5 Gaia

Zehazpen errorea

Aurkibidea

5.1 Sarrera

Erregresio linealeko eredu orokor bat lehendabiziz zehazterakoan erabaki askoren menpean dago:

- Aldagai azalduaren aukeraketa.
- Aldagai azaltzaileen aukeraketa.
- Aldagaien neurketa.
- Erlazioaren forma funtzionala. Egonkortasuna.
- Perturbazioaren ezaugarriak.

Aurreko gaietan eredua zehazterakoan oinarrizko hipotesi batzuk betetzen zirela suposatzen genuen. Errealitatean hipotesi hauetatik batzuk ez betetzearen arrazoia, okerreko erabakiak hartzea edota aztertzen ari garen aldagaien edo datuen ezaugarri bereziengatik ematen da. Egite honek, erabiltzen ari garen estimatzailearen propietateengain eragin negatiboak ditu, baita inferentzian ere eta ondorioz, kontraste hauetatik ateratako emaitzak eta konklusioak ez dira fidagarriak, oker daude.

Gehienetan, eredu baten ebaluazioaren fidagarritasuna lehen zehazpen honen menpean dago. Horrela bada, azterketa grafikoak eta zehazpen kontrasteak ezinbesteko tresnak izaten dira oinarrizko hipotesi guztiak betetzen direla ziurtatzeko. Tresna hauetariko batzuk gai honetan ikusiko dira eta beste batzuk hurrengoetan. Gai honetan zehazki, aldagai azaltzaileen aukeraketan okerreko erabakiak hartzeak dakartzan ondorioak aztertuko ditugu.

Zehazpen errore honen efektuak hobeto eta errazago ikusteko asmoarekin *benetako zehazpena* ezagutzen dela **suposatuko** dugu. Honela, “ondo zehaztutako benetako eredua” eta “guk gaizki zehaztu dugun ereduaren” arteko konparaketa egiterakoan, zehazpen errorearen efektuak erraz nabaritzen dira. Kontsideratuko ditugun zehazpen erroreak hauek dira:

a) Aldagai azaltzaile nabarien omisioa. Omisioak KTAko estimatzailearengain eta banakako kontrastengain duen eragina analizatuko dugu. Hondarren grafikoa nola aztertu eta zehazpen txarraren kontrasteren bat ikusiko dugu adibide enpirikoen bitartez.

b) Aldagai ez nabarien barnerapena. Ereduan agertu behar ez diren aldagaiak barneratzean sortzen diren ondorioak aztertuko ditugu. Aldagai bat ez nabaria den nola erabaki ikusiko dugu.

Nahiz eta errealitatean bi efektu hauek nahasturik agertzea posiblea izan, efektu biak banaka aztertuko dira.

5.2 Aldagai nabarien omisioaren ondorioak

Aurreko gaiko adibide berdinarekin[1] jarraituko dugu, hau da, etxebizitzen salmenta prezioa (mila dolarretan) aztertu nahi da etxebizitzak duen azalera ($SQFT$), logela kopurua

[1] Ramanathaneko (2002) data4-1.gdt datu-fitxategia.

($BEDRMS$) eta komun kopuruaren ($BATHS$) menpean, konkretuki, aurreko gaian aztertutako A eta D ereduekin.

Kontsidera dezagun hasiera batean etxebizitzen salmenta prezioa finkatzeko "ondo zehazturiko benetako eredua" ondorengoa dela (A eredua):

$$PRICE_i = \beta_1 + \beta_2 SQFT_i + \beta_3 BEDRMS_i + \beta_4 BATHS_i + u_i \quad i = 1, \ldots, N$$

non oinarrizko hipotesi guztiak betetzen diren. Guk zehaztu eta KTAn bitartez estimatzen dugun eredua berriz, honako beste hau izan da (D eredua):

$$PRICE_i = \beta_1 + \beta_3\, BEDRMS_i + \beta_4\, BATHS_i + v_i \qquad i = 1, \ldots, N$$

Guk proposatu eta estimatu dugun ereduan azalera neurtzen duen aldagai azaltzailea (SQFT) omititu egin da. Aldagai hau benetan nabaria denez, $\beta_2 \neq 0$ ematen da eta guk zehazturiko ereduko perturbazioak (v_i) aldagai honen eragina bilduko du, hau da $v_i = \beta_2 SQFT_i + u_i$. Ondorioz, gure perturbazioaren batezbestekoa ateratzerakoan, $E(v_i) = \beta_2 SQFT_i \neq 0$ izango da eta hortaz, perturbazioari buruzko oinarrizko hipotesiren bat ez da beteko.

Bestalde, omisioa egiterakoan, ereduan barneratutako aldagai azaltzaileen eta perturbazio berriaren (v_i) arteko kobariantzak ($kob(BEDRMS, v)$, $kob(BATHS, v)$) ez dira zertan zero izan behar. Izatez kobariantza hauen balioak, barneko aldagai azaltzaileen eta omititutako aldagai azaltzailearen arteko kobariatzaren ($kob(BEDRMS, SQFT)$, $kob(BATHS, SQFT)$) menpekoak dira. Azken kobariantza hauek zero ez badira, orduan KTAko estimatzaileak alboratuak izango dira ($E(\hat{\beta}_i) \neq \beta_i \; i = 3, 4$) eta alborapena kobariantza hauen menpekoa izango da. Honela, omisioa daukagun D eredua KTAn bidez estimatzerakoan, estimatzaileek izango duten alborapena honakoa da:

$$E(\hat{\beta}_3) - \beta_3 = \beta_2 \frac{S_{23}S_{44} - S_{24}S_{34}}{S_{33}S_{44} - S_{34}^2} \qquad E(\hat{\beta}_4) - \beta_4 = \beta_2 \frac{S_{24}S_{33} - S_{23}S_{34}}{S_{33}S_{44} - S_{34}^2} \tag{5.1}$$

non $S_{js} = N^{-1} \sum_i (X_{ji} - \bar{X}_j)(X_{si} - \bar{X}_s)$, X_j eta X_s bi aldagaien arteko lagin kobariantza den baldin eta $j \neq s$ bada eta lagin bariantza $j = s$ bada. Alborapenaren zeinua jakiteko, koefizientearen zeinua eta baita kobariantzen zeinua ere zeintzuk diren begiratu behar dira.

Estimatzaile bien alborapenaren adierazpenak begiratuz, $S_{23} =$ kob ($BEDRMS$, $SQFT$) eta $S_{24} = kob(BATHS, SQFT)$ kobariantzen menpean daudela ikus daiteke. Kobariantza hauek zero balira (edo gauza bera dena aldagaiak koerlatu gabeak izango balira, hau da, $koer(BEDRMS, SQFT) = 0$ eta $koer(BATHS, SQFT) = 0$) orduan alborapena anulatzen da eta estimatzaile alboragabeak lortuko lirateke. Baina baldintza hau, logelen eta komunen tamaina eta etxebizitzaren azalerak koerlatu gabeak izatea, ez da errealitatean oso posiblea.

Bestalde, termino konstantearen koefizientearen alborapena aztertzean:

$$E(\hat{\beta}_1) - \beta_1 = \beta_2 \left(\bar{X}_2 - \frac{S_{23}S_{44} - S_{24}S_{34}}{S_{33}S_{44} - S_{34}^2}\, \bar{X}_3 - \frac{S_{24}S_{33} - S_{23}S_{34}}{S_{33}S_{44} - S_{34}^2}\, \bar{X}_4 \right) \tag{5.2}$$

estimatzaile hau ere alboratua dela ikus daiteke. Izatez, nahiz eta beste biak alboragabeak izan, hau da, $S_{23} = S_{24} = 0$ eman, $\hat{\beta}_1$ estimatzaileak alboratua izaten jarraitzen du, omititutako aldagai azaltzailearen lagin batezbestekoaren ($\bar{X}_2$) menpekoa baita eta batezbesteko hau ez baita zertan zero izan behar. Horrela bada, omititutako aldagai azaltzailearen efektu batzuk termino konstantera pasatzen dira nahiz eta malden estimazioan arazorik ez izan. Arrazoi honegatik eta teoria ekonomiko konkretu batek termino konstantearen existentzia ezinezkoa dela ez badu baieztatzen, ereduetan beti jartzen da konstante bat.

Dena den, koefizienteen estimatzailea, batez ere maldena, alboratua baldin bada, estimatzaile alboratu hauetan oinarrituriko banakako eta baterako esanguratasun kontrasteak eta koefizienteei buruzko beste edozein kontraste oker daude. Gainera, nahiz eta malden estimatzaileak alboragabeak izan koerlazio ezaren aurrean egotean, kontrasteak ez lirateke baliagarriak izango, kontrasteetan erabiltzen diren desbideratze edo bariantza estimatuak ez baitira alboragabeak. Bariantza eta kobariantza matrizea ($\hat{\sigma}^2(X'X)^{-1}$) alboratuta estimatzearen arrazoia $\hat{\sigma}^2$ estimatzailean datza. Ereduan omisioa dagoenean estimatzaile hau alboratua da, hondar karratuen batura alboratuta egongo baita. Laburtuz, aldagai azaltzaileen omisioaren ondorioak latzak dira, inferentzian bereziki.

Nola hauteman aldagai nabarien omisioa?

Aurreko gaietan sakondu dugun etxebizitzen adibidearekin jarraituz, beste azterketa xume bat egingo dugu, konkretuki, lehen aipatutako A eta D ereduekin. Aurreko gaian ikusi genuenez, $SQFT$ aldagai nabariaren omisioak doikuntza (R^2 eta $\bar{R}^2$) txarragoa dakar eta errore neurriak (AIC eta BIC) handitu egiten dira. Bestalde, omisioaren aurrean, koefiziente estimatuen balioak eta esanguratasunak aldatzen dira. Adibide honetan, $BATHS$ aldagaiaren koefizientearen balioa positiboa bihurtu da eta gainera orain aldagai hau nabaria bezala agertzen da. Dirudienez, $SQFT$ aldagaia kentzerakoan, gelditzen diren aldagai bietatik $BATHS$ aldagaiak $BEDRMS$ aldagaiak baino zerikusi handiagoa du azalerarekin.

Bestalde, omititutako aldagaiak barneratutako aldagaiekiko duen koerlazioa aztertzeko, $SQFT$, $BEDRMS$ eta $BATHS$ aldagaiak azpimarratu ondoren, *Ikusi* → *Koerlazio matrizea* aukerarekin irtengo den emaitza honakoa da:

5.1 Taula: **A ereduko** aldagai azaltzaileen koerlazio matrizea

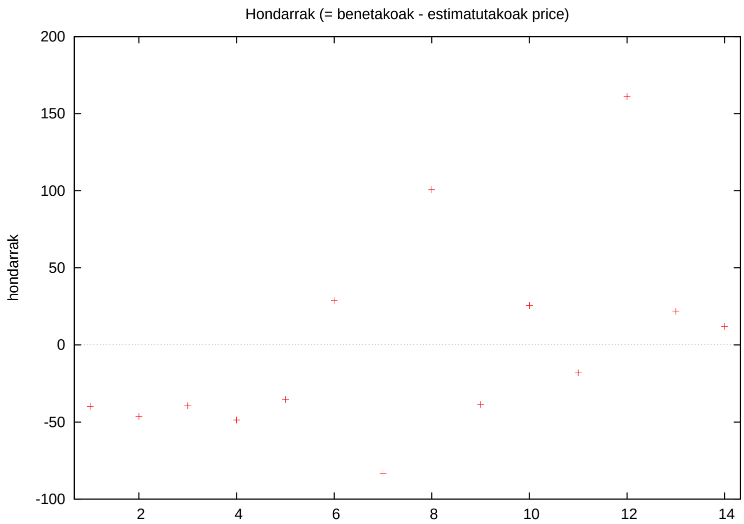
Koefizienteen koerlazioa, 1–14 behaketekin
% 5 esangura-maila (alde-bikoa) = 0,5324 eta n = 14

sqft	bedrms	baths	
1,0000	0,4647	0,7873	sqft
	1,0000	0,5323	bedrms
		1,0000	baths

Koerlazio hauek begiratzean, bai $BEDRMS$ aldagaiak eta bai $BATHS$ aldagaiak koerlazio positiboa daukate $SQFT$ aldagaiarekin. Hori espero genuen. Baina aldagai bietatik $BATHS$ aldagaiak du koerlazioarik handiena $SQFT$ aldagaiarekin. Logikoa al da? Bai. Demagun bi etxebizitzen artean aukeratu behar duzuela. Batak hiru logela eta komun bat ditu eta besteak logela bat eta hiru komun. Zein nahiago duzue? Gaur egun, etxebizitza batean logela bat gehiago izatea, nahiz eta logelen tamaina txikia izan, nahiko normala da. Baina komunen kopurua handitzen bada, ziur etxebizitzen azalera handitu egiten dela, normalean logela edo komun baten artean nahiago izaten baita logela bat gehiago izatea. Gainera, $BEDRMS$ aldagaiak duen koerlazioa $BATHS$ aldagaiarekin $SQFT$ aldagaiarekin duena baino handiago da. Zergatik? Logelen kopurua handitzean (normalean etxebizitzan pertsona gehiago daudelako) komunen falta areagotu egiten da. Honela, logela gehiago izatean, komun gehiago behar dira eta etxebizitzaren azalera handitu beharko litzateke, hau da, $BEDRMS$ aldagaiak etxebizitzaren salmenta prezioarengain duen eragina $BATHS$ aldagaiaren bitartez biltzen dela dirudi, horrela $BEDRMS$ aldagaia banaka ez esanguratsua irteten da.

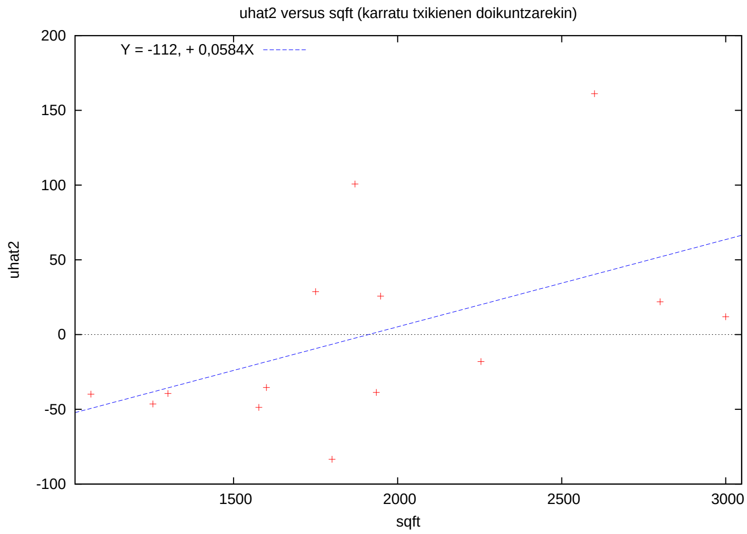
Hondarrak formalki analizatzeaz gain, hondarren behaketen grafikoan edo aldagai azaltzaile batekiko grafikoan joera sistematikoren baten existentziak, omititutako aldagai azaltzaileren bat faltan dagoela susmaerazi ahal digu. Jarraian, $SQFT$ aldagaia omititu izan den D ereduaren hondarrak aztertuko ditugu. Horretarako KTAko estimazio lehiatilan: *Grafikoak* → *Hondarren grafikoa* → *Behaketa zenbakiarekiko* eginez ateratzen zaigun grafikoa aztertuko dugu. Grafikoan zera ikus daiteke: laginaren hasieran hondar negatiboen multzo bat dagoela eta lagina aurreratzen den heinean balio hauek etengabe handituz doazela, joera positibo bat izanez. Datuak nola ordenatuta dauden ikusirik, hau da azalera txikitik handira doazela ikusirik (ikusi $SQFT$ren balioak), azalera txikiko etxebizitzen hondarrak dira negatiboak direnak eta azalera handitzean doan heinean, hondarrak gero eta handiagoak agertzen dira. Beraz, hondarrak ez dira zero inguruan aleatorioki banatzen, baizik eta patroi konkretu batekin: joera gorakor bat azaltzen dute.

5.1 Irudia: **D Ereduko** hondarren behaketen grafikoa



$SQFT$ aldagai azaltzailearekiko hondarren grafikoa lortzeko egin behar den lehenengo pausua hondar hauek gordetzea izango da. KTAko estimazio lehiatilan *Gorde* $\rightarrow$ *Hondarrak* egin eta hondarrak $uhat2$ bezala gordeko ditugu. Ondoren, hasierako lehiatilan, *Ikusi* $\rightarrow$ *Grafikoak* $\rightarrow$ *X-Y Grafikoa* eginez hondarrak eta SQFT aldagaien arteko grafikoa ateratzen dugu, non *X-ardatzaren aldagaia* aukeran, $SQFT$ aldagaia jarriko dugun eta *Y-ardatzaren aldagaian*, D ereduko KTAko hondarrak. Lortzen den grafikoa ondorengoa da:

5.2 Irudia: **D Ereduko** hondarren grafikoa SQFT aldagaiarekiko



Bertan, hondarren eta $SQFT$ aldagaiaren arteko erlazio lineal positibo baten existentzia argi ikusten da. Izatez, grafiko bertan bi aldagai hauen arteko erregresio zuzen estimatua, hau da, lagin erregresio zuzena marrazten da. Erlazio positibo honen esanahia zera da: omititutako $SQFT$ aldagai azaltzaileak hondarrak azaltzeko informazioa dauka.

Grafiko honetan susmatzen dena formalki kontrastatu daiteke Engle-k (1982) proposatutako kontrastearekin Kontraste honen hipotesi hutsean kanpoan utzi den aldagai azaltzaileak $SQFT$, hondarrak $\hat{u}_i$ azaltzeko informaziorik ez duela daukagu, hau da, SQFT ez da esanguratsua hondarrak azaltzeko ($\delta_2 = 0$). Kontraste hau aurrera eramateko ondorengo erregresio laguntzailea estimatzen da

$$\hat{u}_i = \delta_1 + \delta_2 SQFT_i + \xi_i \qquad i = 1, \ldots, N \tag{5.3}$$

Mugatze koefizientea (R^2) kalkulatzen da eta bere balioa altua bada $SQFT$ aldagaiak hondarrak azaltzen dituela adieraziko du eta ez baldin badaukate inolako erlaziorik, orduan mugatze koefizientearen balioa txikia izango da. Kontrastea formalki egiteko erabili behar den estatistikoa $\lambda = NR^2$ da zeinak hipotesi hutsaren menpean eta laginaren tamaina handia izanik, $\chi^2_{(q)}$ banaketa jarraitzen duen eta askatasun graduak (5.3) erregresio laguntzailean sartutako aldagai azaltzaileen kopurua den (termino konstantea ezik). Kasu honetan $q = 1$ izango da $SQFT$ bakarrik sartu baitugu. Erabaki araua ohikoa da, kalkulatutako estatistikoaren balioa tauletako balioa baino txikiagoa bada ($\lambda < \chi^2_{(q)\alpha}$) hipotesi hutsa ez da baztertzen

5.2 Taula: Engle kontrastearen emaitzak

```
Chi-karratua(1)
 eskubiko kolako probabilitatea = 0,05
 osagarrizko probabilitatea = 0,95

 Balio kritikoa = 3,84146
```

α esangura-mailarentzat eta kasu honetan $SQFT$ aldagaiak hondarrekin ez duela inolako erlaziorik baieztatuko dugu. Lagin handietako kontrastea denez, behaketen kopurua handitzen doan neurrian, kontrastearen fidagarritasuna ere handitzen joango da.

Gure adibidean erregresio laguntzailearen emaitzak honakoak dira:

$$\underset{(t_{est}.)}{\widehat{\mathrm{u}}_i} = \underset{(-1{,}995)}{-111,588} + \underset{(2{,}078)}{0,0583946}\,\mathrm{SQFT}_i$$
$$N = 14 \quad R^2 = 0,264584$$

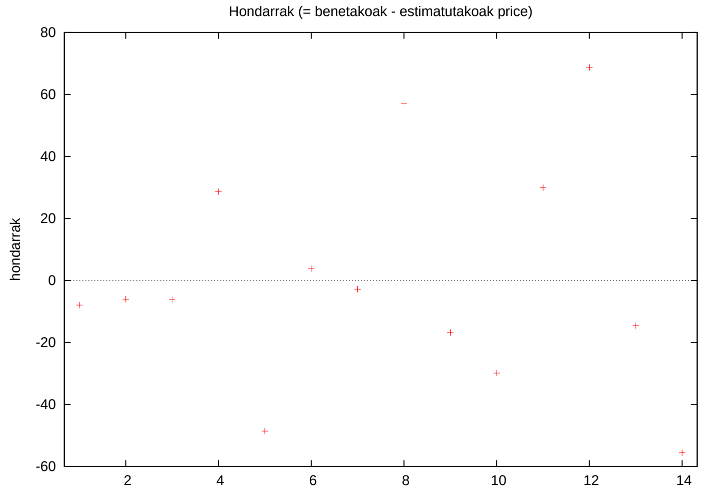
beraz estatistikoaren balioa $\lambda = NR^2 = 3,70417$ da. Balio hau gorde nahi izanez gero, erregresio honetako KTAko estimazioaren lehiatilan *Gorde* ataleko T^*R*-karratua* aukeratzen dugu eta jarraian, kontrastea burutzeko tauletako balioa libururen batean bilatzea ez badugu nahi, Gretl programaren barneko *Tresnak* aukeran *Estatistika-taulak* atalean *chi-karratua* aukeratzen dugu, askatasun graduak ($q = 1$) zeintzuk diren *ag* kaxan adierazi eta nahi dugun esangura-maila ere ($\alpha = 0.05$) jartzerakoan, ondorengo emaitza irteten da:

Aukeratutako $\alpha = \%5$eko esangura-mailarekin, estatistikoa tauletako balioa baino txikiagoa da baina justu-justuan eta $\alpha = \%10$eko esangura-maila hartu izan bagenu ordea, hipotesi hutsa baztertu egiten da. Guzti hau dela eta, badirudi $SQFT$ aldagaiak zerbait badaukala hondarrei buruz esateko.

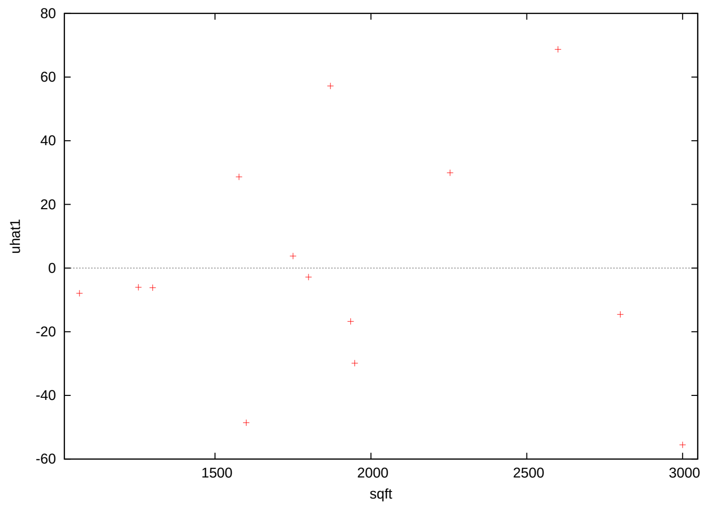
Emaitza hauek aztertuz, kontrastea $\alpha = 0,05$eko esangura-mailarekin burutzean pantailan agertzen den p-balioa baino txikiagoa denez hipotesi hutsa ez da baztertzen **baina** $\alpha = 0,0542767$koa baino apur bat handiagoa hartzen badugu (adibidez 0,0542767 + 0,0000001) hipotesi hutsa baztertuko litzateke. Horregatik, lehen esan den bezala, badirudi $SQFT$ aldagaia badela hondarrak azaltzeko gai. Hau horrela bada aldagai azaltzaile esanguratsua dela baiezta dezakegu eta ereduan barneratu beharko litzateke.

Nola aldatuko lirateke lorturiko emaitzak zuzeneko ereduko hondarrak aztertuko bagenitu? Ondorengo (5.3) irudiko grafikoan A eredu zuzenaren hondarrak erakusten dira eta hondarren portaera aleatorioa dela ikusi daiteke. Eta $SQFT$ aldagaiarekiko hondarren grafikoaren itxura? Lehen azaldutako pausuak jarraituz, (5.4) irudiko grafikoa lortuko genuke eta joera edo patroi argi bat ez dela ikusten esango genuke, honela $SQFT$ aldagaia hondarrekin erlazionatu gabe dagoela esanez.

5.3 Irudia: **A Ereduko** hondarren behaketen grafikoa



5.4 Irudia: **A Ereduko** hondarren grafikoa SQFT aldagaiarekiko



5.3 Aldagai ez nabarien barnerapenaren ondorioak

Demagun oraingoan "ondo zehaztuta dagoen benetako eredua" honakoa dela (E eredua):

$$PRICE_i = \beta_1 + \beta_2 SQFT_i + u_i \quad i = 1, \ldots, N$$

non oinarrizko hipotesi guztiak betetzen diren. Baina guk zehaztu eta estimatzen dugun ereduan berriz $BEDRMS$ aldagai ez nabaria barneratu da (F eredua):

$$PRICE_i = \beta_1 + \beta_2 SQFT_i + \beta_3 BEDRMS_i + u_i \quad i = 1, \ldots, N$$

Azken eredu honetan $BEDRMS$ aldagaiaren koefizientearen benetako balioa zero dela dakigu. Baina eredua estimatzerakoan, aldagai ez nabariaren koefizientea ere estimatzen da eta bere puntuzko estimazioa ($\hat{\beta}_3$) ez da zertan zero irten behar. Zehazpen errore honen ondorioak zeintzuk dira?

- Eredu honetako estimatzaile guztiak alboragabeak direla froga daiteke: $E(\hat{\beta}_j) = \beta_j \; \forall j$. Adibidean, $E(\hat{\beta}_3) = 0$ da. Honela, perturbazioen batezbestekoak zero izaten jarraituko du.

- Estimatzaileen bariantza eta kobariantza matrizearen ohiko estimatzailea alboragabea izango da, $\hat{\sigma}^2$ estimatzailea alboragabea baita. Honela bada, konfidantza tarteak eta ohiko kontrasterako estatistikoak fidagarriak izango dira.

- Zehazpen errore honen koste edo galera askatasun graduak galtzean datza eta baita estimazioen efizientzian ere. Guk zehaztu dugun ereduaren koefizienteen estimatzaileen bariantzak benetakoarenak baino handiagoak dira. Eta diferentzia hau gero eta handiagoa izango da barneratutako aldagai azaltzaile ez nabaria eta barneratutako aldagai azaltzaile nabarien arteko koerlazioa handitzen doan heinean.

  Gure adibidean, $BEDRMS$ aldagai ez nabaria sartzerakoan galtzen den efizientzia handia izango da baldin eta aldagai ez nabari honen ($BEDRMS$) eta ereduko aldagai azaltzaile nabariaren ($SQFT$) arteko koerlazioa handia bada. 3. gaian erakutsitako erregresioen emaitzetan, gaizki zehaztuta dagoen ereduaren (F) desbideratzeak eredu zuzenekoak (E) baino handiagoak direla, ikus daiteke. Bestalde, SQFT aldagaiari dagokion koefizientearen estimatzailearen bi bariantzen arteko zatidura edo ratioa begiratzean:

$$\frac{Bar(\hat{\beta}_2)^{\text{F eredua}}}{Bar(\hat{\beta}_2)^{\text{E eredua}}} = \frac{1}{1 - koer(SQFT, BEDRMS)^2} = 1,4 > 1$$

  bat baino handiagoa denez efizientzia galdu egiten da. Hortaz, $BEDRMS$ aldagai azaltzaile ez nabariaren barnerapenak β_2 koefizientea zehaztasun gutxiagorekin estimatzea erakartzen du eta berdina gertatzen da β_1 koefizientearen estimazioan.

Nola hauteman aldagai ez nabarien presentzia?

Jarraibiderik hoberena eredu orokor batetik hasi eta aldagaien esanguratasuna analizatzea da. Honetarako zuzendutako mugatze koefizientea, AIC eta BIC neurriak erabili daitezke. Jarraibide honek desabantailak izan ditzake: barneratutako aldagaien kopurua handia bada askatasun graduen ($N - K$) galera izaten da eta askoz txarragoa dena, barneratuta dauden aldagaien arteko koerlazioarengatik efizientzia galdu egiten da, hau da, bariantza handia egotearen probabilitatea handia izan daiteke. Eta bariantza hauek inferentziaren emaitzetan eragina dutenez, baliteke aldagai azaltzaile bakoitzaren banakako esanguratasuna ondo bereiztea ezinezkoa izatea[2].

Alderantzizko bidea jarraitzen badugu eta eredu bakun batetik orokorrera joaten bagara zenbait arazo ager daitezke. Arazo hauek *"data mining" (datu-ustiaketa)* bezala ezagutzen dira. Prozedura honen pausuak honakoak dira: eredu bakunean aldagai bat gehiago sartu eta esanguratsua baldin bada barnean utzi eta bestela kendu, beste bat sartu eta analisi berdina,

[2] Aldagai azaltzaileen arteko koerlazioaren ondorioak hurrengo gaian ikusiko dira.

ondoren hurrengoa ... Hau egitean, azkenean erabili den esangura-maila ez da α izango baizik eta α bider egin diren kontrasteen kopurua izango da eta esangura-maila handitzean badakigu hipotesi hutsa benetakoa izanik, hipotesi huts hori baztertzearen probabilitatea handitzen doala. Bestaldetik, eredu bakunetik hasterakoan, baliteke nabaria den aldagaiaren bat oraindik barneratu gabe egotea eta ondorioz, aldagai nabari hori sartu arte egindako kontraste guztiak ez dira fidagarriak izango, omisioaren aurrean egongo ginateke eta.

Bibliografia

Engle, R. F. (1982), "A general approach to Lagrangian Multiplier Modelo Diagnostics", *J*ournal of Econometrics, 20, 83-104 orr.

Ramanathan, R. (2002), *Introductory Econometrics with Applications*, 5. ed., South-Western, Ohio.