Tiempo: 2 horas 15 minutos.

1.- Considerando que $p_1=1.414$ y $p_2=0.09125$ determinar el resultado de la suma p_1+p_2 así como del producto p_1*p_2.

¿Cual es la mejor forma de evaluar $\sqrt{\frac{1+\cos(x)}{2}}$ para $x \simeq \pi$?

(1 punto)

2.- Dado el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} x+y+2z=1 \\ x+2y+z=1 \\ 2x+y+z=1 \end{cases}$, Resolverlo mediante una factorización LU de Crout. Aplicar dicha factorización para calcular la inversa de la matriz de coeficientes y comprobar que es correcta la solución del sistema ($Ax=b \Rightarrow x=A^{-1}b$).

(3 puntos)

3.- La fórmula de cuadratura gaussiana de dos nodos es:
$\int_{-1}^{1} f(x)dx = f\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)+f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+R(f)$. Dado que es una fórmula de tipo interpolatorio, determinar el término de error $R(f)$.

Aplicar el resultado al cálculo de la integral: $\int_0^2 Cos(x)dx$.

Comparar el valor obtenido mediante la fórmula con el valor exacto de la integral y comprobar que el error cometido es menor que la cota de error que determina la fórmula.

(3 puntos)

4.- Se dispone del conjunto de puntos siguiente:

x	2	4	6	8	10
y	2.825	2.448	2.310	2.235	2.200

Se sabe que la función a la que se ajustan es del tipo $y=\sqrt{\frac{a}{x}+b}$.

Calcular la función del ajuste.(Trabajar con tres decimales)

(2 puntos)

5.- Se sabe que la función $f(x) = Cos\left(\frac{2\pi}{5x}\right) * \left(x - \frac{4}{5}\right)^2$ tiene una raíz en el intervalo [0.5,1.5].

- Aplicar el método de bisección para obtener una aproximación a dicha raíz.(realizar 5 pasos)
- Sabiendo que la función $g(x) = x - \dfrac{5x^2(5x-4)Cos\left(\frac{2\pi}{5x}\right)}{50x^2 Cos\left(\frac{2\pi}{5x}\right) + 2\pi(5x-4)Sin\left(\frac{2\pi}{5x}\right)}$ representa el método de Newton para el cálculo de la misma raíz de $f(x)$, realizar cuatro iteraciones del método.
- Atendiendo al resultado del apartado anterior, cual es la velocidad de convergencia del método de Newton en este caso? Dado que en general el método es de convergencia cuadrática, podrías justificar la respuesta.

Realizar el ejercicio con seis decimales.

(3 puntos)

6.- La tabla que se tiene a continuación representa los valores de una cierta función $f(x)$ y sus diferencias divididas. Obtener una aproximación al valor de f(x) mediante polinomios de grado dos y grado tres para los valores $x = 0.2$ y $x = 2.2$.
Estimar una cota del error cometido al aproximar $f(0.2)$ mediante un polinomio de grado tres y comprobar que el error cometido en la estimación es menor que dicha cota.
Nota: Valor exacto de $f(0.2)$=0.412668
Realizar el ejercicio con cinco decimales.

x	f(x)						
0	0,5						
		-0,9292628					
0,5	0,0353686		-0,1314664				
		-1,0607292		1,314261067			
1	-0,494996		1,8399252		-1,139848933		
		0,779196		-0,9654368		0,3588576	
1,5	-0,105398		0,39177		-0,242704933		0,060143147
		1,170966		-1,450846667		0,53928704	
2	0,480085		-1,7845		1,105512667		
		-0,613534		0,760178667			
2,5	0,173318		-0,644232				
		-1,257766					
3	-0,455565						

(3 puntos)

Nota: Los quince puntos de la suma del examen escrito representan el 70% del total de la nota final de la asignatura.