



Tiempo: 2 horas 15 minutos.

1.- a) Determinar una función $f(x)$ a partir de la cual se pueda calcular cuanto vale $\text{Ln}(2)$ mediante algún método de cálculo de raíces de ecuaciones no lineales.

b) Se pretende determinar una aproximación al valor de $\text{Ln}(2)$ mediante el método de punto fijo. Para ello se dispone de dos funciones, $g_1(x) = \frac{x e^x}{2}$ y $g_2(x) = \frac{2x}{e^x}$.

Determinar si el proceso es convergente en el intervalo $(0.5, 1.5)$, y en su caso calcular el valor de la raíz con un error absoluto menor que 10^{-3} .

(Realice los cálculos con 6 cifras decimales)

_____ (4 punto)

2.- Dados los datos de la siguiente tabla, se pretende conseguir un polinomio interpolador que calcule el valor de $\text{Sin}(0.3)$ con un error menor que 10^{-3} .

x	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$\text{Sin}(x)$	0.198669	0.389418	0.564642	0.717356	0.841471

Determinar el grado del polinomio.

Calcular el polinomio interpolador correspondiente y evaluarlo para $x=0.3$

_____ (3 puntos)

3.- Calcular la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ mediante una factorización de Crout.

_____ (3 puntos)

4.- Se pretende realizar un ajuste mínimo-cuadrático continuo de la función $f(x) = x^3$ en el intervalo $(0,2)$ mediante una parábola utilizando polinomios ortogonales.

Nota: En el intervalo $[-1,1]$ los tres primeros polinomios ortogonales de Legendre son:

$\{1, x, 3x^2 - 1\}$

_____ (3 puntos)

5.- Aplicar el método de Romberg para obtener una aproximación al valor de la integral $\int_1^3 \frac{1}{x} dx$. Para ello, aplicar la regla del trapecio hasta $j=3$, es decir hasta utilizar 8 subintervalos en el intervalo $(1,3)$

_____ (3 puntos)

Nota: Los dieciséis puntos de la suma del examen escrito representan el 70% del total de la nota final de la asignatura.