

Ejercicio 2.1. Estimación del Modelo de Regresión Lineal Simple.

La siguiente tabla de datos proporciona una muestra del consumo y la renta semanal para siete familias:

Obs.	Consumo	Renta
1	70	80
2	60	100
3	90	120
4	95	140
5	110	160
6	115	180
7	120	200

Parte A. Considera el siguiente modelo de regresión lineal:

$$(1) \quad C_i = \beta_0 + \beta_1 R_i + u_i \quad i = 1, 2, \dots, 7$$

1. Interpreta los parámetros del modelo.
2. Obtén las estimaciones MCO de β_0 y β_1 . Interpreta los parámetros estimados.
3. Representa los datos observados y los estimados por la recta de regresión muestral para el consumo.
4. Obtén los residuos MCO y represéntalos.
5. Calcula la Suma de Cuadrados Total (SCT), la Suma de Cuadrados Explicada (SCE) y la Suma de Cuadrados de los Residuos (SCR) y explica su significado.
6. Calcula e interpreta el coeficiente de determinación.
7. Si la renta de la familia i -ésima fuera igual a la media muestral de la renta, ¿qué valor estimas para su consumo?
8. Comprueba si se cumplen las propiedades de la recta de regresión muestral.
9. Propón un estimador insesgado para la varianza de los estimadores MCO. Calcula las varianzas estimadas para $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$.

Parte B. Considera el siguiente modelo de regresión lineal:

$$(2) \quad C_i = \beta_1 R_i + u_i \quad i = 1, 2, \dots, 7$$

1. Representa gráficamente la recta de regresión poblacional. ¿Qué tipo de relación lineal específica entre el consumo y la renta propone este modelo?
2. Escribe la función objetivo a minimizar en el criterio de estimación de Mínimos Cuadrados Ordinarios y deriva las ecuaciones normales.
3. Obtén la estimación MCO de β_1 . Compara el resultado con el obtenido en la Parte A.

4. Obtén los residuos MCO y represéntalos.
5. Si la renta de la familia i -ésima fuera igual a la media muestral de la renta, ¿qué valor estimas para su consumo?
6. Comprueba si se cumplen las propiedades de la recta de regresión muestral.
7. Calcula el coeficiente de determinación. ¿Tiene la misma interpretación el coeficiente de determinación en el modelo (2) que en el modelo (1)?

Parte C. Considera el siguiente modelo de regresión lineal:

$$(3) \quad C_i = \beta_0 + u_i \quad i = 1, 2, \dots, 7$$

1. Representa gráficamente la recta de regresión poblacional. ¿Qué relación lineal entre el consumo y la renta propone este modelo?
2. Escribe la función objetivo a minimizar en el criterio de estimación de Mínimos Cuadrados Ordinarios y deriva las ecuaciones normales.
3. Obtén la estimación MCO de β_0 . Compara el resultado con el obtenido en la Parte A.
4. Obtén los residuos MCO y represéntalos.
5. Si la renta de la familia i -ésima fuera igual a la media muestral de la renta, ¿qué valor estimas para su consumo?
6. Comprueba si se cumplen las propiedades de la recta de regresión muestral.
7. Calcula el coeficiente de determinación e interpretalo.