

1.- Completar la siguiente tabla escribiendo o bien el símbolo o la expresión matemática o su significado según proceda.

Símbolo o expresión	Significado
	para todo
\wedge	
\implies	
\exists	
	A y B son conjuntos disjuntos
\vee	
$A \cup B$	
	conjunto vacío
\iff	
$x \in A$	
$A \subset B$	

2.- Completa las siguientes definiciones de los conjuntos que aparecen a continuación utilizando los símbolos y/o expresiones adecuadas.

$$A \cup B = \{x/\dots\dots\dots\}$$

$$A \cap B = \{x/\dots\dots\dots\}$$

$$A \times B = \{(x, y)/\dots\dots\dots\}$$

3.- Resuelve el siguiente test justificando las respuestas¹. Sólo una de las respuestas indicadas es la correcta. Marca con una cruz la respuesta que creas correcta.

a.- $A \cup B = A \implies$			
<input type="radio"/> $A = B$	<input type="radio"/> $A \subset B$	<input type="radio"/> $A \cap B = \emptyset$	<input type="radio"/> Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

b.- $A \cap B = A \implies$			
<input type="radio"/> $A = B$	<input type="radio"/> $A \cup B = B$	<input type="radio"/> $B \subset A$	<input type="radio"/> Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

c.- $\overline{A \cap B} =$			
<input type="radio"/> $\overline{A} \cap \overline{B}$	<input type="radio"/> $\overline{A} \cup \overline{B}$	<input type="radio"/> $A \cup B$	<input type="radio"/> Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

d.- $A \cup (B \cap C) =$			
<input type="radio"/> $(A \cup B) \cap C$	<input type="radio"/> $(A \cap B) \cup (A \cap C)$	<input type="radio"/> $(A \cup B) \cap (A \cup C)$	<input type="radio"/> Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

¹Normalmente al responder incorrectamente un test de múltiple elección suele haber penalizaciones. No conviene por tanto contestar al azar.

1.– Indica cuáles de las siguientes asignaciones que se dan a continuación son aplicaciones.

a.– A cada número real le asignamos su cuadrado.

b.– A cada número real le asignamos su raíz cuadrada.

c.– A cada número real le asignamos su cubo.

d.– A cada número real le asignamos su raíz cúbica.

e.– A cada persona le asignamos sus tíos.

2.– Calcular $f \circ g$ y $g \circ f$, siendo $f(x) = 2x$ y $g(x) = x^2 \forall x \in \mathbb{R}$.

1.- Calcular:

a.- $\frac{8^3 \cdot 4^{-6}}{16 \cdot 8^{-2} \cdot 2^9} =$

b.- $\frac{a^3 \cdot b^{-5}}{a^{-2} \cdot 2^3 \cdot b^{-2}} =$

c.- $\frac{9^{-5} \cdot 27^{-3}}{3^{-10} \cdot 9^2} =$

2.- Completar la siguiente tabla.

x	1	2	4	$\frac{1}{16}$				
$\log_2 x$					8			3
$\log_{1/2} x$						$\frac{1}{2}$	2	

3.- La siguiente fórmula expresa el capital final C obtenido en un banco a partir del capital inicial c_0 a un interés i en un tiempo t . Despejar la incógnita t aplicando logaritmos.

$$C = c_0 (1 + i)^t$$

1.- Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Realiza, si es posible, los productos $A \cdot B$ y $B \cdot A$.

2.- Resuelve el siguiente test justificando las respuestas. Sólo una de las respuestas indicadas es la correcta. Marca con una cruz la respuesta que creas correcta.

a.- Si A y B son dos matrices regulares de orden n , la inversa de $A \cdot B$ es:		
<input type="radio"/> No se sabe	<input type="radio"/> $A^{-1} \cdot B^{-1}$	<input type="radio"/> $B^{-1} \cdot A^{-1}$

b.- Si A y B son dos matrices regulares de orden n , la inversa de $A + B$ es:		
<input type="radio"/> No se sabe	<input type="radio"/> $A^{-1} + B^{-1}$	<input type="radio"/> La matriz $A + B$ nunca es regular

c.- Si $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -2$, entonces $\begin{vmatrix} c & 2a \\ d & 2b \end{vmatrix} =$			
<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> -4	<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

d.- Si $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -2$, entonces $\begin{vmatrix} a+c & b+d \\ c & d \end{vmatrix} =$			
<input type="radio"/> 0	<input type="radio"/> 1	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

3.- Clasifica el siguiente sistema en función del parámetro real $a \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} x + ay + z &= 1 \\ 2x + y - z &= 1 \\ 2x + y + az &= 2 \end{aligned}$$

Resuelve el sistema anterior cuando $a = 0$.

4.- Sabiendo que $ad - bc = 0$ calcular, de forma razonada, los determinantes de las siguientes matrices reales:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & c & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ b & 0 & d & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & a \\ 0 & 0 & d & b \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & c & d \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1.- Halla las raíces del polinomio:

$$p(x) = x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 1$$

Resolver las siguientes ecuaciones e inecuaciones:

2.- $\ln 2x + \ln 5 = 1$

3.- $-2x - 4 < -4x - \frac{1}{3}$

4.- $\left(2x - \frac{5}{2}\right)(x + 3) = \left(x + \frac{11}{2}\right)(x - 1)$

5.- $\frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{x+2}{x-2} = \frac{1}{3}$

6.- $\sqrt{(x-3)^2} + |4-5x| > 7$

7.- $-\sqrt{2x-3} + 1 = x$

1.– Escribe la ecuación de una recta en el plano que pase por el punto (x_0, y_0) y tenga como pendiente m .

2.– ¿Cuál es la ecuación de una recta en el plano que pasa por los puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) ?

3.– Las siguientes ecuaciones representan distintas cónicas. En cada una de ellas determinar el tipo de cónica y representarla gráficamente.

- $9x^2 + 16y^2 + 96y - 36x + 36 = 0$

- $x^2 - 4y^2 - 2x - 3 = 0$

- $x^2 + 9y^2 + 27 = 36y$

- $y^2 - 4x + x^2 - 6y = 12$

- $y^2 - 12y - 8x + 20 = 0$

- $x^2 - 4x + 4y + 4 = 0$

1.- Calcular los siguientes límites:

a.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{3x}$

b.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

c.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 1} \right)$

d.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{3x} \right)^x$

e.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x - 2}$

f.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{x} \right)^x$

g.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{2x} \right)^x$

h.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - 1}$

i.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

j.- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \frac{x^2 - 1}{x} \right)$

2.- Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & x \leq -1 \\ -x^2 + 2 & -1 < x \leq 1 \\ \ln x & 1 < x \end{cases}$$

a.- Hallar $a \in \mathbb{R}$ para que la función f sea continua en $x = -1$.

b.- ¿Es f continua en $x = 1$? Justifica la respuesta.

c.- Representar gráficamente la función f para el valor calculado en el apartado a.-.

1.- Del polinomio

$$p(x) = x^3 + Ax^2 + Bx$$

se sabe que su recta tangente en el punto $x = 1$ es paralela a la recta $y = 7x - 3$ y también se sabe que tiene un punto extremo en $x = -1$.

Con estos datos hallar A y B y razonar si con dichos valores $p(x)$ tiene algún otro extremo además del correspondiente al punto $x = -1$.

2.- Hallar la ecuación de la recta tangente a

$$f(x) = x^2 e^x + \frac{x^2}{x^2 + 1}$$

en el punto $x = 1$.

3.- Sabiendo que la gráfica de la derivada de la función f es la parábola con vértice en $(0, -1)$ que pasa por los puntos $(-1, 0)$ y $(1, 0)$, estudiar razonadamente el crecimiento, la concavidad, los máximos, los mínimos y los puntos de inflexión de f .

4.- Se sabe que la función f es derivable en todos los puntos y además se sabe que $f(1) = 0$ y que $f'(1) = -2$. se considera la función $h(x)$ definida por

$$h(x) = e^{f(x)} + x^2 f(x) + (f(x))^2$$

Calcular razonadamente $h'(1)$.

5.- Se quiere poner marco a una ventana rectangular cuya superficie es de 8 metros cuadrados. Los marcos verticales cuestan a 300 euros el metro y los horizontales a 150 euros el metro. Hallar las dimensiones de la ventana para que el marco cueste lo menos posible.

6.- Hallar las asíntotas y los máximos y mínimos de la función

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

1.- Calcular

$$\int x e^{2x} dx \quad \int x \ln x dx$$

2.- La curva $y = x^2 - 2x + 1$ y la recta que pasa por los puntos $A = (1, 0)$ y $B = (3, 4)$ limitan un recinto finito del plano.

Trazar un esquema gráfico de dicho recinto y calcular su área.

3.- Representar gráficamente y calcular el área de la región de vértices $O = (0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(2, 1)$ y $C(0, 2)$ en la que los lados OA , OC y BC son segmentos rectilíneos y el AC es un arco de la curva $y = \sqrt{x - 1}$.

4.- Calcular

$$\int_{-1}^1 x(x^2 - 1) dx$$

Explicar mediante un gráfico el significado geométrico del valor obtenido.

5.- Calcular el valor de la siguiente integral definida

$$\int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x(x + 1)} dx$$

6.- Calcular la primitiva que sigue

$$\int \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 - 4} dx$$