Tiempo 2 horas

1.- Demostrar que el polinomio interpolador que pasa por los puntos $(x_0,y_0),(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ es único, independientemente del método que se utilice para calcularlo.

(2 puntos)

2.- Calcular la cota máxima de error en el intervalo $\left[0,\frac{1}{2}\right]$ del polinomio que interpola la función $y = sen(\pi * x)$ definida en los tres puntos siguientes: $x_0=0$; $x_1=\frac{1}{6}$; $x_2=\frac{1}{2}$

(1 puntos)

3.- Aplicar el método de pivotaje parcial escalado para resolver el siguiente sistema: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & -3 & 0 & 1 \\ 6 & 1 & -6 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -7 \\ 6 \end{pmatrix}$, indicando en cada etapa el vector de permutación.

(Sin intercambiar las filas en el sistema).

(2 puntos)

4.-Demostrar que existe un numero c>0 en el intervalo $[0,1]$, tal que la fórmula $\int_{-1}^{1} f(x)dx = f(c) + f(-c)$ es exacta para todo polinomio de grado menor o igual que 3.

Calcular el término de error de dicha fórmula de integración.

Explicar de qué fórmula se trata.

(3 puntos)

5.- Dado el conjunto de puntos

{{0,0},{0.5,-1.3},{1,-0.35},{1.5,2.8},{2,8},{2.5,15},{3,25}}

Se desea saber si se ajusta mejor a una función del tipo $y = \alpha + \beta * x^2$ o bien a una función del tipo $y = \alpha * x + \beta * x^2$.

Calcular ambos ajustes e indicar en función del error mínimo-cuadrático cual es el más adecuado.(Trabajar con tres decimales)

(3 puntos)

6.- Aplicar dos veces el método de Newton-Raphson para la resolución aproximada del sistema $\begin{cases} \dfrac{x^2 - y^2}{2} - x + \dfrac{7}{24} = 0 \\ x * y - y + \dfrac{1}{9} = 0 \end{cases}$, partiendo de (0,0), trabajando con cuatro decimales.

Indicar el error absoluto en cada una de las etapas.

(3 puntos)