Tiempo 2 horas

1.- Dado el sistema de ecuaciones: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

- Calcular la matriz T de Jacobi para dicho sistema. Y a partir de ella resolver el sistema de ecuaciones mediante dicho método iterativo partiendo de la solución nula como aproximación inicial. Calcular el error cometido en cada nueva iteración. Realizar cuatro iteraciones.
Realizar los cálculos con cuatro cifras decimales.

(3 puntos)

2.- Dada la función $f(x) = x - \frac{1}{2} e^{-x}$, calcular dos funciones de punto fijo $g_1(x)$ y $g_2(x)$ y estudiar si sirven para calcular la raíz de la función situada en el intervalo [0,1].
Realizar el cálculo de la raíz mediante dicho método realizando cuatro iteraciones. Realizar los cálculos con cuatro cifras decimales.

(2 puntos)

3.- Calcular un ajuste mínimo – cuadrático de la función $f(x) = e^x$ mediante una parábola en el intervalo [0,2].
Explicar como se realizaría el proceso de ajuste mediante polinomios ortogonales.(Sin resolverlo)

$$\int xe^x dx = e^x (x-1) \qquad \int x^2 e^x dx = e^x (2 - 2x + x^2)$$

(3 puntos)

4.-La tabla siguiente muestra datos de la conductividad térmica del mercurio en función de la temperatura.

Temp. ºK	300	400	500	600	700
Cond. W/(cm ºK)	0.084	0.098	0.109	0.12	0.127

Calcular un polinomio interpolador de grado dos que interpole dichos datos para obtener una aproximación al valor de la conductividad para Temp = 450 ºK y calcular una cota del error cometido al estimar dicho valor.

(3 puntos)

5.- La formula de cuadratura de tipo interpolatorio abierta de dos puntos tiene la siguiente forma: $\int_a^b f(x)dx = \frac{3h}{2}[f(x_0) + f(x_1)] + \frac{3h^3}{4} f''(\xi)$ donde $h = \frac{b-a}{3}$

Calcular la expresión de la formula compuesta abierta, así como la del error.
Calcular cuantas veces se debe componer dicha fórmula para obtener el valor de $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin(x)dx$ con un error menor que 10^{-2}. Calcular el valor de dicha integral.

(3 puntos)
