

Ejercicio CM-RE.2

Se dispone de 62 observaciones sobre las siguientes características de los terremotos registrados en Alaska durante el periodo 1969-1978¹:

Y_t : El logaritmo de la amplitud de onda en metros por segundo, (m/sg).

X_t : El logaritmo de la amplitud del cuerpo longitudinal de la onda en m/sg.

W_t : El logaritmo de la traza máxima de amplitud de onda a corta distancia en m/sg.

Se quiere estimar cuál es el efecto sobre Y_t de la velocidad de amplitud del cuerpo de la onda de un terremoto, X_t , mediante el modelo:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t^* + v_t \quad v_t \sim NID(0, \sigma_v^2) \quad (1)$$

La tecnología existente no permite obtener directamente el valor de la variable no estocástica X_t^* por lo que se aproxima mediante $X_t = X_t^* + e_t$, donde X_t es la variable observada y el error de medida es $e_t \sim NID(0, \sigma_e^2)$. Además, la perturbación del modelo, v , y el error de medida, e , son independientes. Se han obtenido los siguientes resultados a partir del estimador de Mínimos Cuadrados Ordinarios:

$$\widehat{\text{des}}(\hat{\beta}_{i,MCO}) \begin{matrix} Y_t \\ \\ \\ \end{matrix} = \begin{matrix} -1,491 \\ (0,780) \end{matrix} + \begin{matrix} 1,261 \\ (0,149) \end{matrix} X_t + \hat{u}_t, \quad SCR = 17,242.$$

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 2,118 & -0,403 \\ -0,403 & 0,077 \end{bmatrix}^{-1}$$

1. Obtén paso a paso cada uno de los siguientes valores:

$$u_t =$$

$$E(u_t) =$$

$$Var(u_t) =$$

$$Cov(u_t, u_s) =$$

$$E(X_t u_t) =$$

2. Razona las propiedades en muestras finitas y asintóticas del estimador MCO.

¹Fuente: Fuller, W.A. (1987), *Measurement Error Models*. Wiley, New York.

El modelo anterior ha sido reestimado por Variables Instrumentales. Para ello se ha utilizado como instrumento para el regresor X_t a la variable W_t , cuya medición se puede realizar con exactitud. Se han obtenido los siguientes resultados:

$$\widehat{Y_t} = -4,287 + 1,797 X_t + \hat{\omega}_t, \quad SCR = 20,961.$$

$$(\widehat{des}(\hat{\beta}_{i,VI})) \quad (1,114) \quad (0,213)$$

3. Escribe explícitamente la fórmula del estimador de VI y su expresión en términos de sumatorios.
4. Escribe explícitamente las condiciones necesarias y suficientes para que el estimador de VI sea consistente.
5. Lleva a cabo el contraste de Hausman para analizar si es o no importante el problema de error de medida. Escribe la hipótesis nula, la alternativa y todos los elementos del contraste, así como su conclusión.
6. Contrasta la hipótesis de que, en media, la amplitud del cuerpo longitudinal de la onda recogida en un sismógrafo no es relevante sobre la amplitud de la onda.