

**Tiempo 2 horas**

1.- La tercera ley del movimiento planetario, formulada por Kepler, tiene la siguiente expresión: $T = c \cdot d^{\frac{3}{2}}$, donde d es la distancia de un planeta al sol en millones de kilómetros, T es el periodo orbital en días y c es una constante. Los datos observados (d_i, T_i) para los cuatro primeros planetas del sistema solar son: (58,88),(108,225),(155,365),(228,687). Obtener el valor de c que se ajusta a estos datos mediante un ajuste mínimo cuadrático.

(2 puntos)

2.- Sean $\{1,-2,3\}, \{1,-1\}$ y $\{-1\}$ los multiplicadores $m_{i,j}$ correspondientes a los lugares $\{(2,1),(3,1),(4,1)\}$, $\{(3,2),(4,2)\}$ y $\{(4,3)\}$, respectivamente, de la eliminación gaussiana

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1$$

para un sistema de orden cuatro, dando lugar al sistema triangular

$$2x_2 + x_3 + 3x_4 = -2$$

$$x_3 - x_4 = 0$$

$$2x_4 = 7$$

Hallar el sistema original $Ax=b$ y resolverlo mediante la factorización LU de Doolittle.

(2 puntos)

3.- Para la función $\text{Sen}(x)$ se pretende conseguir un polinomio interpolador en el intervalo $(0, \pi/2)$ con nodos igualmente espaciados, en el que el valor de dicho polinomio tenga un error menor que 10^{-3} respecto del valor exacto para $x=1$, $\text{Sen}(1)$. Determinar:

- El numero de nodos necesarios
- El error cometido
- El polinomio interpolador mediante diferencias finitas
- El valor de dicho polinomio para $x=1$

(2 puntos)

4.- Dadas las funciones $\begin{cases} F(x, y) = x^2 + 2y^2 - 3 \\ G(x, y) = e^{x*y} - \frac{1}{2} \end{cases}$, uno de los puntos de intersección está

cercano al punto $(\frac{-1}{2}, 1)$.

Aplicar el método de Newton para obtener una aproximación a la solución.

Realizar una iteración completa, evaluar el error cometido en esa iteración.

Plantear una segunda iteración del método con los datos obtenidos de la primera

(2 puntos)



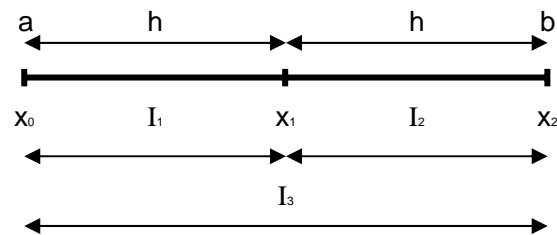
5.- Se desea conocer el valor de la integral $\int_a^b f(x)dx$ mediante una combinación lineal de tres integrales I_1 , I_2 e I_3 , (todas ellas de orden uno) de modo que combinando las tres se consiga una regla de integración de orden tres.
 Determinar cual es la combinación lineal que debe realizarse $a_1 * I_1 + a_2 * I_2 + a_3 * I_3$.
 Comprobar que el error de la combinación lineal deja de ser función de $f''(\xi)$ con lo que la nueva regla pasa a ser de orden tres.

Datos :

$$\text{Regla del trapecio: } Error = -\frac{h^3 f''(\xi)}{12}$$

$$\text{Regla del punto medio: } Error = \frac{h^3 f''(\xi)}{3}$$

$$\text{Primera regla de Simpson: } Error = -\frac{h^5 f^{(iv)}(\xi)}{90}$$



(2 puntos)

Nota: Los diez puntos de la suma del examen escrito representan el 70% del total de la nota final de la asignatura.