

INTRODUCCIÓN A LOS MÉTODOS NUMÉRICOS

PRIMERA PARTE: INTRODUCCION AL ANALISIS NUMERICO Y A LA COMPUTACION

Capítulo I. Introducción al Análisis Numérico.

- | | |
|--|--------|
| 1. Algoritmos y diagramas de flujo. | pg. 1 |
| 2. Origen y evolución del Análisis Numérico. | pg. 12 |
| 3. Objetivos. | pg. 13 |
| Ejercicios. | pg. 14 |

Capítulo II. Análisis de los errores.

- | | |
|---|--------|
| 1. Esquema de resolución numérica de un problema. | pg. 15 |
| 2. Distintos tipos de errores. | pg. 17 |
| 3. Convergencia. | pg. 19 |
| Ejercicios. | pg. 22 |

Capítulo III. Sistemas de numeración.

- | | |
|---|--------|
| 1. Representación de la información. | pg. 23 |
| 2. Introducción a los sistemas numéricos. | pg. 23 |
| 3. Conversión desde el sistema decimal
al sistema numérico en base b . | pg. 24 |
| 4. Las operaciones aritméticas en base b . | pg. 30 |
| 5. Conversión desde un sistema numérico
en base b_1 a un sistema en base b_2 . | pg. 33 |
| Ejercicios. | pg. 36 |

Capítulo IV. Aritmética del computador.

- | | |
|--|--------|
| 1. Representación de los números. | pg. 37 |
| 2. Introducción a la aritmética de punto flotante. | pg. 44 |
| 3. Propagación del error. | pg. 45 |
| Ejercicios. | pg. 56 |

SEGUNDA PARTE: SOLUCION APROXIMADA DE ECUACIONES DE UNA VARIABLE

Capítulo V. Solución aproximada de ecuaciones de una variable: Preliminares.

- | | |
|------------------------------------|--------|
| 1. Separación de raíces. | pg. 57 |
| 2. Solución gráfica de ecuaciones. | pg. 60 |

Capítulo VI. El algoritmo de bisección.

- | | |
|---------------------------|--------|
| 1. Introducción y método. | pg. 63 |
|---------------------------|--------|

2. Algoritmo y ejemplos.	pg. 64
Ejercicios.	pg. 68
Capítulo VII. Iteración del punto fijo.	
1. Introducción y método.	pg. 69
2. Algoritmo y ejemplos.	pg. 72
Ejercicios.	pg. 82
Capítulo VIII. El método de la secante.	
1. Introducción y método.	pg. 83
2. Algoritmo y ejemplos.	pg. 87
Ejercicios.	pg. 90
Capítulo IX. El método de Newton-Raphson.	
1. Introducción y método.	pg. 91
2. El algoritmo de Newton-Raphson.	pg. 97
3. El algoritmo de la secante modificado.	pg. 98
4. El método de Newton modificado.	pg. 100
5. El método de combinación.	pg. 100
Ejercicios.	pg. 104
Capítulo X. Análisis de error y técnicas de aceleración.	
1. Análisis de los errores para métodos iterativos.	pg. 105
2. Técnicas de aceleración y fórmula de Newton generalizada.	pg. 107
3. Convergencia acelerada y el algoritmo Δ^2 de Aitken.	pg. 111
4. Convergencia acelerada y el algoritmo de Steffersen.	pg. 115
Ejercicios.	pg. 118
Capítulo XI. Métodos de interpolación.	
1. El método de interpolación de la posición falsa.	pg. 119
2. El método de interpolación de Müller.	pg. 121
Ejercicios.	pg. 124
Capítulo XII. Ceros de polinomios.	
1. El método de Horner.	pg. 125
2. La técnica de deflación.	pg. 131
3. El método de Bairstow.	pg. 134
4. El método de Bernoulli.	pg. 138
5. El algoritmo del cociente-diferencia.	pg. 147
Ejercicios.	pg. 156

**TERCERA PARTE: METODOS PARA LA RESOLUCION DE
SISTEMAS LINEALES**

Capítulo XIII. Métodos para la resolución de sistemas lineales: Preliminares.

- | | |
|--|---------|
| 1. Sistemas lineales de ecuaciones. | pg. 157 |
| 2. Algebra lineal e inversión de una matriz. | pg. 160 |
| 3. Tipos especiales de matrices. | pg. 167 |
| 4. Normas de vectores y matrices. | pg. 171 |

Capítulo XIV. Eliminación Gaussiana y sustitución hacia atrás.

- | | |
|---------------------------|---------|
| 1. Introducción y método. | pg. 179 |
| 2. Algoritmo y ejemplos. | pg. 182 |
| Ejercicios. | pg. 186 |

Capítulo XV. Estrategias de pivoteo.

- | | |
|---|---------|
| 1. Introducción y método. | pg. 187 |
| 2. Algoritmos de eliminación Gaussiana con pivoteo. | pg. 188 |
| 3. Ejemplo de algoritmo FORTRAN. | pg. 193 |
| 4. El algoritmo de Gauss-Jordan. | pg. 200 |
| Ejercicios. | pg. 207 |

Capítulo XVI. Factorización directa de matrices.

- | | |
|---|---------|
| 1. Introducción y método. | pg. 209 |
| 2. Los algoritmos de Doolittle y de Crout. | pg. 211 |
| 3. El algoritmo de Cholesky. | pg. 220 |
| 4. El algoritmo de Crout para sistemas tridiagonales. | pg. 222 |
| Ejercicios. | pg. 227 |

Capítulo XVII. Técnicas iterativas para resolver sistemas lineales.

- | | |
|---|---------|
| 1. Introducción y método. | pg. 229 |
| 2. Los algoritmos de Jacobi y de Gauss-Seidel. | pg. 231 |
| 3. Convergencia de los procesos iterativos. | pg. 234 |
| 4. Los métodos de relajación. | pg. 240 |
| 5. Elección del método para resolver sistemas lineales. | pg. 247 |
| Ejercicios. | pg. 248 |

Capítulo XVIII. Estimaciones de error y refinamiento iterativo.

- | | |
|----------------------------|---------|
| 1. Estimaciones de error. | pg. 249 |
| 2. Refinamiento iterativo. | pg. 253 |
| Ejercicios. | pg. 256 |

CUARTA PARTE: METODOS DE MINIMOS CUADRADOS

Capítulo XIX. El problema de los mínimos cuadrados.

- | | |
|---|---------|
| 1. Sistemas lineales de ecuaciones sobredeterminados. | pg. 257 |
| 2. El vector residual y el problema de los mínimos cuadrados. | pg. 258 |
| 3. Las ecuaciones normales. | pg. 263 |
| 4. Aplicaciones. | pg. 265 |
| Ejercicios. | pg. 268 |

Capítulo XX. Los métodos de transformación ortogonal.

- | | |
|--|---------|
| 1. Las transformaciones de Householder. | pg. 269 |
| 2. La factorización QR con matrices de Householder. | pg. 272 |
| 3. La factorización QR con matrices de rotación de Givens. | pg. 276 |
| Ejercicios. | pg. 282 |

**QUINTA PARTE: SOLUCIONES NUMERICAS A SISTEMAS
NO LINEALES**

Capítulo XXI. Puntos fijos para funciones de varias variables.

- | | |
|---|---------|
| 1. Preliminares. | pg. 283 |
| 2. Método de iteración y ejemplos. | pg. 284 |
| 3. Condiciones para la convergencia del proceso de iteración. | pg. 287 |
| Ejercicios. | pg. 295 |

Capítulo XXII. Método de Newton.

- | | |
|---------------------------|---------|
| 1. Introducción y método. | pg. 297 |
| 2. Algoritmo y ejemplos. | pg. 303 |
| Ejercicios. | pg. 306 |

Capítulo XXIII. Métodos Cuasi-Newton.

- | | |
|------------------------------------|---------|
| 1. El método de Newton modificado. | pg. 307 |
| 2. El método de Broyden. | pg. 307 |
| Ejercicios. | pg. 312 |

Capítulo XXIV. Técnicas de descenso más rápido.

- | | |
|---------------------------|---------|
| 1. Introducción y método. | pg. 313 |
| 2. Algoritmo y ejemplos. | pg. 315 |
| Ejercicios. | pg. 318 |

SEXTA PARTE: BIBLIOGRAFIA

- | | |
|------------------------------|---------|
| Bibliografía básica. | pg. 319 |
| Bibliografía complementaria. | pg. 319 |

— PREFACIO —

Este libro es el resultado de la recopilación de una parte de los apuntes del curso de “*Cálculo Numérico*” correspondiente al tercer curso de la licenciatura en Ciencias Matemáticas. Inicialmente estos apuntes fueron pensados para un curso del Plan Antiguo de Estudios (1973-76), anual, por lo que no cabe duda que son perfectamente válidos para la asignatura cuatrimestral “*Métodos Numéricos*” que ahora se puede encontrar en el actual Plan Nuevo de Estudios (1995-96).

Cuando inicié la redacción de estos capítulos, en Enero de 1991, a partir de distintos textos, me propuse como objetivo transmitir con claridad en el concepto y facilidad en la comprensión lo que yo considero que es la herramienta fundamental en el campo de la Matemática Aplicada, al que dedico mis esfuerzos en la investigación científica.

Conceptos como error de cálculo, análisis del error, algoritmo y su coste, implementación de un código en un ordenador usando un lenguaje de programación, ... , van a ser de uso habitual en la actividad laboral que va a poder desarrollar cualquier licenciado en Matemáticas (o de cualquier otra especialidad técnica superior) tras su paso por la Universidad.

La buena acogida que estos apuntes han tenido en el colectivo estudiantil me ha animado a dar un paso más hacia adelante, con el intento de su publicación. Me motiva ahora que más gente que lo que pueda ser el limitado colectivo de alumnos de un curso tenga acceso a esta información, que pueda ahora ser útil a gente con distintos orígenes en cuanto a los problemas que este libro pueda ayudarles a resolver.

Espero conseguirlo, y espero que este libro que tiene el lector en sus manos ayude a ello (¡ y de paso al propio lector a resolver sus problemas de *Cálculo Numérico*!)

A Ane Miren
y a Mikel.
A Jon, por todo.