Tiempo 2 horas

1.- Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, y sabiendo que Det(A)=1, indicar si es posible realizar una factorización de tipo Cholesky.

Si es posible, realizar la factorización, si no es posible factorizar por el método de Crout.

Resolver el sistema A.x=b , con la factorización realizada en el apartado anterior para el vector columna $b=(1,0,2,0)^t$.

(3 puntos)

2.- Para calcular una raíz de la ecuación $f(x)=x^3+3x^2-6$ que se encuentra en el entorno [1 , 1.4], se han elegido dos funciones $g_1(x)$ y $g_2(x)$ para realizar el cálculo mediante el método de punto fijo.
Determinar si ambas funciones aseguran la convergencia del método en dicho intervalo.
Si ambas convergen indicar cual lo haría mas rápidamente y por que.

$$g_1(x)=\sqrt{\frac{6-x^3}{3}} \qquad g_2(x)=\sqrt{\frac{6}{x+3}}$$

(2 puntos)

3.- Realizar dos iteraciones del método de Newton para calcular el punto de intersección de las curvas $\begin{cases} f_1(x,y)=x^2-2y^2-1=0 \\ f_2(x,y)=x^2+2y^2-3=0 \end{cases}$ que se encuentra próximo al punto (1,1).
Calcular el error absoluto cometido en cada iteración.

(3 puntos)

4.- Dado el conjunto de puntos

x	0	0.5	1	1.5	2
y	0	0.949	0.598	-0.572	-0.959

Obtener una aproximación del valor que toma la función en el punto x = 1.7 aplicando el método de diferencias finitas mediante un polinomio de grado tres.
Podría considerarse el tercer decimal obtenido para y(1.7) correcto? Razonar la respuesta.

(3 puntos)

5.- Calcular los valores de α y β en la fórmula de integración:
$\int_a^b f(x)dx = h\left[\alpha \cdot f(a) + h \cdot \beta \cdot f'(b)\right]$, sabiendo que (b-a)=h.

Sabiendo que: $\int_a^b x^2 dx - \left(h\left[\alpha \cdot a^2 + h \cdot \beta \cdot 2 \cdot b\right]\right) = \frac{2}{3}h^3$ calcular el término de error de la formula anterior.

Aplicar dicha formula dos veces para calcular una aproximación de $\int_0^2 sen(x)dx$

(3 puntos)