

Ejercicio CM-RE.3

Se quiere estimar el modelo:

$$Y_t = \beta X_{1t} + u_t \quad u_t \sim iid(0, \sigma^2) \quad (1)$$

y se sabe que X_{1t} se determina con Y_t ya que $X_{1t} = Y_t + X_{2t}$ donde $E(X_{2t}u_t) = 0 \forall t$.

1. Demuestra que $E(X_{1t}u_t) = (1 - \beta)^{-1}\sigma^2$. Se supone que $\beta \neq 1$.
2. ¿Qué implicaciones tiene este hecho en el estimador de β aplicando el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) a (1)? Razona la respuesta.
3. Escribe explícitamente la fórmula de un estimador de β alternativo para este modelo concreto razonando por qué lo escogerías.

Si se dispone de una muestra de 60 observaciones donde se han obtenido los siguientes productos cruzados:

	Y_t	X_{1t}	X_{2t}
Y_t	100	40	-60
X_{1t}		80	40
X_{2t}			100

por ejemplo $\sum Y_t X_{2t} = -60$.

4. Obtén la estimación de β por el método propuesto en el apartado 3 y por el método de MCO.
5. Contrasta al nivel de significación del 5% la $H_0 : \beta = 0$. (Suponer que $\sigma^2 = 1$.)
6. Si el investigador ignorara que $X_{1t} = Y_t + X_{2t}$, ¿cómo podría darse cuenta de que $E(X_{1t}u_t) \neq 0$? Explica y realiza el contraste. (Suponer que $\sigma^2 = 1$.)