INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA

3er curso LE y LADE

Tema 3a

Dpto. de Econometría y Estadística (EA3)

UPV—EHU

3 El Modelo de Regresión Lineal (II). Inferencia y Predicción.

3.1a Distribución del Estimador de Mínimo Cuadrados bajo el supuesto de Normalidad.

Estimador MCO bajo Normalidad

- Si $Y = X\beta + u$, donde $\boxed{u \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I_T)}$, entonces (recuérdese) el estimador MCO:

$$\begin{aligned}\widehat{\beta}_{\text{MCO}} &= (X'X)^{-1}X'Y = \beta + (X'X)^{-1}X'u \\ &= \beta + \Gamma' u \quad \text{es lineal en perturbaciones.}\end{aligned}$$

- Por lo tanto, la misma distribución Multivariante Normal, con (recuérdese)

$$\begin{cases} \mathsf{E}(\widehat{\beta}) & = \beta, \\ \mathsf{Var}(\widehat{\beta}) & = \sigma^2 (X'X)^{-1}. \end{cases}$$

- Es decir:

$$\boxed{\widehat{\beta} \sim \mathcal{N}(\beta, \sigma^2\,(X'X)^{-1})}$$

Estimador MCO bajo Normalidad (casos)

Dado que $\boxed{\widehat{\beta} \sim \mathcal{N}(\beta, \sigma^2\,(X'X)^{-1})}$:

- Para el k-ésimo coeficiente:

$$\widehat{\beta}_k \sim \mathcal{N}(\beta_k, \sigma^2\, a_{kk})$$

  donde a_{kk} es el $(k+1)$-ésimo elemento diagonal de $(X'X)^{-1}$

- *por ejemplo:* $\widehat{\beta}_1 \sim \mathcal{N}(\beta_1, \sigma^2\, a_{11})$,

  $a_{11} = 2^o$ elemento diagonal.

- Para un conjunto de combinaciones lineales:

$$R\,\widehat{\beta} \sim \mathcal{N}(R\,\beta, \sigma^2\, R\,(X'X)^{-1}R').$$

- Para un subvector de $\widehat{\beta}$: $R = [0_s \ldots 0_s | I_s]$; entonces

$$\widehat{\beta}^s \sim \mathcal{N}(\beta^s, \sigma^2\, A_{ss})$$

  donde $\beta^s =$ subvector de β, $A_{ss} =$ submatriz de $(X'X)^{-1}$.

Estimador MCO bajo Normalidad (casos)2

- En particular, si $R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow$

  $R \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \beta^\star$ (sin intercepto):
- y

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} \end{pmatrix};$$

- entonces

$$\widehat{\beta}^\star \sim \mathcal{N}(\beta^\star, \sigma^2 \diamond)$$

Residuos MCO bajo Normalidad

- De forma similar, si $\boxed{u \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I_T)}$,

  Entonces,

$$\boxed{\widehat{u} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2\, M)}$$

- En particular, para el 4^o residuo:

$$\widehat{u}_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2\, m_{44})$$

  donde m_{44} es el 4^o elemento diagonal de la matriz M.

3.1b Contrastar Hipótesis: un Repaso.

Hipótesis y Contrastes (rep1)

- Punto de partida:

$$\left.\begin{array}{ll} Y & = X\beta + u \\ u & \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I_T) \end{array}\right\} \left\{ \begin{array}{l} \widehat{\beta} \sim \mathcal{N}(\beta, \sigma^2 (X'X)^{-1}) \\ \widehat{u} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 M) \end{array}\right.$$

- Hipótesis: "conjetura sobre la fn de dn de(l) parámetro(s)".
  Por ejemplo:
  - en MRLS: $\widehat{\beta} \sim \mathcal{N}(\beta, v)$; sea $\beta = 2{,}5$.
  - en MRLG: $\widehat{\beta} \sim \mathcal{N}(\beta, \sigma^2 (X'X)^{-1})$; sea $\beta_1 + \cdots + \beta_K = 1$.
  - en general: T^a Ec. $\rightsquigarrow$ hipótesis
    p.ej.: Fn Cobb-Couglas:

$$Y_t = e^{\beta_0} L_t^{\beta_1} K_t^{\beta_2} e^{u_t}$$

    con rendimientos de escala constantes : $\beta_1 + \beta_2 = 1$
- Contraste: "procedimiento para rechazar o aceptar la hipótesis"

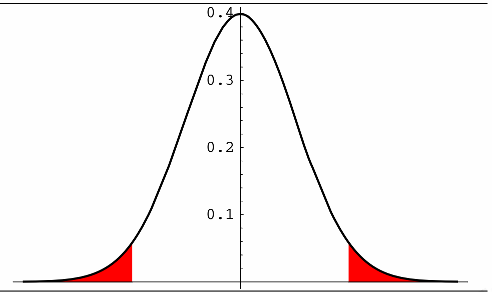
Hipótesis y Contrastes (rep2)

	elementos	pasos
a)	hipótesis para contrastar (sobre estimador)	$H_0 : \dots$ frente a $H_a : \dots$ (disjunta)
b)	dn estimador	obtener estadístico de contraste con dn tabulada bajo H_0 :
c)	regla decisión	estadístico calculado $\in$ región crítica ("grande") $\Downarrow$ Rechazar $\notin$ región crítica ("pequeño") $\Downarrow$ no Rechazar

Hipótesis y Contrastes (rep2-cont)

Ejemplo:

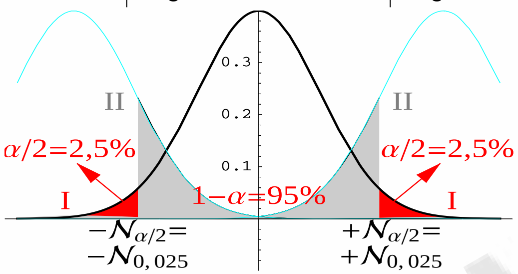
a)	$H_0 : \beta = 2{,}5$ frente a $H_a : \beta \neq 2{,}5$	(Var(β)=4)
b)	$\widehat{\beta} \sim \mathcal{N}(\beta, 4) \rightsquigarrow z = \dfrac{\widehat{\beta} - \beta}{2} \sim \mathcal{N}(0,1)$	
c)	$z = \dfrac{\widehat{\beta} - 2{,}5}{2} \in$	



Hipótesis y Contrastes: Región Crítica

nivel de significación $\alpha = 5\,\% = 0{,}05$

región crítica	región de confianza	región crítica

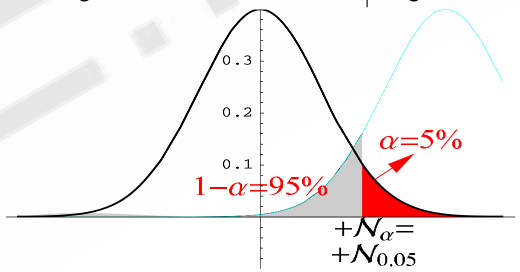


región crítica	región de confianza	región crítica

Hipótesis y Contrastes: Región crítica (una cola)

nivel de significación $\alpha = 5\,\% = 0{,}05$

región de confianza	región crítica



región de confianza	región crítica

Hipótesis y Contrastes: Distribuciones (repaso)

1. Def de χ^2 (ji-cuadrado):

$$\left.\begin{array}{r} Z_i \sim \text{iid}\,\mathcal{N}(0,1) \\ Z \sim \mathcal{N}(0, I_m) \end{array}\right\} Z'Z = \sum_{i=1}^{m} Z_i^2 \sim \chi^2(m) \quad \begin{cases} \mathsf{E}(\chi^2(m)) = m \\ \mathsf{Var}(\chi^2(m)) = 2m \end{cases}$$

1b. $Z \sim \mathcal{N}(\mu, \Omega) \Rightarrow (Z-\mu)'\Omega^{-1}(Z-\mu) \sim \chi^2(m)$

2. Def de $\boldsymbol{t}$ (Student): $\left.\begin{array}{c} Z \sim \mathcal{N}(0,1), \quad W \sim \chi^2(m) \\ Z, W \text{ independientes} \end{array}\right\} \dfrac{Z}{\sqrt{W/m}} \sim \boldsymbol{t}(m)$

3. Def de $\mathcal{F}$ (Snedecor): $\left.\begin{array}{c} V \sim \chi^2(n) \quad W \sim \chi^2(m) \\ V, W \text{ independientes} \end{array}\right\} \dfrac{V/n}{W/m} \sim \mathcal{F}^n_m$

4b. $n = 1 \Rightarrow \dfrac{Z^2}{W/m} \sim \mathcal{F}^1_m \equiv \boldsymbol{t}(m)^2$

Hipótesis y Contrastes: Resultado útil

De $\widehat{u} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 M)$:

- $\dfrac{\text{SCR}}{\sigma^2} = \sum(\widehat{u}_t^2/\sigma^2) = \sum \mathcal{N}(0,1)^2\text{'s} \sim \chi^2(T\!-\!K\!-\!1)$
- Entonces: $\dfrac{\widehat{\sigma}^2}{\sigma^2} = \dfrac{\text{SCR}}{\sigma^2(T\!-\!K\!-\!1)} = \dfrac{\text{SCR}}{\sigma^2(T\!-\!K\!-\!1)} = \chi^2/\text{d.f.'s}$
  - $\dfrac{\text{expr}}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0,1)$:
  - $\dfrac{\text{expr}}{\widehat{\sigma}} = \dfrac{\text{expr}/\sigma}{\widehat{\sigma}/\sigma} = \dfrac{\text{expr}/\sigma}{\sqrt{\widehat{\sigma}^2/\sigma^2}} = \dfrac{\mathcal{N}(0,1)}{\sqrt{\chi^2/\text{d.f.'s}}} = \boldsymbol{t}$
  - $\dfrac{\text{expr}}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$:
  - $\dfrac{\text{expr}}{\widehat{\sigma}^2} = \dfrac{\text{expr}/\sigma^2}{\widehat{\sigma}^2/\sigma^2} \Rightarrow \dfrac{\frac{\text{expr}}{\sigma^2}/n}{\widehat{\sigma}^2/\sigma^2} = \dfrac{\chi^2(n)/n}{\chi^2/\text{d.f.'s}} \sim \mathcal{F}$
- En resumen: $\sigma^2 \to \widehat{\sigma}^2 \quad \Rightarrow \quad$!‘$\mathcal{N}(0,1) \to \boldsymbol{t}$!!
  !‘$\chi^2 \to \mathcal{F}$!!

3.2a Contraste para Significación de un único parámetro. Intervalos de Confianza.

Contraste de Signif de un parámetro: dn

- Estandarizar $\widehat{\beta}_i \sim \mathcal{N}(\beta_i, \sigma^2 a_{ii})$

$$\frac{\widehat{\beta}_i - \beta_i}{\sqrt{\mathsf{Var}(\widehat{\beta}_i)}} = \frac{\widehat{\beta}_i - \beta_i}{\sigma\sqrt{a_{ii}}} = \frac{\widehat{\beta}_i - \beta_i}{\sigma_{\widehat{\beta}_i}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

- cambiar σ por $\widehat{\sigma}$:

$$\frac{\widehat{\beta}_i - \beta_i}{\widehat{\sigma}\sqrt{a_{ii}}} = \frac{\widehat{\beta}_i - \beta_i}{\sqrt{\widehat{\mathsf{Var}}(\widehat{\beta}_i)}} = \boxed{\frac{\widehat{\beta}_i - \beta_i}{S_{\widehat{\beta}i}} \sim \boldsymbol{t}(T\!-\!K\!-\!1)}$$

- Nota: $\sigma_{\widehat{\beta}i} \to S_{\widehat{\beta}i} \quad \Rightarrow \quad$!‘$\mathcal{N}(0,1) \to \boldsymbol{t}$!!

Contraste de Signif de un parámetro: regla

- $\boxed{\dfrac{\widehat{\beta}_i - \beta_i}{S_{\widehat{\beta}i}} \sim t_{(T\text{–}K\text{–}1)}}$
- ¿Qué Contraste? $\begin{cases} H_0 : \beta_i = c & \text{(contraste informativo)} \\ H_0 : \beta_i = 0 & \text{(contraste de significatividad)} \end{cases}$
- **Recuérdese:** Hipótesis $\rightsquigarrow$ estadístico $\rightsquigarrow$ regla. . .
- Contraste de Significatividad:
  - Hipótesis: $H_0 : \beta_i = 0$ frente a $H_a : \beta_i \neq 0$
  - Estadístico: $t = \dfrac{\widehat{\beta}_i}{S_{\widehat{\beta}i}} \sim t_{(T\text{–}K\text{–}1)}$ bajo H_0 :
  - Regla: $|t| = |\dfrac{\widehat{\beta}_i}{S_{\widehat{\beta}i}}| > t_{\alpha/2(T\text{–}K\text{–}1)} \quad \Rightarrow$ rechazar H_0 :

    $\Rightarrow$ β_i es (estadísticamente o significativamente) distinto de cero

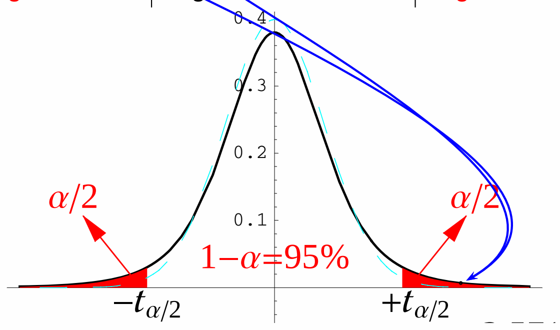
    $\Rightarrow$ X_i es una variable (estadísticamente) relevante o significativa.
- de forma similar para el contraste informativo $H_0 : \beta_i = c$ (Ejercicio: ¡Inténtalo!!)

Contraste de Signif de un parámetro: regla (cont

- Regla: $|t| = |\dfrac{\widehat{\beta}_i}{S_{\widehat{\beta}i}}| > t_{\alpha/2(T\text{–}K\text{–}1)} \quad \Rightarrow$ rechazar H_0 :
-

nivel de significación $\alpha = 5\,\% = 0{,}05$

región crítica	región de confianza	región crítica

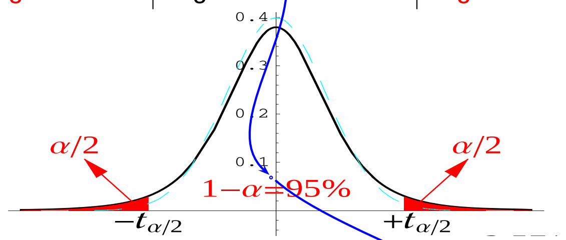


región crítica	región de confianza	región crítica

Intervalo de confianza para β_i

- Recuérdese que $\dfrac{\widehat{\beta}_i - \beta_i}{S_{\widehat{\beta}i}} \sim t_{(T\text{–}K\text{–}1)}$

región crítica	región de confianza	región crítica

- 

región crítica	región de confianza	región crítica

-

es decir: $\Pr[-t_{\alpha/2} \leq \dfrac{\widehat{\beta}_i - \beta_i}{S_{\widehat{\beta}i}} \leq +t_{\alpha/2}] = 1 - \alpha$

$$\Pr\underbrace{[\widehat{\beta}_i - t_{\alpha/2}\, S_{\widehat{\beta}i} \leq \beta_i \leq \widehat{\beta}_i + t_{\alpha/2}\, S_{\widehat{\beta}i}]}_{\text{IC}_{1-\alpha}\,(\beta_i)} = 1 - \alpha$$

Intervalo de confianza para β_i (cont)

- Es decir:

$$\text{IC}_{1-\alpha}\,(\beta_i) = [\widehat{\beta}_i \pm t_{\alpha/2}\, S_{\widehat{\beta}i}]$$

- *p.ej.* para $\alpha = 5\,\%$, $T\text{–}K\text{–}1 = 25$, $\widehat{\beta}_i = 2{,}12$ y $S_{\widehat{\beta}i} = 0{,}08$:

$$\text{IC}_{95\,\%}\,(\beta_i) = [\widehat{\beta}_i \pm t_{2{,}5\,\%}(25)\; S_{\widehat{\beta}i}]$$
$$= [\widehat{\beta}_i \pm 2{,}06\; S_{\widehat{\beta}i}] = [2{,}12 \pm 2{,}06 \cdot 0{,}08] = [1{,}9552\,;\; 2{,}2848]$$

- contraste por medio del intervalo de confianza:

Hipótesis:	$H_0 : \beta_i = c$ frente a $H_a : \beta_i \neq c$
Intervalo:	$\text{IC}_{95\,\%}\,(\beta_i)$
Regla:	Rechazar H_0 : si $c \notin \text{CI}_{95\,\%}\,(\beta_i)$, con significación del 5 %

- *p.ej.* ¿$H_0 : \beta_i = 0$? $\Rightarrow$ Rechazar $\Rightarrow$ β_i es significativo (al nivel del 5 %).

Contraste de única Combinación Lineal

- Supongamos MRLG restringido con 1 restricción ($q = 1$):
  $R\beta = r$ pero ahora más sencillo...
  $R = d'$ (cualquier fila de $K{+}1$ valores $d_0, d_1, \ldots, +d_K$) y
  $r = c$ (cualquier valor escalar):
- Sea $H_0 : \nu = d'\beta = d_0\beta_0 + d_1\beta_1 + \cdots + d_K\beta_K = c$
  es decir,
  un contraste informativo sobre el valor c que toma una única combinación lineal ν de los parámetros.

Contraste de única Combinación Lineal: Ejemplo

- Sea la fn de Cobb-Douglas linealizada

$$\log Y_t = \alpha + \beta_L \log L_t + \beta_K \log K_t + u_t$$

$d' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ y $c = 1$:

-

$$H_0 : \nu = d'\beta = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta_L \\ \beta_K \end{pmatrix} \qquad = \beta_L + \beta_K$$

$$= c \qquad = 1$$

es decir, $H_0 : \beta_L + \beta_K = 1$;
el contraste de la hipótesis de rendimientos de escala constantes.

Contraste de única Combinación Lineal: dn

- Dado que $\widehat{\beta} \sim \mathcal{N}(\beta, \sigma^2 (X'X)^{-1})$, tenemos que

$$d'\widehat{\beta} \sim \mathcal{N}(d'\beta, \sigma^2 d'(X'X)^{-1} d)$$

$$\widehat{\nu} \sim \mathcal{N}(\nu, \text{Var}(\widehat{\nu}))$$

donde $\text{Var}(\widehat{\nu}) = \sigma^2 \sum_{i,j=0}^{K} d_i d_j a_{ij}$

- Como antes, estandarizando $\widehat{\nu}$

$$\frac{\widehat{\nu} - \nu}{\sqrt{\text{Var}(\widehat{\nu})}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

- Por lo tanto (recuérdese que $\sigma \to \widehat{\sigma}$):

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{\widehat{\nu} - \nu}{S_{\widehat{\nu}}} \sim t_{(T-K-1)}}$$

donde $S_{\widehat{\nu}} = \widehat{\sigma} \sqrt{\sum_{i,j=0}^{K} d_i d_j a_{ij}}$.

Contraste de única Combinación Lineal: regla

- $\boxed{\frac{\widehat{\nu} - \nu}{S_{\widehat{\nu}}} \sim t_{(T-K-1)}}$
- ¿Qué Contraste? $\left\{ H_0 : \nu (= d'\beta) = c \right.$ (contraste informativo)
- **Recuérdese:** Hipótesis $\rightsquigarrow$ estadístico $\rightsquigarrow$ regla...
- Contraste de una combinación lineal:
  - Hipótesis: $H_0 : \nu = c$ frente a $H_a : \nu \neq c$
  - Estadístico:

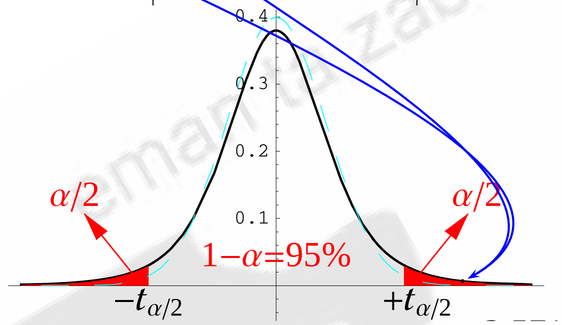
$$t = \frac{\widehat{\nu} - c}{S_{\widehat{\nu}}} \sim t_{(T-K-1)} \text{ bajo } H_0 :$$

  - Regla: $|t| > t_{\alpha/2(T-K-1)} \Rightarrow$ rechazar H_0 :
    $\Rightarrow$ valor de la combinación lineal no es correcta.
  - *compárese* con el contraste de un único parámetro β_k, ¿algunas similitudes?.

Contraste de única Combinación Lineal: regla (c

- Regla: $|t| = \left| \dfrac{\widehat{\nu} - c}{S_{\widehat{\nu}}} \right| > t_{\alpha/2(T-K-1)} \quad \Rightarrow$ rechaza H_0 :
- nivel de significación $\alpha = 5\,\% = 0{,}05$

región crítica	región de confianza	región crítica



región crítica	región de confianza	región crítica

Contraste de única Combinación Lineal: Ejemplo

- En la fn de Cobb-Douglas linealizada:
  $\widehat{\log Y}_t = \widehat{\alpha} + \widehat{\beta}_L \log L_t + \widehat{\beta}_K \log K_t, \quad T = 53;$
- $\widehat{\log Y}_t = 2{,}10 + 0{,}67 \log L_t + 0{,}32 \log K_t, \quad \widehat{\sigma}^2 = 4\,;$

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 7 \end{pmatrix}$$

- Contrastar la H_0 : rendimientos de escala constantes
  al nivel de significación del $\alpha = 5\,\%$:

Contraste de única Combinación Lineal: Ej (cont

- Hipótesis: $H_0 : \beta_L + \beta_K = 1$ frente a $H_a : \beta_L + \beta_K \neq 1$
- Estadístico:

$$\widehat{\nu} = \widehat{\beta}_L + \widehat{\beta}_K = 0{,}67 + 0{,}27 = 0{,}89$$

$$S_{\widehat{\nu}} = \sqrt{\text{Var}(\widehat{\beta}_L) + \text{Var}(\widehat{\beta}_K) + 2\text{Cov}(\widehat{\beta}_L, \widehat{\beta}_K)} = \widehat{\sigma}\,\sqrt{a_{11} + a_{22} + 2a_{12}} = 2\sqrt{4 + 7 + 2(-1)} = 2\sqrt{9} = 6$$

$$t = \frac{\widehat{\nu} - 1}{S_{\widehat{\nu}}} = \frac{0{,}89 - 1}{6} = \frac{-0{,}11}{6} = -0{,}018.$$

- Regla: $|t| = 0{,}018 < t_{0{,}025}(50) = 2{,}01 \quad \Rightarrow$ no rechazar H_0 :
  $\Rightarrow$ “rendimientos de escala constantes” es apoyado por datos.

3.2b Contraste de Significatividad Conjunta.

Contraste de Significatividad Conjunta: dn

- $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_K = 0 \quad \rightsquigarrow$
- $H_0 : \beta^\star = \mathbf{0} \quad \rightsquigarrow$
- $\widehat{\beta}^\star \sim \mathcal{N}\left(\mathbf{0}, \sigma^2 \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & \dots & a_{0K} \\ a_{10} & a_{11} & \dots & a_{1K} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{K0} & a_{K1} & \dots & a_{KK} \end{bmatrix}\right) \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma^2 (x'x)^{-1})$
- Estandarizar y construir Suma Cuadrados:
  - $$\frac{\widehat{\beta}^{\star\prime} x' x \widehat{\beta}^\star}{\sigma^2} \sim \chi^2(K) \quad \text{bajo } H_0 :$$
- Entonces (recuérdese el cambio $\sigma^2 \to \widehat{\sigma}^2$):

$$\boxed{F = \frac{\widehat{\beta}^{\star\prime} x' x \widehat{\beta}^\star / K}{\widehat{\sigma}^2} \sim \mathcal{F}^K_{T\text{-}K\text{-}1}}$$

Contraste de Significatividad Conjunta: regla

- $\boxed{F = \frac{\widehat{\beta}^{\star\prime} x' x \widehat{\beta}^\star / K}{\widehat{\sigma}^2} \sim \mathcal{F}^K_{T\text{-}K\text{-}1}}$ bajo H_0 :
- Contraste de significatividad conjunta: $\{ H_0 : \beta^\star = 0$
- **Recuérdese:** Hipótesis $\rightsquigarrow$ estadístico $\rightsquigarrow$ regla...
  - Hipótesis: $H_0 : \beta^\star = 0$ frente a $H_a : \beta^\star \neq 0$ (*es decir* $\exists \beta_i \neq 0$)
  - Estadístico:

$$F = \frac{\widehat{\beta}^{\star\prime}\, x' x\, \widehat{\beta}^\star / K}{\widehat{\sigma}^2} = \frac{\widehat{y}'\widehat{y} / K}{\widehat{u}'\widehat{u} / (T\text{–}K\text{–}1)} = \frac{\text{SCE} / K}{\text{SCR} / (T\text{–}K\text{–}1)}$$
$$= \frac{(\text{SCE}/\text{SCT}) / K}{(\text{SCR}/\text{SCT}) / (T\text{–}K\text{–}1)} = \frac{R^2 / K}{(1 - R^2) / (T\text{–}K\text{–}1)} \sim \mathcal{F}^K_{T\text{-}K\text{-}1} \text{ bajo } H_0 :$$

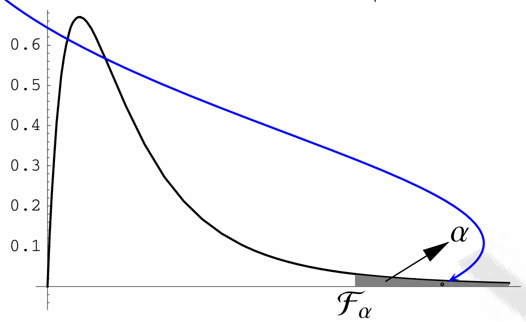
  - Regla: $F > \mathcal{F}_\alpha(K, T\text{–}K\text{–}1) \quad \Rightarrow \quad$ rechazar H_0 :
    $\Rightarrow$ todos los coefs son conjuntamente significativos (diferentes de cero)
    $\Rightarrow$ la regresión es (estadísticamente) relevante.

Contraste de Significatividad Conjunta: regla (co

- Regla: $F > \mathcal{F}_\alpha(K, T\text{–}K\text{–}1) \quad \Rightarrow \quad$ rechazar H_0 :
-

nivel de significación $\alpha = 5\,\% = 0{,}05$

región de confianza | región crítica



región de confianza | región crítica

Contraste de Significatividad Conjunta: Ejemplo

- En el ejemplo anterior (fn de Cobb-Douglas linealizada:)

$$\widehat{\log Y}_t = \widehat{\alpha} + \widehat{\beta}_L \log L_t + \widehat{\beta}_K \log K_t, \quad T = 53;$$
$$\widehat{\log Y}_t = 2{,}10 + 0{,}67 \log L_t + 0{,}32 \log K_t, \quad \widehat{\sigma}^2 = 4; R^2 = 0{,}88$$

- Contrastar significatividad conjunta con el $\alpha = 5\,\%$ de significación:
-

$$F = \frac{R^2 / K}{(1 - R^2) / (T\text{–}K\text{–}1)}$$
$$= \frac{0{,}88 / 2}{(1 - 0{,}88) / (50)} = \frac{0{,}44}{0{,}024} = 183{,}33 > \mathcal{F}_{0{,}05}(2, 50) = 3{,}19$$

$\Rightarrow$ β_K y β_L son conjuntamente significativos
$\Rightarrow$ regresión es relevante (estadísticamente).