Tiempo: 2 horas

1.- Dado el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} x+y=1 \\ 2x+y-z=3 \\ x-y-z=2 \end{cases}$, resolverlo mediante un proceso de pivotaje parcial escalado.
Determinar si se podría aplicar un método iterativo de resolución de sistemas de ecuaciones lineales que fuera convergente para cualquier vector aproximación inicial estudiando el radio espectral de la matriz T de jacobi. (Nota:la ecuación característica de la T de jacobi, solo tiene una raíz real y ésta se encuentra en el intervalo [-2,0])

(4 punto)

2.- La función $f(x)=\frac{8x-1}{x}-e^x$ tiene dos raíces reales en el intervalo [0,3].
Se pretende determinar cada una de ellas mediante aproximaciones sucesivas y se dispone de las funciones auxiliares $g_1(x)=\frac{1+x*e^x}{8}$ y $g_2(x)=Ln\left(\frac{8x-1}{x}\right)$.
Estudiar los criterios de convergencia del método de punto fijo para determinar si alguna de las funciones g sirven para calcular las raíces de f.
En caso afirmativo aplicar el método de punto fijo para calcular las raíces de f con un error menor que 10^{-3}.
(Trabajar con 5 decimales)

(4 puntos)

3.- Determinar la fórmula de integración de tipo interpolatorio que atiende a la expresión: $\int_{-1}^{1} f(x)dx = A_1 f(-1)+A_2 f(0)+A_3 f'(0)+A_4 f(1)+R(f)$
Determinar el término de error $R(f)$.
De que fórmula se trata. Razonar la respuesta.

(3 puntos)

4.- Demostrar que el polinomio interpolador de grado n que pasa por n+1 puntos distintos es único.
Dado un polinomio h(x), puede coincidir con el polinomio interpolador p(x) obtenido a partir de él?
Si es así, en que casos?

(2 puntos)

5.- Sea la función $f(x) = 2Sin\left(\frac{\pi}{6}x\right)$

Calcular el polinomio interpolador de Lagrange $p_1(x)$ para los nodos (0,1,3).

Calcular el polinomio interpolador de Newton $p_2(x)$ para los nodos (0,1,3,5)

Se puede estimar el error cometido al evaluar *f*(4) mediante $p_1(x)$? Razonar la respuesta.

Cual sería la cota de error cometida al estimar *f*(4) mediante $p_2(x)$? Comparar dicha cota de error con el error $\left| f(4) - p_2(4) \right|$

Trabajar con cuatro decimales.

(4 puntos)

Nota: Los diecisiete puntos de la suma del examen escrito representan el 70% del total de la nota final de la asignatura.