

TAREA 3.3. Funciones de producción.

- A. En economía, la función Cobb-Douglas es una forma de función de producción, ampliamente usada para representar las relaciones entre la producción y las variaciones de los inputs tecnología, trabajo y capital. Fue propuesta por Knut Wicksell (1851-1926) e investigada con respecto a la evidencia estadística concreta, por Charles Cobb y Paul Douglas en 1928. El establecimiento de la función partió de la observación empírica de la distribución de la renta nacional total de Estados Unidos entre el capital y el trabajo. Los datos mostraron que se mantenía más o menos constante a lo largo del tiempo y a medida que crecía la producción, la renta del total de los trabajadores crecía en la misma proporción que la renta del conjunto de los empresarios. Douglas solicitó a Cobb establecer una función que resultara en participación constante de los dos factores si ganaban en su producto marginal.

Esta función de producción presenta la forma

$$Q = A L^{\beta_1} K^{\beta_2}$$

donde Q es la producción total (el valor monetario de todos los bienes producidos durante un año), L es el factor trabajo, K el factor capital y A el factor total de productividad. Esta función de producción se puede escribir de forma estocástica como sigue:

$$(1) \quad Q_i = A L_i^{\beta_1} K_i^{\beta_2} e^{u_i}$$

donde Y es la producción, L es el factor trabajo, K es el factor capital y u es la perturbación aleatoria.

¿Es lineal en los parámetros el modelo de regresión (1)? ¿Es lineal en las variables?

Transformando el modelo (1) tomando logaritmos se obtiene:

$$(2) \quad \ln Q_i = \beta_0 + \beta_1 \ln L_i + \beta_2 \ln K_i + u_i$$

¿Es lineal en los parámetros el modelo de regresión (2)? ¿Es lineal en las variables?

El fichero `Tabla_7.3.gdt` del libro de Gujarati (2003) que se puede encontrar en:

http://gretl.sourceforge.net/gretl_data.html

incluye datos anuales desde 1958 hasta 1972 para las siguientes variables del sector agrícola de Taiwan: producción bruta real en millones de dólares de Taiwan (Y), trabajo en millones de días (X_1), capital real en millones de dólares de Taiwan (X_2).

Suponiendo que el modelo (2) cumple los supuestos básicos del MRLG:

- Estima el modelo (2) por MCO e interpreta los resultados (parámetros, bondad de ajuste).

- ¿Son las variables explicativas individualmente significativas?
- ¿Existe evidencia en la muestra de que la función de producción del sector agrícola de Taiwan tenga rendimientos constantes a escala?
- Dependiendo de tu respuesta al apartado anterior, ¿cuál sería el modelo que propondrías para la función de producción de Taiwan?

B. La Función de Producción Logarítmico Transcendental (translog) es una generalización de la función Cobb-Douglas. La función de producción translog para dos factores (trabajo y capital) es:

$$(3) \quad \ln Q_i = \beta_0 + \beta_1 \ln L_i + \beta_2 \ln K_i + \frac{1}{2}\beta_3 (\ln L_i)^2 + \frac{1}{2}\beta_4 (\ln K_i)^2 + \beta_5 \ln L_i \ln K_i + u_i$$

¿Es lineal en los parámetros el modelo de regresión (3)? ¿Es lineal en las variables?

Con la muestra anterior sobre el sector agrícola de Taiwan:

- Estima el modelo (3) por MCO y escribe la recta de regresión muestral con toda la información que consideres relevante.
- ¿Cuál es la estimación de la elasticidad del capital? ¿Es constante? ¿Y la del factor trabajo?
- Para el caso del sector agrícola de Taiwan, ¿qué función de producción te parece más adecuada?

Esta tarea se va a discutir en grupos pequeños en el seminario 6.