

Métodos Econométricos y Análisis de Datos

Autores:

M. Victoria Esteban Gonzalez
Juan Ignacio Modroño Herrán
Marta Regúlez Castillo

*Departamento de Economía Aplicada III. Econometría y Estadística
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea*

Presentación

El objetivo de este documento es presentar un conjunto de técnicas econométricas avanzadas para la estimación de modelos lineales en situaciones donde las hipótesis estadísticas de comportamiento habituales no se cumplen. Estas notas se estructuran en cinco temas más un tema introductorio y de contextualización del curso y un tema final con orientaciones dirigidas al desarrollo por parte de los alumnos de un proyecto final donde se muestre la evolución de un caso práctico de interés. A través de los temas se van relajando las hipótesis básicas sobre la perturbación aleatoria y sobre la matriz de regresores. El tema introductorio revisa los conceptos de Teoría Asintótica que los alumnos ya han visto en las asignaturas de Estadística. Muestra los diferentes conceptos de convergencia y el Teorema de Mann y Wald adiestrando al alumno en su utilidad para derivar las propiedades en muestras grandes y distribución asintótica de los diferentes estimadores que verán en el curso.

El tema uno introduce el concepto de perturbaciones esféricas y muestra las consecuencias en las propiedades del estimador Mínimo Cuadrático Ordinario de que las perturbaciones no cumplan las hipótesis básicas. Asimismo deriva el estimador Mínimo Cuadrático Generalizado. Los temas dos y tres analizan los problemas de heterocedasticidad y autocorrelación, respectivamente. Muestran como detectar perturbaciones no esféricas y como contrastar la existencia de heterocedasticidad y/o autocorrelación. Aplican el estimador Mínimo Cuadrático Generalizado en el caso de que sea necesario y enseñan cómo estimar cuando la matriz de varianzas y covarianzas de la perturbación es desconocida utilizando el estimador de Mínimos Cuadrados Generalizados Factibles.

En el tema cuatro se relaja la hipótesis básica sobre la matriz de regresores. Se aborda el escenario en que la matriz de datos es estocástica analizando los diferentes estadios de relación entre los regresores estocásticos y la perturbación aleatoria. Se deriva el estimador de Variables Instrumentales y se muestra la utilidad del contraste de Hausman. En el quinto tema se intenta relacionar todos los temas anteriores para lo cual se abordan modelos con dinámica en la parte sistemática y/o dinámica en la perturbación.

En cada tema se muestran ejemplos que ilustran los diferentes escenarios de trabajo así como se recomienda la realización de ejercicios. Se incluye también preguntas evaluativas de los contenidos desarrollados. Al término de cada tema se muestra la bibliografía correspondiente. Al final del documento aparece la bibliografía completa.

El Espacio Europeo de Educación Superior. Los créditos ECTS y los distintos tipos de docencia

El diseño de este curso y la organización de sus contenidos cumple con los criterios de la declaración de Bolonia, que tiene como ejes fundamentales el proceso de enseñanza-aprendizaje y la adquisición no sólo de conocimientos, sino también, y fundamentalmente, de destrezas. Esta adaptación al Espacio Europeo de Educación Superior (EEES) ha permitido basar la metodología docente del curso en clases magistrales (CM), las clases prácticas de aula (PA), las clases prácticas del Centro de Cálculo (PO), los seminarios (S) y los talleres (TA).

Cada una de estas clases conlleva una hora de trabajo presencial. Con respecto a las horas no presenciales por cada clase recibida, es decir de tiempo de trabajo no presencial del alumno, las equivalencias son las siguientes: cada clase magistral implica una hora de trabajo no presencial del alumno, mientras que cada clase práctica de aula, práctica de laboratorio informático, de taller o de seminario implica dos horas de trabajo no presencial del alumno. Este curso conlleva 50 horas de trabajo presencial y 70 horas de trabajo no presencial. Tiene asignados 5 créditos ECTS. En este curso cada tipo de docencia tiene las siguientes características:

- **Clases Magistrales:** se utilizan para transmitir conocimientos teóricos a grupos numerosos de alumnos. En estas clases el protagonista es el profesor y en ellas se exponen los contenidos teóricos junto a ilustraciones prácticas en pizarra o utilizando el ordenador.
- **Prácticas de Aula:** en estas clases se aborda el componente práctico de la asignatura. Son clases participativas en las que esperamos que el alumno acuda con los ejercicios realizados en tiempo no presencial. Con antelación se proporciona al alumno los enunciados de los ejercicios o casos a resolver y en la clase práctica se solucionan las dudas o escollos encontrados por los alumnos a la hora de resolver el ejercicio. El número de alumnos en estas prácticas de aula es la mitad que en las clases magistrales. Por ello, es fácil hacer que el alumno participe resolviendo parte del ejercicio en la misma clase consultando dudas directamente al profesor.
- **Prácticas de Ordenador:** son sesiones docentes en las que, en un aula informática, un grupo de alumnos, bajo la dirección de un profesor, realiza una actividad práctica programada que requiere el uso del ordenador. Dependiendo de la disponibilidad de ordenadores y de la naturaleza de las prácticas el grupo se encontrará subdividido. El software informático constituye en este tipo de práctica la herramienta de trabajo fundamental. Las prácticas de ordenador permiten al alumno un afianzamiento de los contenidos teóricos del curso de Econometría como la puesta en práctica de casos reales con la utilización del software gretl¹. **gretl** es software libre especialmente dirigido hacia la práctica de la econometría y la estadística, muy fácil de utilizar. Ha sido elaborado por Allin Cottrell (Universidad Wake Forest) y existen versiones en inglés, castellano y euskera, además de en otros idiomas. Junto con el programa se pueden cargar los datos utilizados como ejemplos de aplicaciones econométricas en los siguientes libros de texto Davidson y Mackinnon (2004), Greene (2008), Gujarati (1997), Ramanathan (2002), Stock y Watson (2003), Verbeek (2004), Wooldridge (2003). Al instalar

¹Acrónimo de *Gnu Regression, Econometric and Time Series* (Biblioteca Gnu de Regresión Econometría y Series Temporales)

gretl automáticamente se cargan los datos utilizados en Ramanathan (2002) y Greene (2008). El resto se pueden descargar de la página:

http://gretl.sourceforge.net/gretl_data.html

en la opción *textbook datasets*. Este curso se estructura sobre casos prácticos presentados en Ramanathan (2002) y en Wooldridge (2003) y ejercicios a resolver con ayuda de gretl.

También da acceso a bases de datos muy amplias, tanto de organismos públicos, como el Banco de España, como de ejemplos recogidos en textos de Econometría. En la página

http://gretl.sourceforge.net/gretl_espanol.html

se encuentra la información en castellano relativa a la instalación y manejo del programa. También hay versiones de esta ayuda en euskera y en inglés.

Una página web interesante sobre las posibilidades del programa para el aprendizaje de Econometría es:

<http://www.learneconometrics.com/gretl.html>

- **Los Talleres (No Industriales):** en los talleres los alumnos trabajan en modo cooperativo un caso práctico bajo la tutela del profesor. Con anterioridad al taller se proporciona el enunciado del caso o situación a analizar con el fin de que de forma individual los alumnos puedan reflexionar sobre la información proporcionada y como enfrentar la solución al problema planteado. En el aula los miembros del grupo tendrán que ayudarse en la dirección de solucionar el caso propuesto, argumentando la adecuación de las decisiones tomadas y siendo capaces de defenderlas ante el resto del grupo al final de la sesión. para ello será necesario que cada equipo de alumnos nombre un portavoz que puede ir cambiando a lo largo del curso.
- **Los Seminarios y el Proyecto:** el desarrollo de un trabajo o proyecto por parte de un alumno o grupo de alumnos es un tipo de docencia esencial para facilitar la evaluación continua del alumno y conocer el rendimiento de autoaprendizaje. Sin ella no hay metodología docente orientada a la autoformación. Algunas de las más apreciadas habilidades que debe desarrollar el alumno: presentar y exponer un trabajo, resumir y realizar un análisis, trabajar en grupo... se consiguen precisamente gracias a la presentación de un proyecto. El proyecto permite el trabajo en equipo de un reducido grupo de alumnos. Al inicio del curso se fijará el tema del proyecto y se irá desarrollando a lo largo del mismo utilizando para ello los seminarios. Los seminarios permiten un tipo de docencia que facilita la interacción fluida entre un profesor y un reducido grupo de alumnos. Se utilizan para que el alumno dé cuenta al profesor, en presencia de los compañeros con los que ha compartido el trabajo, de las tareas prácticas que conlleva el desarrollo del proyecto. Algunos seminarios se pueden llevar a cabo en el Centro de Cálculo para que los alumnos puedan trabajar y consultar dudas sobre el desarrollo del proyecto directamente al profesor. Los seminarios finales serán reservados para presentar trabajos al resto del grupo. Sobre como llevar a cabo este proyecto hablaremos en una de las secciones siguientes.

Las competencias específicas de la asignatura y la evaluación

“Lo que escucho olvido, lo que veo recuerdo, lo que hago entiendo” (Proverbio Chino)

Toda la organización de la metodología docente junto con el diseño de los contenidos de los temas del curso van dirigidos a que los alumnos alcancen las siguientes competencias específicas de la asignatura:

1. Comprender la importancia de los supuestos empleados en la especificación de un modelo econométrico básico para poder proponer y emplear supuestos más realistas.
2. Diferenciar distintos métodos de estimación y evaluar su uso de acuerdo a las características de las variables económicas de interés para obtener resultados fiables.
3. Utilizar diversas fuentes estadísticas y adquirir destreza en el uso de un software econométrico para analizar relaciones entre variables económicas.
4. Elaborar en grupos de trabajo y exponer en público, un proyecto empírico donde se valore adecuadamente los resultados obtenidos del análisis de un modelo econométrico.

El sistema actual de docencia dentro del EEES tiene como ejes fundamentales el proceso de enseñanza-aprendizaje y la adquisición no sólo de conocimientos, sino también, y fundamentalmente, de destrezas implica directamente la valoración del trabajo diario del alumno y su evolución en la adquisición de las competencias. La utilización de la evaluación continua en la evaluación de los alumnos implica la realización en clase, en general con componente de sorpresa, es decir sin previo aviso, de test rápidos o de preguntas cortas en relación a todo lo visto en las clases, conceptos teóricos y ejercicios prácticos tanto de práctica de aula como de práctica de ordenador que permitan evaluar individualmente al alumno y saber si han aprendido los procedimientos adecuados y ver si han alcanzado así las competencias específicas, en nuestro caso las competencias (1), (2) y (3). La evaluación del proyecto permitirá juzgar la competencia (4). Por ello en estas notas se incluye al final de cada tema ejemplos de preguntas cortas evaluativas de los contenidos de las CM, PA y PO a modo de ejemplo de lo que el alumno podría encontrarse en su propia evaluación.

Como se indicaba anteriormente estas notas sirven de apoyo al estudio. Analizan los problemas en profundidad y permiten al alumno profundizar en los temas que conforman el contenido del curso. Así mismo tienen una fuerte vertiente práctica que permitirá al alumno no solo saber sino también saber hacer. En ningún caso deben utilizarse como sustituto de los libros incluidos en la bibliografía. De igual manera se recomienda la realización de ejercicios tanto los recomendados en clase como los que aparecen en la bibliografía. La unión del estudio de los conceptos y la utilización de los mismos en los ejercicios permite adquirir la agilidad necesaria para el dominio de la asignatura y alcanzar las competencias específicas de la misma.

Las notas tienen como objetivo servir de apoyo al proceso de aprendizaje de los estudiantes de la asignatura *Econometría* de los Grados en Economía, Administración y Dirección de Empresas, Marketing, Fiscalidad y Administración Pública, y Finanzas y Seguros así como de las Licenciaturas en Economía y Administración y Dirección de Empresas, ambas en extinción. Así mismo sirven de apoyo a estudiantes de master por ejemplo el Master Universitario en Economía: Instrumentos del Análisis económico o el Máster Universitario en Banca y Finanzas Cuantitativas.

Contenido

1. Introducción y Contextualización	1
1.1. Introducción	1
1.2. Propiedades de un estimador. Muestras finitas versus muestras grandes	2
1.3. El Modelo de Regresión Lineal General. Estimador Mínimo Cuadrático Ordinario (MCO)	5
1.4. Contraste de hipótesis	12
1.5. ¿Qué vamos a aprender en este curso?	14
1.6. Anexo1.1: Demostración de la consistencia del estimador MCO	17
2. Mínimos Cuadrados Generalizados	19
2.1. Modelo de regresión con perturbaciones no esféricas	19
2.2. Propiedades del estimador de MCO	22
2.2.1. Estimador de la matriz de varianzas y covarianzas de $\hat{\beta}_{MCO}$	23
2.3. Método de Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG)	24
2.3.1. Propiedades del estimador de MCG	25
2.3.2. Estimador de la matriz de varianzas y covarianzas de $\hat{\beta}_{MCG}$	27
2.4. Método de Mínimos Cuadrados Generalizados Factibles (MCGF)	28
2.4.1. Propiedades del estimador de MCGF	28
2.4.2. Estimador de la matriz de varianzas y covarianzas de $\hat{\beta}_{MCGF}$	29
2.5. Contrastes de restricciones lineales	30
2.6. Ejemplo: Sistemas de Ecuaciones	33
2.6.1. Ecuaciones no relacionadas con varianza común	34
2.6.2. Ecuaciones no relacionadas con varianzas distintas	35
2.6.3. Ecuaciones aparentemente no relacionadas	36

3. Heterocedasticidad	39
3.1. Concepto de heterocedasticidad. Naturaleza y consecuencias. Ejemplos	39
3.2. Contrastes de heterocedasticidad	44
3.2.1. Detección gráfica.	44
3.2.2. Test de contraste para heterocedasticidad	50
3.3. El estimador MCG bajo heterocedasticidad. Mínimos Cuadrados Ponderados	54
3.4. Estimador de Mínimos Cuadrados Generalizados Factibles. Especificación de un modelo para la heterocedasticidad	57
3.5. MCO: Estimador de $V(\hat{\beta}_{MCO})$ robusto a heterocedasticidad	60
3.6. Contraste de restricciones lineales	61
3.7. Resumen de los resultados obtenidos en el ejercicio magistral	64
3.8. Anexo 3.1: Resultados de gretl utilizados en las clases magistrales	66
3.9. Anexo 3.2: Instrucciones básicas de gretl para heterocedasticidad	70
3.10. Anexo 3.3: Tablas de datos	78
4. Autocorrelación	79
4.1. El concepto de autocorrelación y su modelización	79
4.1.1. Introducción	79
4.1.2. Procesos Autorregresivos y de Medias Móviles	80
4.2. Contrastes de autocorrelación y análisis de residuos	85
4.2.1. Contraste de Durbin y Watson	85
4.2.2. Contraste de Breusch y Godfrey	87
4.2.3. Análisis de los residuos y contrastes: ejemplos	88
4.3. Consecuencias de la detección de autocorrelación	105
4.4. Estimación por MCGF bajo un AR(1)	106
4.4.1. Método de Hildreth y Lu: Red de búsqueda	107
4.4.2. Método de Cochrane-Orcutt	109
4.5. Inferencia utilizando el estimador MCO con autocorrelación	111
4.6. Inferencia con MCGF	113
4.7. Anexo 4.1: Instrucciones básicas de gretl para autocorrelación	115
5. Regresores Estocásticos	119
5.1. Introducción	119

5.2.	Propiedades del estimador MCO	121
5.2.1.	Independencia entre regresor y error	121
5.2.2.	Incorrelación contemporánea entre regresores y error	124
5.2.3.	Correlación entre regresores y error	125
5.3.	Estimador de Variables Instrumentales	129
5.3.1.	Propiedades del estimador de Variables Instrumentales	130
5.3.2.	Cómo buscar los instrumentos	131
5.3.3.	Contraste de hipótesis con el estimador de VI	139
5.4.	Contraste de Hausman	139
5.5.	Anexo 5.1: Instrucciones básicas de gretl para regresores estocásticos	148
5.6.	Anexo 5.2. Errores de medida en las variables	150
5.6.1.	Variable endógena medida con error	150
5.6.2.	Variable exógena y variable endógena medidas con error	151
5.7.	Anexo 5.3. Estimador de Variables Instrumentales	152
5.8.	Anexo 5.4. Estimador de Mínimos Cuadrados en dos etapas	153
6.	Modelos Dinámicos	157
6.1.	Introducción	157
6.2.	Especificación y estimación de modelos dinámicos	158
6.2.1.	Dinámica solamente en la parte sistemática	158
6.2.2.	Dinámica en la parte sistemática y en la perturbación	159
6.3.	Ejemplo magistral: hacia una modelización dinámica	162
6.4.	Anexo 6.1: Instrucciones básicas de gretl para modelos dinámicos	179
7.	Guía para el desarrollo de un proyecto empírico	181
7.1.	Características básicas del proyecto	181

Figuras

3.1. <i>Perturbaciones homocedásticas versus heterocedásticas</i>	40
3.2. <i>Residuos MCO versus POP</i>	45
3.3. <i>Residuos MCO versus POP</i>	46
3.4. <i>Residuos MCO y sus cuadrados versus SEN</i>	46
3.5. <i>Perturbaciones homocedásticas</i>	47
3.6. <i>Residuos MCO frente a una variable ficticia</i>	47
3.7. <i>Consumo versus Renta</i>	49
3.8. <i>Residuos MCO versus Renta</i>	49
4.1. <i>Ruido blanco $\rho = 0$</i>	82
4.2. <i>Proceso AR(1) con $\rho = 0,95$</i>	83
4.3. <i>Proceso AR(1) con $\rho = -0,95$</i>	83
4.4. <i>Proceso MA(1) con $\theta = 0,95$</i>	84
4.5. <i>Proceso MA(1) con $\theta = -0,95$</i>	85
4.6. <i>Gráfico de la serie de Inversión observada y estimada</i>	89
4.7. <i>Gráfico de la serie temporal de los residuos MCO</i>	90
4.8. <i>Gráfico de la serie de Inversión observada y estimada</i>	91
4.9. <i>Gráfico de la serie temporal de los residuos MCO</i>	91
4.10. <i>Gráfico de la serie observada y ajustada con especificación lineal</i>	93
4.11. <i>Gráfico de residuos MCO de la especificación lineal</i>	93
4.12. <i>Gráfico de la serie observada y ajustada con especificación cuadrática</i>	94
4.13. <i>Gráfico de residuos MCO de la especificación cuadrática</i>	95
4.14. <i>Gráfico de la serie observada y ajustada con el Modelo (4.7)</i>	96
4.15. <i>Gráfico de residuos MCO del Modelo (4.7)</i>	96
4.16. <i>Gráfico de la serie observada y ajustada con el Modelo (4.8)</i>	97

4.17. Gráfico de residuos MCO del Modelo (4.8)	98
4.18. Evolución temporal de las variables <i>INVERR</i> y <i>TIREAL</i>	99
4.19. Serie <i>INVERR</i> observada y ajustada: Modelo sin <i>PNBR</i>	100
4.20. Serie de residuos MCO: Modelo sin <i>PNBR</i>	100
4.21. Serie <i>INVERR</i> observada y ajustada: Modelo con <i>PNBR</i>	103
4.22. Serie de residuos MCO: Modelo con <i>PNBR</i>	103
4.23. Función de Suma de Cuadrados Residual del modelo transformado	108
5.1. Serie sin tendencia versus serie con tendencia	134
6.1. Gráficos de las series de fertilidad y de las exenciones fiscales	163
6.2. Gráfico de residuos MCO	164
6.3. Gráfico de la serie <i>gfr</i> observada y ajustada	164
6.4. Gráfico de residuos MCO y de la serie <i>gfr</i> observada y ajustada	166
6.5. Gráficos de residuos y de la serie <i>gfr</i> observada y ajustada	168
6.6. Gráfico de residuos MCO y de la serie <i>gfr</i> observada y ajustada	170

Tablas

3.1. Observaciones de Consumo y Renta	78
7.1. Modelos estimados para el precio de la vivienda <i>PRICE</i>	184
7.2. Función de Salarios	184