Tiempo 2 horas

1.- Realizar el cálculo de la recta de ajuste a la función Sin[x] en el intervalo [0,1] mediante polinomios ortogonales. (Los datos están en radianes, redondear a 5 decimales)

2.- La tabla siguiente representa un listado de puntos pertenecientes a una circunferencia de radio 2 en el origen de coordenadas ($x^2+y^2=4$).

x	0	0.5	1	1.5	2
y	2	1.93649	1.73205	1.32288	0

Se desea conocer el valor aproximado de la ordenada en los puntos x=0.2 y x=1.7 mediante un proceso de interpolación utilizando en ambos casos parábolas. Indicar como se calcularía el error cometido en cada caso.

3.- Realizar la integral siguiente mediante una fórmula de cuadratura gaussiana con cuatro puntos $\int_1^2 e^{-x^2}dx$

GaussianQuadratureWeights[4, -1, 1]
{{-0.861136,0.347855},{-0.339981,0.652145},
{0.339981,0.652145},{0.861136,0.347855}}

4.- Dada la función $f(x)=\frac{x^2-x-1}{x}$ que tiene dos raíces, una en el intervalo [1,2] y otra en el intervalo [-1,0], estudiar si la función de punto fijo $g(x)=\frac{1}{x-1}$ es adecuada para realizar el cálculo de dichas raíces y en caso afirmativo realizar iteraciones del método, redondeando a cuatro decimales, hasta que el error absoluto sea menor que 0.01

5.- Estudiar si la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0 & 0\\ 2 & 5 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 10 & -4\\ 0 & -1 & -4 & 6\end{pmatrix}$ es definida positiva aplicando el método de factorización adecuado. Calcular el determinante de la matriz A

6.- Las dos formulas de cuadratura de Simpson son:

$$\int_a^b f(x)dx=\frac{h}{3}(f(x_0)+4f(x_1)+f(x_2))-\frac{h^5}{90}f^{iv)}(\xi)$$

$$\int_a^b f(x)dx=\frac{3h}{8}(f(x_0)+3f(x_1)+3f(x_2)+f(x_3))-\frac{3h^5}{80}f^{iv)}(\xi)$$

Obtener una mejor aproximación al valor de la integral aplicando extrapolación de Richardson mediante las dos fórmulas.