



**Tiempo: 2 horas.**

$$10x_1 - x_2 = 9$$

1.- Dado el sistema de ecuaciones lineales:  $-x_1 + 10x_2 - 2x_3 = 7$ , comprobar que la matriz

$$-2x_2 + 10x_3 = 6$$

de coeficientes del sistema es definida positiva mediante el método de Cholesky.

Dado que esta condición asegura la convergencia del método de Gauss-Seidel, calcular la solución del sistema mediante dicho método con un error absoluto menor que  $10^{-3}$ . (Utilizar 6 decimales).

\_\_\_\_\_ (4 puntos)

2.- Determinar una función  $g(x)$  que utilizando el método de punto fijo permita obtener el valor de la raíz de la función  $f(x) = e^x - 4x^2$  que se encuentra en el intervalo  $[0,1]$  con un error absoluto menor que  $10^{-3}$ . Comprobar que  $g(x)$  es convergente a la solución del problema. (Utilizar 8 cifras decimales, No aplicar el método de Newton)

\_\_\_\_\_ (3 puntos)

3.- Para mejorar la regla del trapecio se pretende obtener una regla de tipo interpolatorio de la forma:  $\int_0^1 f(x)dx = A_0f(0) + A_1f'(0) + A_2f(1) + A_3f'(1)$ .

Obtener la expresión de la regla de cuadratura así como la expresión del error.

Indicar si es mejor utilizar esta fórmula para integrar una función  $f(x)$  o la regla de Simpson, justificando la respuesta.

\_\_\_\_\_ (3 puntos)

4.- Determinar el número de nodos que se deben utilizar en el intervalo  $[0,2]$  para que el error cometido al aproximar el valor de  $e^x$  en el punto  $x=0.4$  mediante su polinomio interpolador sea menor que 0.01.

Calcular el valor de  $p(0.4)$  y comprobar que el error es menor que 0.01 calculando  $e^{0.4} - p(0.4)$ . (Utilizar 6 decimales)

\_\_\_\_\_ (3 puntos)

5.- Determinar cual es la mejor expresión que se puede utilizar para evaluar  $x - \sqrt{x^2 - \alpha}$  para valores de  $\alpha$  próximos a cero.

\_\_\_\_\_ (1 punto)

Nota: Los puntos de la suma del examen escrito representan el 70% del total de la nota final de la asignatura.