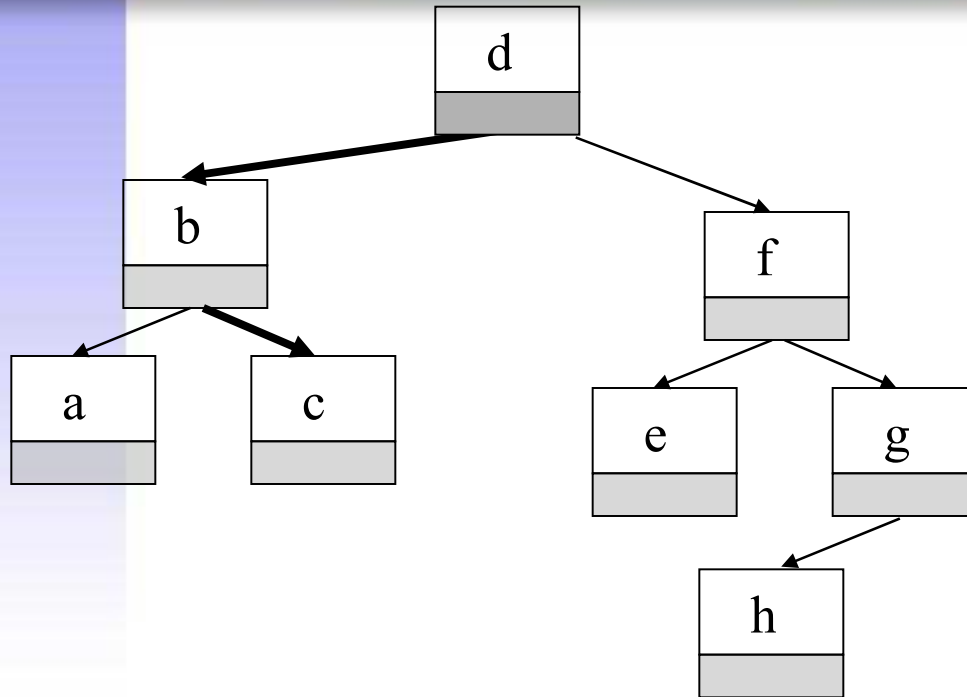


bilaketa-zuhaitz bitarrak oinarrizko datu egitura bat da elementu talde bat errepresentatzeko, elementuak *orden lineal batengatik* sailkatuta daudenean.



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketak: Bilaketa



Adibidez “c” bilatzen dugu:

- $c < d$: Azpizuhaitz ezkerria
- $c > b$: Azpizuhaitz eskubia
- $c = c$: elementua aurkitua

• ***Bilaketa***: Ezkerreko edo eskubiko arkuetatik mugitzen gara konparaketaren arabera:

- Bilatutako elementua eta adabegiaren erroa berdinak badira, orduan aurkitu dugu bilatutako elementua
- Adabegiaren erroa baino txikiagoa bada, bilatuko dugu ezkerreko azpizuhaitzan.
- Adabegiaren erroa baino haundiagoa bada, bilatuko dugu eskubiko azpizuhaitzan.



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketak: Bilaketa.

Implementazioa

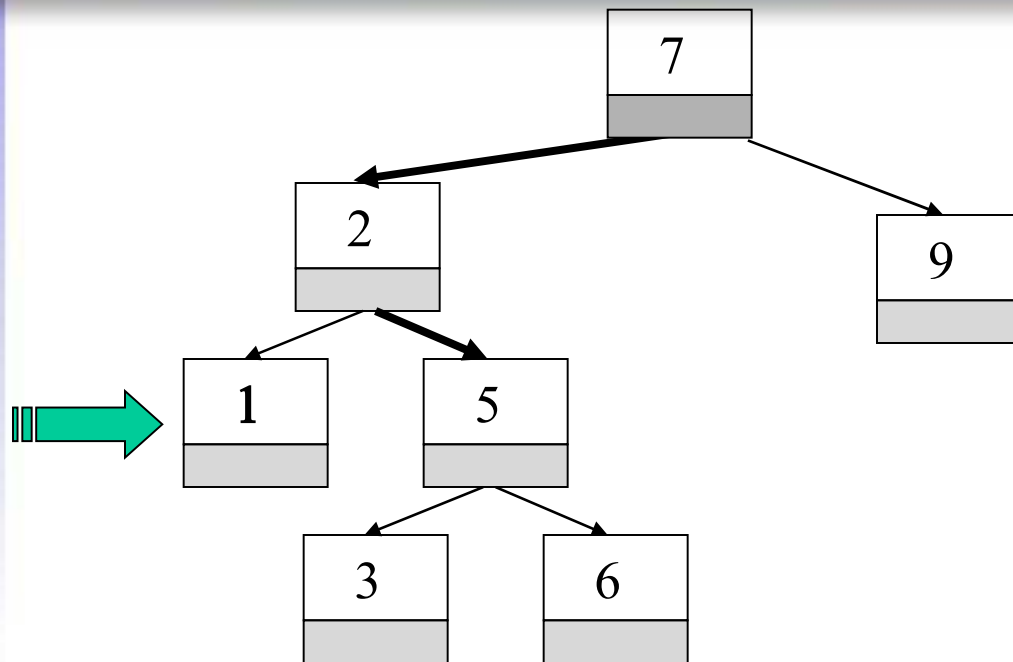
```
public boolean find(T x) {  
    return find(x,root); //murgilketa}
```

```
public boolean find(T x, BTNode<T> pNode) {  
    if (pNode==null)  
        return false;  
    else  
    {  
        T edukia=pNode.content;  
        if (edukia.compareTo(x)==0) return true;  
        else if (x.compareTo(edukia)>0) return find(x,pNode.right);  
        else return find(x,pNode.left);  
    }  
}
```



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketak: txikiaren bilaketa.



Elementu txikiena **ezkerrago kokatuta dagoen hostoa** da (Node.left==null)



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketak: txikiaren bilaketa.

Implementazioa

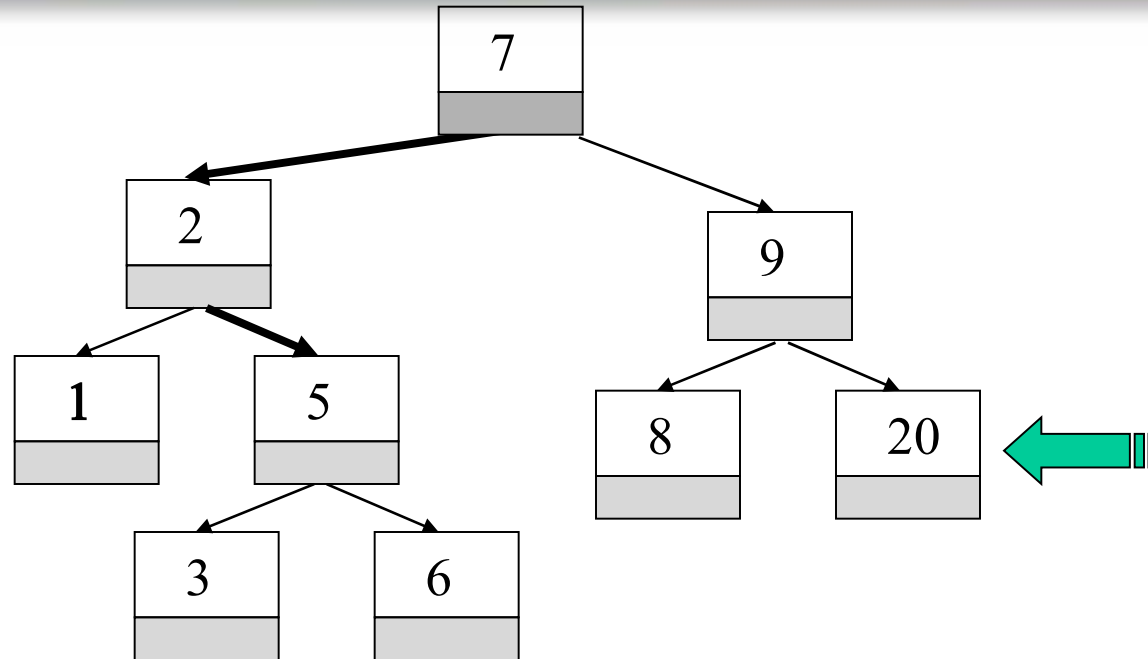
```
public int findMin() {  
    return findMin(root); //murgilketa
```

```
public T findMin(BTNode<T> pNode) {  
    if (pNode.left!=null)  
        return findMin(pNode.left);  
    else  
        return pNode.content;  
}
```




Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketak: haundienaren bilaketa.



Elementu haundiena **eskubiago kokatuta dagoen hostoa** da (Node.right==null)



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketak: haundienaren bilaketa.

Implementazioa

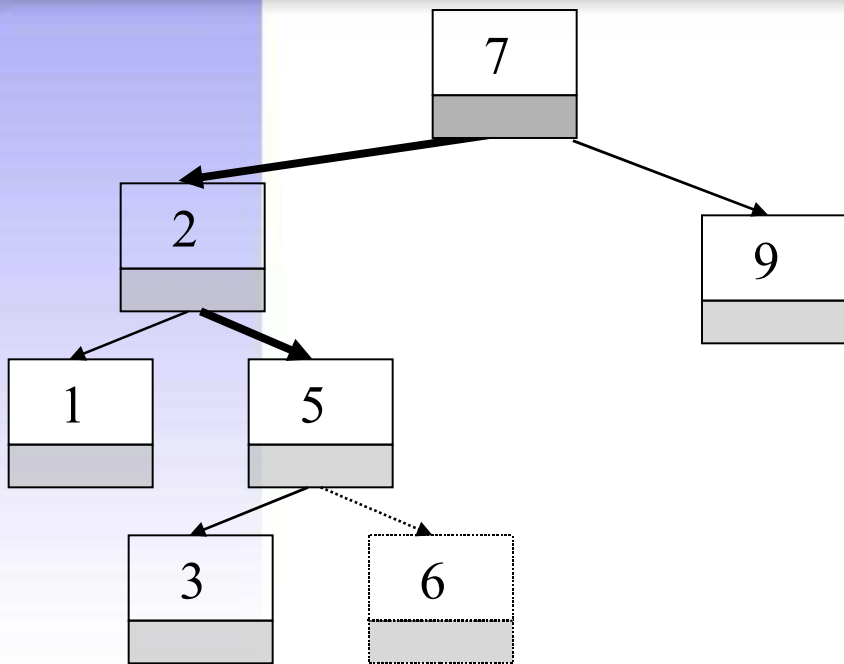
```
public int findMax() {  
    return findMax(bTree.root);};
```

```
public T findMax(BTNode<T> pNode) {  
    if (pNode.right!=null)  
        return findMax(pNode.right);  
    else  
        return pNode.content;  
}
```



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketak: Txertaketa



Adibidez 6 txertatu

- ***Txertaketa*** : Konparaketaren arabera mugitzen gara. Hosto batera ailegatzeko garen txertatzen dugu
 - Elementuaren balioa eta adabegiaren erroa berdinak badira, ez dugu ezer egiten.
 - Hosto batera ailegatzeko garen
 - Txikiagoa bada ezkerrean txertatzen dugu
 - Haundiagoa bada eskubian txertatzen dugu
 - Txikiagoa bada ezkerreko azpizuhaitzan bilatzen dugu
 - Haundiagoa bada eskubiko azpizuhaitzan bilatzen dugu



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketak: Txertaketa.

Implementazioa

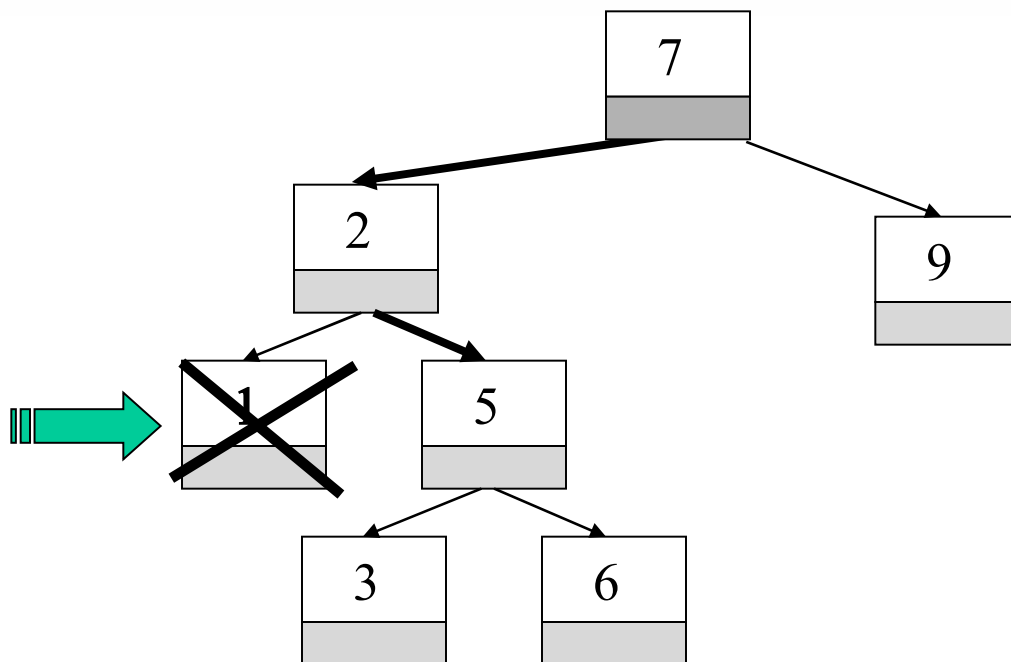
```
public void insert (int i) {  
    root=insert(i,root);} 
```

```
public BTreeNode insert (T pElem, BTreeNode<T> pNode) {  
    if (pNode==null)  
        pNode=new BTreeNode(pElem,null,null);  
    else {  
        if ( pElem.compareTo(pNode.content)<0)  
            pNode.left=insert(pElem,pNode.left);  
        else  
            pNode.right=insert(pElem,pNode.right);  
    }  
    return pNode;  
}
```



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketak: Txikienaren ezabatu



Ezkerrago kokatuta dagoen elementua ezabatzen da (node.left==null)



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketak: txikienaren ezabaketa.

Implementazioa

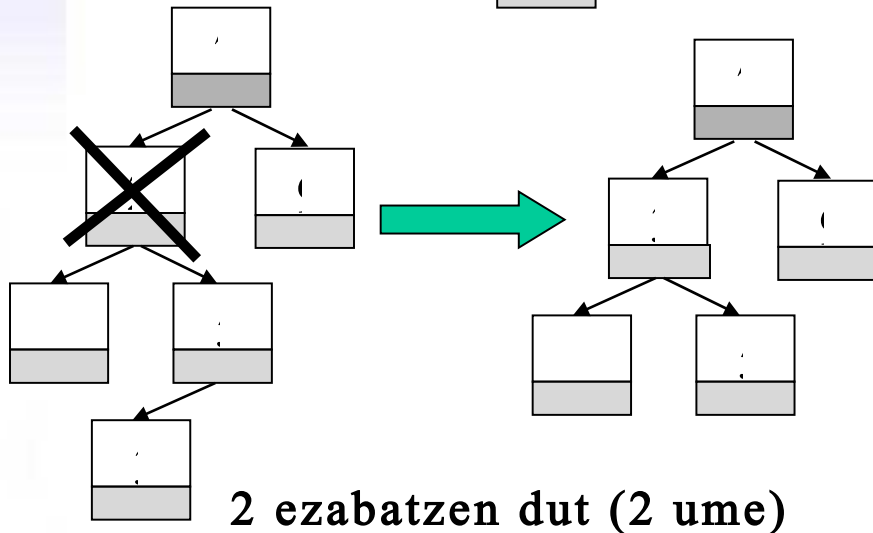
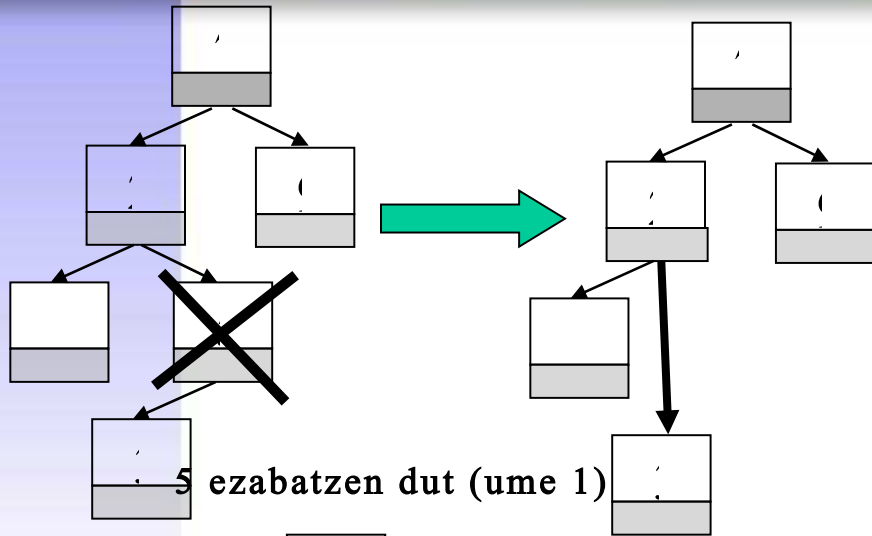
```
public void removeMin() {  
    root=removeMin(root);} 
```

```
public BTreeNode removeMin(BTreeNode<T> pNode) {  
    if (pNode.left!=null)  
        pNode.left=removeMin(pNode.left);  
    else  
        pNode=pNode.right;  
    return pNode;  
}
```



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketak: Ezabaketa



- **Ezabaketa** : konplexua da barne adabegiek zuhaitza konektatuta mantentzen bait dute. Ezabatzeko:
 - Hosto bat bada zuzenean ezabatzen da
 - Ume bakar bat badauka, adabegia ezabatzen da eta bere gurasoa bere umeari seinالاتzen dio
 - **Bi ume** badauka :
 - Adabegia aldatzen da eskubiko azpizuhaitzaren elementu txikienengatik
 - Ezabatzen da eskubiko azpizuhaitzaren elementu txikiena



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketak: Ezabaketa.

Implementazioa

```
public void remove(T x) {  
    root=remove(x,root);} 
```

```
public BTNode<T> remove(T x, BTNode<T> pNode) {  
    T balioa=pNode.content;  
    if (x.compareTo(balioa)>0)  
        pNode.right=remove(x,pNode.right);  
    else if (x.compareTo(balioa)<0)  
        pNode.left=remove(x,pNode.left);  
    else  
        if (pNode.left!=null && pNode.right!=null) {  
            pNode.content=findMin(pNode.right);  
            pNode.right=removeMin(pNode.right);  
        }  
        else  
            if (pNode.left!=null) pNode=pNode.left;  
            else pNode=pNode.right;  
    return pNode;  
}
```

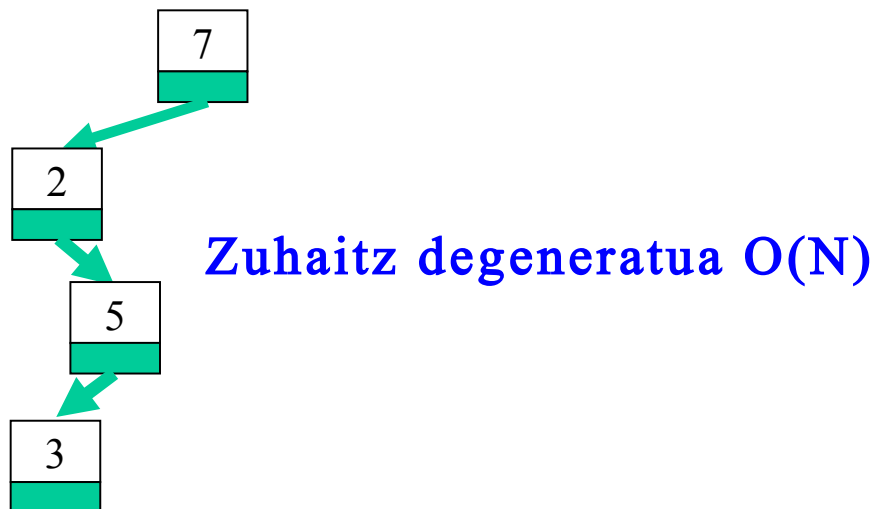



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Eragozpenak

Suposatu datuen sarrera hurrengoa dela:

7 2 5 3



Problema: Zuhaitzaren tamaina sarreraren ausazpenaren menpe dago

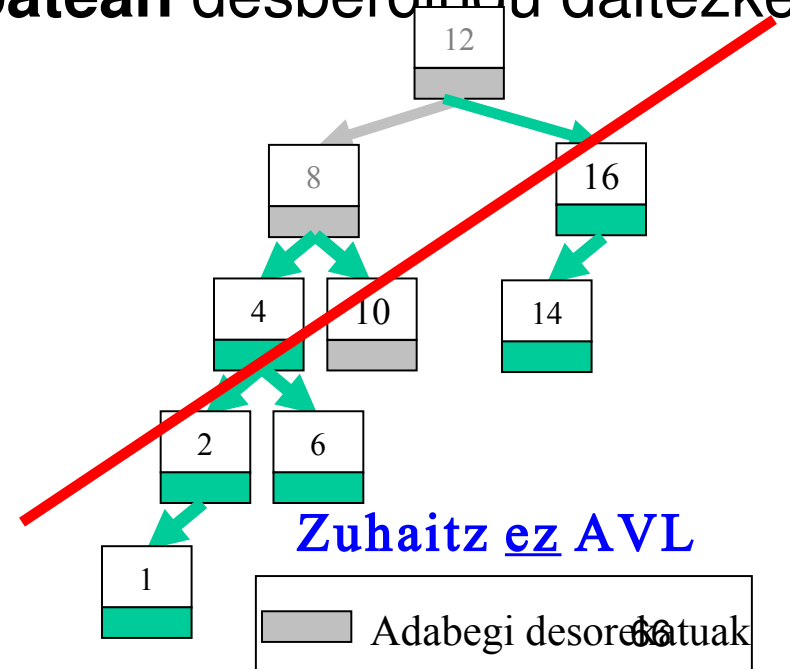
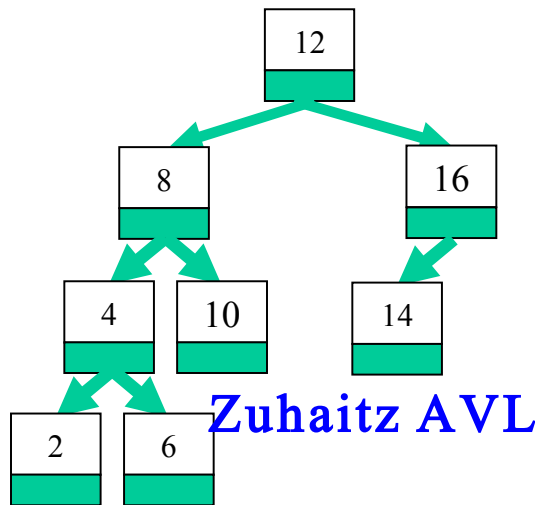


Zuhaitz AVL

(Adelson-Velskii eta Landis):

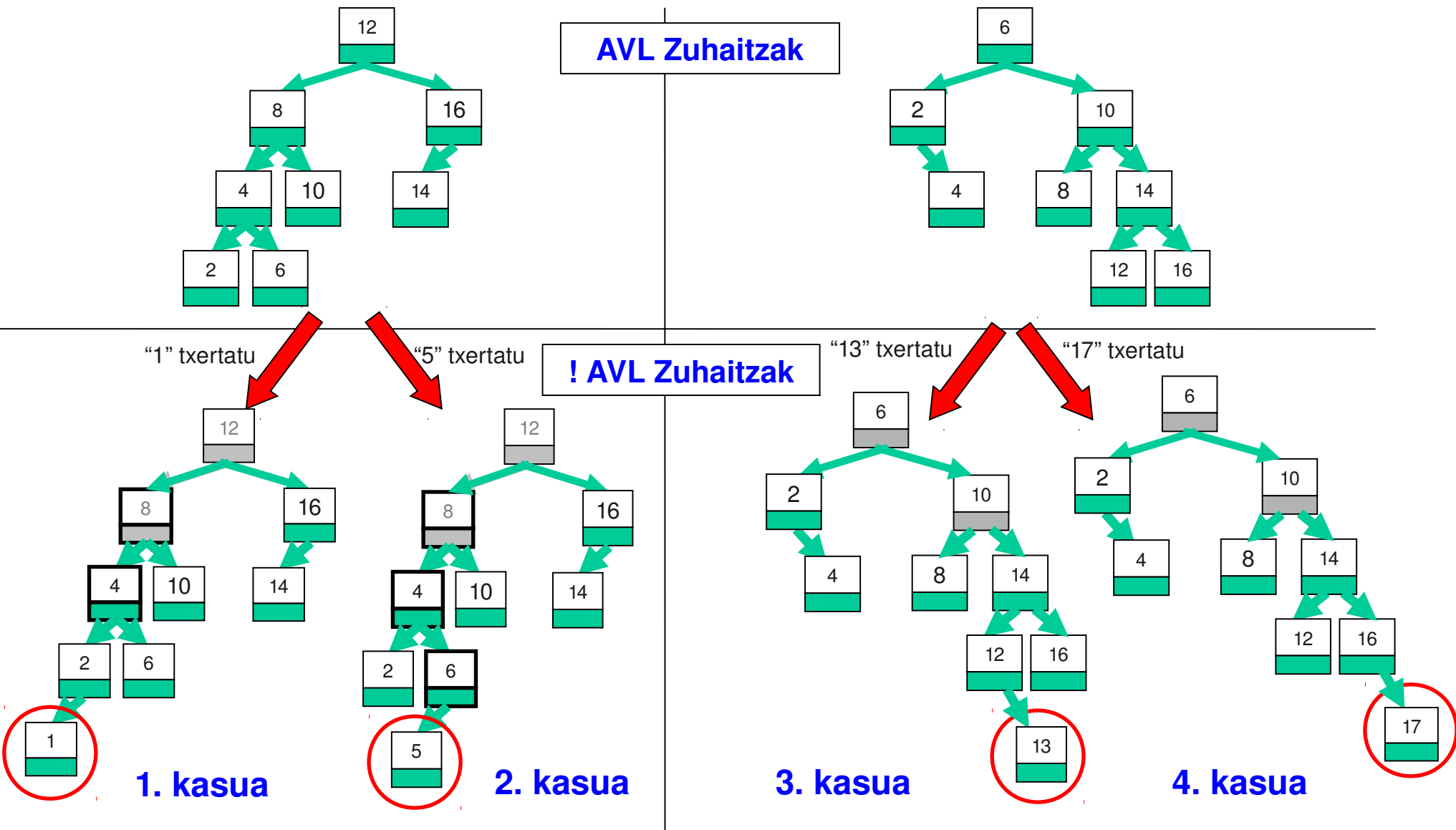
- **Definizioak:**

- Bilaketa-zuhaitz bitarrak dira, orekazo propietate osagarri batekin:
- Ezkerreko eta eskubiko umeen **altuerak gehienenez unitate batean** desberdindu daitezke



AVL Zuhaitzak

Txertatzerakoan, oreka hausteko 4 aukera ezberdin:



Oreka berreskuratzeko egin behar diren eragiketei buruz gehiago jakiteko:

<http://www.c.conclase.net/edd/index.php?cap=008#inicio>



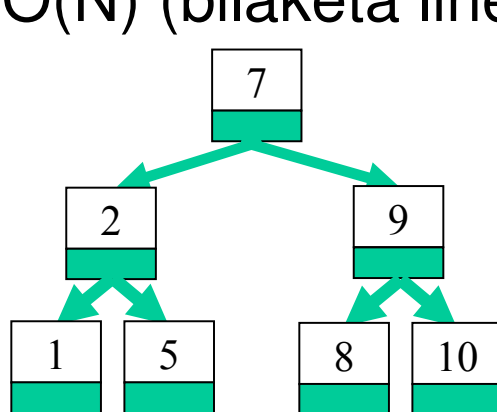
bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketen konplexutasuna:

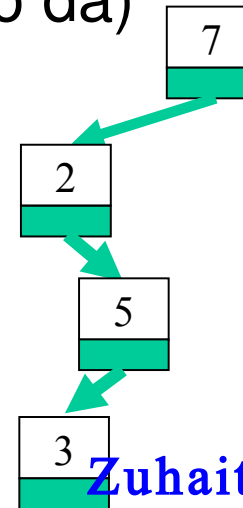
- **Eragiketa baten konplexutasuna**

proporzionala da azken bisitatutako adabegiaren sakontasunera.

- Zuhaitza orekatuta badago (AVL) orduan konplexutasuna logaritmikoa izango da ($\log N$) (bilaketa bitarren berdina da)
- Zuhaitza degeneratuta badago, orduan lineala $O(N)$ (bilaketa lineala izango da)



Zuhaitz orekatua $O(\log N)$



Zuhaitz degeneratua $O(N)$



Bilaketa-zuhaitz bitarrak

Oinarrizko eragiketen konplexutasuna:

- Oinarrizko eragiketa baten konplexutasuna
 - Bilaketa
 - Txertaketa
 - Ezabaketa
- Proporzionala da kontsultatutako adabegi kopuruari
- Adabegi batera ailegatzeko balioa:

1+ (adabegiaren sakonera)



Emaitzak

Bilaketa-zuhaitz bitarrak

- Bilaketa-zuhaitz bitarrak oso garrantzitsuak dira algoritmoen diseinuetan.
- **Oinarrizko eragiketa** guztiak dauzka:
 - bilaketa
 - txertaketa
 - ezabaketa
- Eragiketa guztiak **denbora logaritmikoan** egiten dira (AVL)