



7. GAIA

BEROAREN GARRAIORAKO MEKANISMOAK

GAI HAU IKASTEAN GAITASUN HAUEK LORTU BEHARKO DITUZU:

1. Fourier-en legea erabili geometria desberdineko sistema solidoetan.
2. Hormen barruko tenperatura-profilak kalkulatu eta irudikatu.
3. Geruza anitzeko sistemetan bero-jarioa kalkulatu.
4. Konbektziozko bero-jarioa kalkulatu.
5. Erradiaziozko bero-trukea kalkulatu.
6. Koefiziente globala kalkulatu eta bero-jarioa kalkulatzeko erabili.

Sistema bateko bi guneren artean tenperatura-diferentzia badago, energiaren (beroaren) jarioa gertatzen da tenperatura altuko gunetik tenperatura baxuko gunera. Termodinamikako kontzeptuen arabera, energia hori **beroa** da. Beroa jarioa da, etengabe eta uneoro gertatzen den jarioa. Horregatik, bero-jarioa adierazteko, Energia/t dimentsioa erabiltzen da.

Termodinamikak orekan dauden sistemak aztertzen ditu, eta sistema bat egoera batetik beste egoera batera igarotzeko behar den energiaren berri ematen du. Hala ere, ez du ezer esaten aldaketa horren abiadurari buruz edo ez du ematen mekanismoren berri.

Beroaren garraioa izeneko fisikaren alorrak aztertzen du zer abiaduraz gertatzen den bero-jarioa. Sistema bateko bi guneren arteko beroaren garraioa hiru mekanismoren (modu) bidez gerta daiteke: **eroapena**, **konbektzioa** eta **erradiazio termikoa**.

Ingeniaritzan izan dezakeen aplikazioen ikuspegia kontuan harturik, garrantzitsua da tenperatura-diferentzia finkatu batekin lortzen den energia-jarioaren kuantifikazioa. Hainbat ekiporen funtzionamendua beroaren garraioarekin lotuta dago (erreaktore kimikoak eta destilagailuak berotu edo hoztu egin behar dira, lurrungailuei beroa eman behar zaie, hodiak eta ekipoak isolatu egiten dira berorik gal ez dezaten). Ekipo horiei beroa kendu edo emateko gailuen tamaina edo isolatzailearen propietateak eta lodiera kalkulatzeko, ezinbestekoa da beroaren garraioaren abiadura jakitea.

7.1 ENERGIAREN IRAUPENAREN LEGEA

5. gaian ikusi den bezala, energia kontserbatu egiten da (Termodinamikaren Lehen Printzipioa). Lege horren arabera, sistema baten denbora-unitateko:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Sistemara} \\ \text{SARTZEN} \\ \text{den energia} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Sisteman} \\ \text{SORTZEN} \\ \text{den energia} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Sistematik} \\ \text{IRTETEN} \\ \text{den energia} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Ingurunearekin} \\ \text{TRUKATZEN} \\ \text{duen energia} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Sisteman} \\ \text{METATZEN} \\ \text{den energia} \end{array} \right)$$

$$S + S_o = I + T + M$$

Sartu eta Irten terminoetan, sistemara sartzen eta sistematik irteten den masarekin doan energia zenbatzen da. Sistemak ingurunearekin masarik trukutzen ez badu, bi termino horiek zero dira. Sortu terminoak sisteman sortzen den energia edo sistemak xahutzen duen energia (erreakzio kimiko edo nuklearregatik, erresistentzia elektrikoagatik...) zenbatzen du. Trukatu terminoak sistemak ingurunearekin trukutzen duen energia zenbatzen du (berotrukagailuekin), eta Metatze terminoak sisteman metatzen den energia zenbatzen du (egoera geldikorra bada, zero izango da).

7.2 BEROAREN GARRAIOAREN ABIADURA-LEGEA

Hainbat prozesu fisikotan bezala, beroaren garraioa gertatzen den abiadurak lege zinetikoari jarraitzen dio. Lege horren arabera, sisteman gertatzen den bero-jarioaren abiadura bero-jarioa sortu duen indar eragilearekiko proportzionala da eta sistemak berak bero-jarioari egiten dion eragozpen edo erresistentziarekiko alderantziz proportzionala:

$$Q \left(\frac{\text{energia}}{\text{denbora}} \right) = \frac{\Delta T}{R} = \frac{\text{indar eragilea}}{\text{erresistentzia}} \quad (7.1)$$

Sistema gaseoso edo likidoetan ere mekanismo hori gertatzen den arren, horrekin batera konbektzio bidezko mekanismoa gertatzen da, batez ere materiaren nahastea gertatzen bada (sistema gehienetan). Likido eta gasetan, azken mekanismo horren bidez garraiatzen den beroa eroapenez garraiatzen dena baino askoz ere handiagoa da. Horregatik, hemendik aurrerako azalpenak solidoentzat besterik ez dira izango.

Aurrerantzean azalduko den beroaren garraioa norabide bakarrekoa da, hau da, koordenatu bakarrarekin adieraz daitekeena.

7.4 EROAPEN BIDEZKO BEROAREN GARRAIOA EDO BARREIAPEN TERMIKOA: FOURIER-EN LEGEA

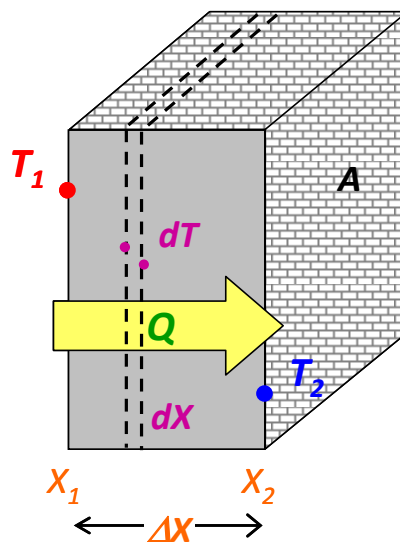
Demagun horma solido baten bi aurpegietako temperaturak T_1 eta T_2 direla ($T_1 > T_2$ izanik), eta bi aurpegiak ΔX ($X_2 - X_1$) distantziara bereizita daudela (7.2 irudia). Hala, denbora unitateko gertatzen den bero-jarioa (Q) temperatura-diferentziarekiko proportzionala ($\Delta T = T_1 - T_2$) da, bero-jarioaren norabidearekiko perpendikularra den azalerarekiko (A) proportzionala da eta bi aurpegien arteko distantziarekiko alderantziz proportzionala:

$$Q \propto A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta X} \quad (7.2)$$

Ekuazioa erabilgarria izateko, k (eroapen-koefizientea) proportzionaltasun-konstantea erabiltzen da. Ekuazio horri Fourier-en legea deritzo.

$$Q = k \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta X} \quad (7.3)$$

Ekuazio horretan, k materialaren eroapen-koefizientea (eroankortasun termikoa) da. Material bakoitzaren propietate fisikoa da, temperaturaren araberkoa.



7.2. irudia. Horma lau baten barneko eroapen bidezko beroaren garraioa.

¹ Indar eragile gisa $T_1 - T_2$ (> 0) erabili denez, Fourier-en ekuazioak zeinu positiboa dauka. Zehazki jokatzeko, indar eragile gisa $T_2 - T_1$ erabili beharko litzateke, eta balioa negatiboa duenez, bero-jarioak zeinu positiboa izan dezan, Fourier-en ekuazioan zeinu negatiboa agertu beharko luke $\left(Q = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dX} \right)$.

Fourier-en legea modu diferentzialean idatzita, hau da, $\Delta X \rightarrow 0$ denean:

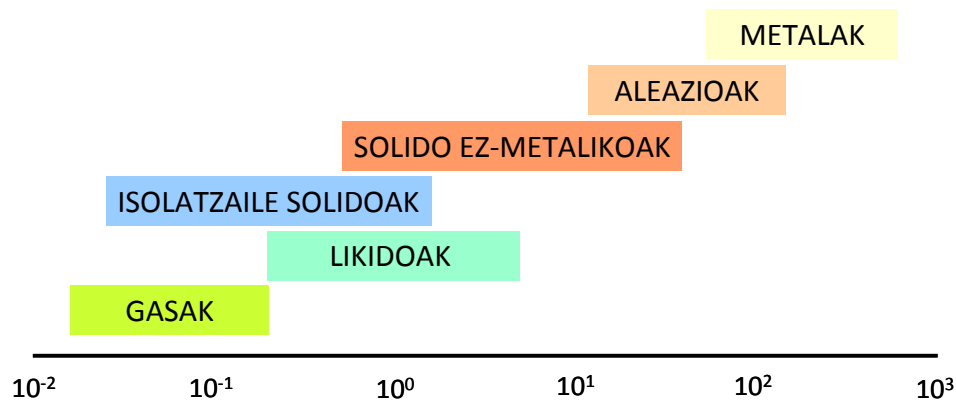
$$Q = k \cdot A \cdot \frac{dT}{dX} \quad \therefore \quad Q \cdot \frac{dX}{A} = k \cdot dT \quad (7.4)$$

Goiko ekuazioa irudiko geometriarentzat integratu ondoren lortzen da adierazpen hori. Hala ere, sistema edo geometriaren arabera, modu diferentzialean idatzitako adierazpenak erabilera hobea izan dezake, kasu partikular bakoitzerako integratu egin baitaiteke.

Eroapen-koefizientea (eroankortasun termikoa, k), aipatu den bezala, materialaren propietate fisikoa da. Fourier-en legean paratuz, materialak bere barnetik bero-jarioa gerta dadin daukan erraztasunaren berri ematen du eroankortasun termikoak: zenbat eta k handiagoa izan, orduan eta handiagoa da bero-jarioa. Hala, eroankortasun termiko altuko materialak eroale onak direla aipatzen da, eta eroankortasun termiko txikikoak, berriz, isolatzaile gisa ezagutzen dira.

Propietate fisiko horren dimentsioa $[k] = \text{energia/denbora} \cdot \text{luzera} \cdot \text{temperatura-diferentzia}$ da. Nazioarteko unitateen sistemako unitatea W/mK da, baina iturri bibliografiko askotan $\text{kcal/hm}^\circ\text{C}$ edo $\text{BTU/hft}^\circ\text{F}$ moduko unitateak aurkitu daitezke.

Mekanismoa azaldu denean aipatu den bezala, sistema solidoen eroankortasun-koefizienteak altuenak dira, eta likido zein gasenak txikiagoak dira. Hala, egoera fisikoaren arabera eroankortasun termikoaren joera nagusia solido $>$ likido $>$ gas da. Solidoetan, gainera, solido metalikoak eta ez-metalikoak bereiz daitezke. Lehenek elektroiztasunak daukate egitura-sarean, libreki mugitu daitezkeenak. Horren ondorioz, eroapen bidezko beroaren garraioari lagundu egiten diote (solido metalikoen $k >$ solido ez-metalikoen k). 7.3 irudian, materiaren zenbait egoeraren eroankortasun-tarteak azaltzen dira, eta 7.1 taulan, 300 K-ean neurtutako hainbat materialen eroapen-koefizienteak.



7.3 irudia: Inguruneko temperaturaren eta presioaren, hainbat materialen eroankortasun termikoaren balio-tartea (W/mK unitatetan emanda).

Eroankortasun termikoa temperaturaren arabera da. Hala, material batzuetan, temperatura handitzean handitu egiten da; beste batzuetan, ordea, txikitu egiten da. Lehen portaera kuartzoak, altzairuak, glizerinak eta gas gehienek daukate. Bigarren portaera, ordea, wolframak, kobreak eta amoniakoak daukate.

Temperatura-tartea oso zabala ez bada, temperaturarekiko mendetasun lineala erabil daiteke:

$$k = a + b \cdot T \quad (7.5)$$

a eta b material bakoitzaren konstanteak izanik.

$b = 0$ eroankortasun termikoa konstantea da temperatura-tartean

$b > 0$ eroankortasun termikoa handitu egiten da temperatura handitzean

$b < 0$ eroankortasun termikoa txikitu egiten da temperatura handitzean

7.1 Taula. Hainbat materialen eroankortasun termikoaren balioa (300 K).

Materiala	k (300 K)
Kobrea	399
Aluminioa	237
Altzairua	43
Beira	0,81
Ura	0,6
Etilenglikola	0,26
Hidrogenoa	0,18
Airea	0,026

7.5 TEMPERATURA-PROFILAREN GARAPENA HORMAREN BARNEAN

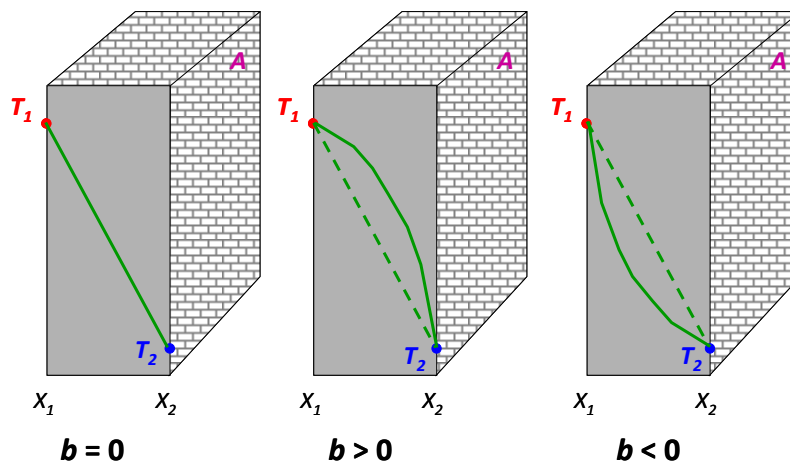
7.2 irudiko horma lauaren kasuan, Fourier-en lege diferentziala hartzen bada (7.4 ekuazioa) eta hormaren bi gainazalen artean integratzen bada, egoera geldikorra dela onartuz:

$$\frac{Q}{A} \int_{x_1}^{x_2} dX = \int_{T_1}^{T_2} k \cdot dT \quad (7.6)$$

Integral horretan, horma laua denez, bero-jarioaren noranzkoan jarioarekiko perpendikularra den azalera (A) ez da posizioaren (X) mendekoa, eta integraletik kanpora atera dateke. Baina k temperaturaren mendekoa bada, integrala ebatzeko, $k = f(T)$ adierazpena (lineala edo beste bat) sartu eta integrala ebatzi behar da. Hala, T_1 eta T_2 temperatura-tartean, bero-jarioaren abiadura

$$Q = k \cdot A \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{\Delta X} \quad (7.7)$$

da, eta ekuazioan agertzen den k bi balioen batezbesteko temperaturan daukan balioa da.



7.4 irudia. Horma lau baten barneko temperatura-profila, b parametroaren arabera, egoera geldikorrean.

Horman zeharreko tenperatura-profila Fourier-en legeak ematen du, ekuazioa $\frac{dT}{dX} = \left(\frac{Q}{A}\right) \cdot \frac{1}{k}$ moduan idatzi ondoren. Kontuan izan egoera geldikorrean bero-jarioaren abiadura (q) konstantea dela, eta horma laua izateagatik A konstantea dela. Ondorioz, tenperatura-profila k -ren arabera da. 7.4 irudian agertzen dira horma lau baten kasuan lortzen diren tenperatura-profilak.

Adibidea 7.1 adibidea

0,20 m-ko lodierako horma lau baten aurpegiak 175 °C eta 25 °C-an mantentzen dira, hurrenez hurren. Kalkula ditzagun kasu bakoitzerako (i) horma zeharkatzen duen bero-jarioa azalera unitateko eta (ii) horman zeharreko tenperatura-profila. Aztertu ditzagun kasu hauek:

- (a) $k = 50 \text{ W/mK}$ eroankortasun-koefiziente konstantea duen materiala.
- (b) $k = 50 + 0,125 \cdot T(^{\circ}\text{C}) \text{ W/mK}$ eroankortasuna duen materiala.
- (c) $k = 50 - 0,125 \cdot T(^{\circ}\text{C}) \text{ W/mK}$ eroankortasuna duen materiala.

Ebazpena

Sistema honetan indar eragilea konstantea da kasu guztietan, $\Delta T = 175 - 25 = 150 \text{ }^{\circ}\text{C}$ Bero-jarioa azalera unitateko kalkulatu da, Q/A .

(a) $k = 50 \text{ W/mK}$

(i) Fourier-en legean ezagunak diren datuak ordezkatzuz:

$$\frac{Q}{A} = \frac{150 \text{ }^{\circ}\text{C}}{0,2 \text{ m}} = 3,75 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2, \text{ batez besteko } k = 50 \text{ W/mK} \text{ izanik.}$$

(ii) Fourier-en ekuazioa moldatuz: $-\frac{dT}{dX} = \frac{\left(\frac{Q}{A}\right)}{k} = \frac{3,75 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2}{50 \text{ W/mK}} = 750 \text{ K/m}$

Hau da, horma guztian zehar malda konstantea du tenperatura-gradienteak (-750 K/m, alegia). Integratzen bada:

$$\int_{175^{\circ}\text{C}}^T dT = \int_{X(m)}^0 750 \text{ }^{\circ}\text{C/m} \cdot dX \quad \therefore T(^{\circ}\text{C}) = 175 - 750 \cdot X(m)$$

Taulan agertzen dira hormako zenbait posiziotarako lortzen diren tenperaturak:

(b) $k = 50 + 0,125 \cdot T(^{\circ}\text{C}) \text{ W/mK}$

(i) Bi muturren arteko batez besteko tenperatura kalkulatu da, ondoren k -ren balioa lortzeko: $\bar{T} = 100 \text{ }^{\circ}\text{C}$ eta $\bar{k} = 62,5 \text{ W/mK}$.

Aurreko kasuan egin den bezala, Fourier-en legean ezagunak diren datuak ordezkatzuz:

$$\frac{Q}{A} = \frac{150 \text{ }^{\circ}\text{C}}{0,2 \text{ m}} = 46875 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{46875 \text{ W/m}^2}{62,5 \text{ W/mK}}$$

$$(ii) \quad -\frac{dT}{dX} = \frac{\left(\frac{Q}{A}\right)}{k} = \frac{46875 \frac{W}{m^2}}{50 + 0,125 \cdot T \frac{W}{mK}}. \text{ Ikusten den bezala, tenperaturaren arabera da:}$$

zenbat eta tenperatura altuagoa izan, orduan eta txikiagoa da gradiente termikoa horman zehar, hau da, orduan eta eroale hobe da materiala. Irudikatu ahal izateko, integratu egin behar da:

$$\int_{175^{\circ}\text{C}}^T (50 + 0,125 \cdot T) dT = \int_{X(m)}^0 46875 \cdot dX \quad \therefore 50 \cdot (175 - T) + 0,0625 \cdot (175^2 - T^2) = 46875 \cdot X$$

$$(c) \quad k = 50 - 0,125 \cdot T (^{\circ}\text{C}) \text{ W/mK}$$

(i) Bi muturren arteko batez besteko tenperatura kalkulatu da, ondoren k -ren balioa lortzeko: $\bar{T} = 100^{\circ}\text{C}$ eta $\bar{k} = 37,5 \frac{W}{mK}$.

Aurreko kasuan egin den bezala, Fourier-en legean ezagunak diren datuak ordezkatzuz:

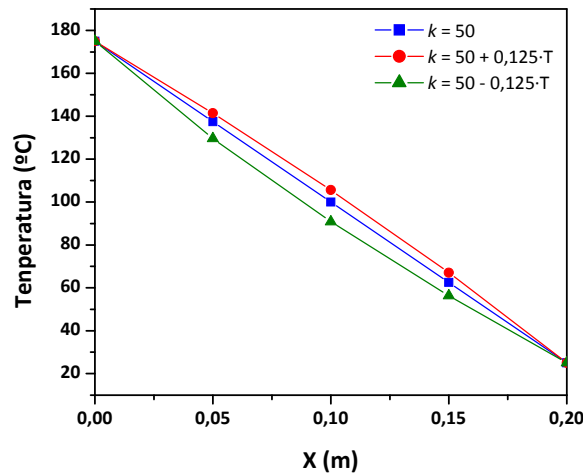
$$\frac{Q}{A} = \frac{150^{\circ}\text{C}}{\frac{0,2 \text{ m}}{37,5 \frac{W}{mK}}} = 28125 \frac{W}{m^2}$$

$$(ii) \quad -\frac{dT}{dX} = \frac{\left(\frac{Q}{A}\right)}{k} = \frac{28125 \frac{W}{m^2}}{50 - 0,125 \cdot T \frac{W}{mK}}. \text{ Irudikatu ahal izateko, integratu egin behar da:}$$

$$\int_{175^{\circ}\text{C}}^T (50 - 0,125 \cdot T) dT = \int_{X(m)}^0 28125 \cdot dX \quad \therefore 50 \cdot (175 - T) - 0,0625 \cdot (175^2 - T^2) = 28125 \cdot X$$

(a), (b) eta (c) kasuetan, hormako zenbait posiziotarako lortzen diren tenperaturen balioak taula honetan agertzen dira, eta irudian irudikatu dira:

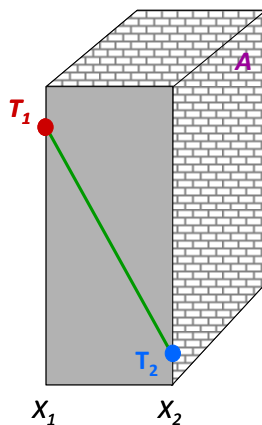
X(m)	0	0,05	0,1	0,15	0,2
T(°C) (a)	175	137,5	100	62,5	25
T(°C) (b)	175	141,4	105,6	67,0	25
T(°C) (c)	175	129,6	90,8	56,3	25



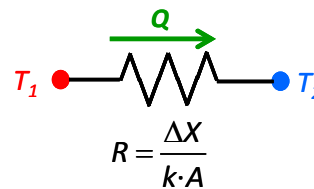
7.6 ZIRKUITU ELEKTRIKOEKIKO ANTZEKOTASUNA EDO ANALOGIA

Beroaren garraioak jarraitzen duen lege zinetikoaren arabera, sistema fisikoaren eredua zirkuitu elektrikoaren analogoa dela esan daiteke. Bi sistemetan, indar eragile bana dago (beroaren garraioan tenperatura-diferentzia eta zirkuitu elektrikoetan potentzial-diferentzia) eta erresistentzia edo eragozpen bana dago (eroapen bidezko beroaren garraioan $\frac{\Delta X}{k \cdot A}$ eta zirkuitu elektrikoetan R).

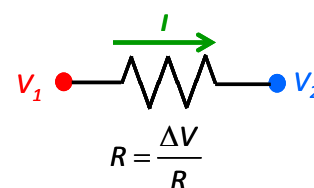
SISTEMA FISIKOA



ZIRKUITU TERMIKOA



ZIRKUITU ELEKTRIKOA



7.5 irudia. Horma lau baten barneko eroapen bidezko beroaren garraioan sistema fisikoak duen eskema, zirkuitu termikoaren bidezko adierazpena eta zirkuitu elektrikoarekin duen analogia.

7.7 FOURIER-EN LEGEAREN APLIKAZIOA GEOMETRIA BAKUNENTZAT

7.7.1 Horma laua

Horrelako geometria labeek, gelek, hozkailuek eta beste hainbat sistemek izaten dute. Horma laua denez, bero-jarioaren norabideko edozein puntutan, bero-jarioarekiko perpendikularra den azalera berdina da, hau da, Fourier-en ekuazioan A azalera ez da

posizioaren mendekoa. Ondorioz, integraletik kanpora atera daiteke, eta adierazpen hau lortzen da:

$$Q \cdot \int_{x_1}^{x_2} \frac{dX}{A} = \int_{T_1}^{T_2} k \cdot dT \quad \therefore Q = k \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta X} \quad \therefore Q = \frac{\Delta T}{\left(\frac{\Delta X}{k \cdot A}\right)} \quad (7.8)$$

Eroapen bidezko beroaren garraioari hormak jartzen dion erresistentzia

$$R = \left(\frac{\Delta X}{k \cdot A}\right) \quad (7.9)$$

da. Geometria horretako sistemetan, ohikoa da azalera unitateko bero-jarioa ematea (Q/A).

Adibidea 7.2 adibidea

Kongresu-jauregi bateko horma osoa beirazkoa da ($k = 0,8 \text{ W/mK}$, eta lodiera, 4 cm) eta $25 \times 7 \text{ m}^2$ -ko azalera dauka. Barruko gainazala $24 \text{ }^\circ\text{C}$ -ra eta kanpoaldeko gainazala $19 \text{ }^\circ\text{C}$ -ra badaude, kalkula dezagun zenbat bero galtzen den kanporantz metro karratuko.

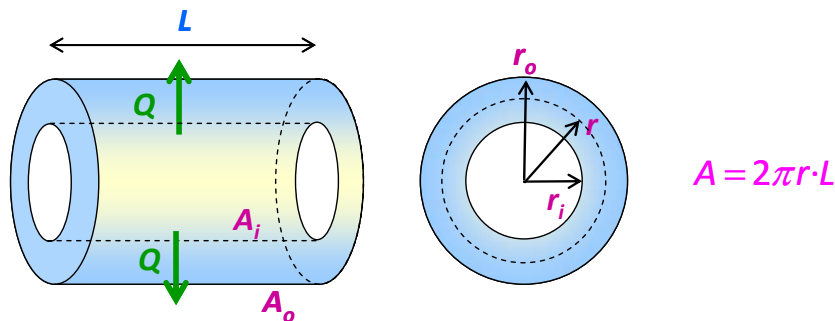
Ebazpena

Egoera geldikorra lortu duela onartzen bada, bero-jario hau kanporatzen da:

$$\frac{Q}{A} = \frac{\Delta T}{\left(\frac{\Delta X}{k}\right)} = \frac{(24 - 19) \text{ }^\circ\text{C}}{\left(\frac{0,04 \text{ m}}{0,8 \text{ W/mK}}\right)} = 100 \text{ W/m}^2$$

7.7.2 Zilindro hutsak

Geometria hori sarri agertzen da ingeniartza kimikoan, hodiak erabiltzen direnean, batik bat. Demagun r_i eta r_o barne- eta kanpo-erradioak dituen zilindroa dugula, L luzerakoa. Hodiaren barne-gainazala T_1 temperaturan badago eta hodiaren kanpo-gainazala T_2 temperaturan badago, bero-jarioa erradioaren norabidean gertatzen da (noranzkoa, ordea, kanpoko eta barruko gainazalen temperaturaren arabera da). Jarioarekiko perpendikularra den azalera, beraz, erradioaren mendekoa da. 7.6 irudian $T_1 > T_2$ kasua agertzen da; hodiaren muturretatik transmititzen den beroa baztertu dugu.



7.6 irudia. Eroapen bidezko beroaren garraioa zilindro hutsaren barnean.

Fourier-en ekuazioan erradioa erabiltzen bada noranzkoa adierazteko, eta azalera erradioaren mende idazten bada:

$$Q \cdot \int_{r_i}^{r_o} \frac{dr}{2\pi r L} = \int_{T_1}^{T_2} k \cdot dT \quad \therefore Q = k \cdot A_{BL} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta R} \quad \therefore Q = \frac{\Delta T}{\left(\frac{\Delta r}{k \cdot A_{BL}} \right)} \quad (7.10)$$

A_{BL} = zilindroaren kanpo- eta barne-azalaren arteko batezbesteko logaritmikoa izanik. Diametroen batezbesteko logaritmikoaren mende idatz daiteke, honela:

$$A_{BL} = \frac{A_o - A_i}{\ln\left(\frac{A_o}{A_i}\right)} = 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \frac{D_o - D_i}{\ln\left(\frac{D_o}{D_i}\right)} = 2 \cdot \pi \cdot L \cdot D_{BL} \quad (7.11)$$

Bi azalerak edo diametroak antzekoak direnean (A_o/A_i edo $D_o/D_i < 2$) batezbesteko logaritmikoa eta batezbesteko aritmetikoa ia bat datoz.

Beroaren garraiorako erresistentzia

$$R = \left(\frac{\Delta r}{k \cdot A_{BL}} \right) \quad (7.12)$$

da. Geometria honetako sistemetan, luzera unitateko bero-jarioa (Q/L) eman ohi da.

$$\frac{Q}{L} = \frac{\Delta T}{\left(\frac{\Delta r}{\pi \cdot k \cdot D_{BL}} \right)} \quad (7.13)$$

Adibidea 7.3 adibidea

Altzairuzko ($k = 45 \text{ J/smK}$) hodi baten barruan, lurruna kondentsatzen ari da $170 \text{ }^\circ\text{C}$ -an. Hodiaren kanpoko horma $10 \text{ }^\circ\text{C}$ -an dago. Hodiaren barne-diametroa 10 cm -koa eta lodiera 8 mm -koa badira, kalkula dezagun hodi-metroko kanporatzen den beroa.

Ebazpena

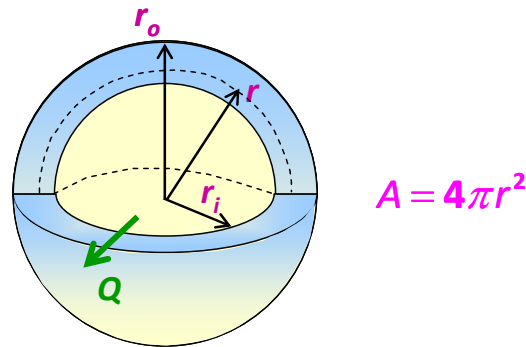
Egoera geldikorra lortuta dagoela hartuko da. Bestalde, hodi barruko gainazalak $170 \text{ }^\circ\text{C}$ -ko temperatura duela onartuko da, kondentsatzen ari den lurrunaren konbekzio-koefizientea oso handia delako.

Hodiaren D_i , D_o , D_{BL} eta Δr hauek dira, hurrenez hurren (m): $0,1/0,116/0,1078/0,008$.

$$\frac{Q}{L} = \frac{\Delta T}{\left(\frac{\Delta r}{\pi \cdot k \cdot D_{BL}} \right)} = \frac{(170 - 10) \text{ }^\circ\text{C}}{\left(\frac{0,008 \text{ m}}{\pi \cdot 45 \text{ W/m}^\circ\text{K} \cdot 0,116 \text{ m}} \right)} = 3,28 \cdot 10^5 \text{ W/m}$$

7.7.3 Esfera hutsak

Honelako sistemak gas likidotuen eta likidoen tangetan aurki daitezke. Esferaren barne-gainazaleko temperatura T_1 bada eta kanpo-gainazaleko temperatura T_2 bada, bero-jarioa erradioaren norabidean gertatzen da. Bero-jarioaren norabidea T_1 eta T_2 temperaturren arabera da. Demagun r_i eta r_o direla esferaren barne- eta kanpo-erradioak (ikusi 7.7 irudia).



7.7 irudia. Eroapen bidezko beroaren garraioa esfera hutsaren barnean.

Fourier-en ekuazioan $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ ordezkatzeko bada,

$$Q \cdot \int_{r_i}^{r_o} \frac{dr}{4\pi r^2} = \int_{T_1}^{T_2} k \cdot dT \quad \therefore Q = k \cdot A_{BG} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta r} \quad \therefore Q = \left(\frac{\Delta T}{\frac{\Delta r}{k \cdot A_{BG}}} \right) \quad (7.14)$$

A_{BG} = esferaren kanpo- eta barne-azalaren arteko batezbesteko geometrikoa izanik.

$$A_{BG} = \sqrt{A_o \cdot A_i} = \pi \cdot D_o \cdot D_i \quad (7.15)$$

Esfera hutsean beroaren garraiorako erresistentzia

$$R = \left(\frac{\Delta r}{k \cdot A_{BG}} \right) \quad (7.16)$$

da.

Beraz, sistemaren geometria edozein izanda ere, eroapen bidezko beroaren garraioak adierazpen matematiko bera du, baina kasu bakoitzean dagokion azalera erabili behar da.

Adibidea 7.4 adibidea

Altzairuzko tanga esferiko baten barruan nitrogeno likidoa gordetzen da. Esferaren kanpoko horma 293 K-ean dago, eta barneko gainazala 80 K-ean dagoela har daiteke. Esferaren barne-diametroa 2 m eta hormaren lodiera 1 cm dira. Altzairuaren $k = 45 \text{ J/smK}$ bada, kalkula dezagun nitrogenoaren aldera sartzen den beroa.

Ebazpena

Egoera geldikorra dela onartuko da. Kasu honetan, bero-jarioaren noranzkoa kanpoaldetik barrualdera da. Tangaren dimentsioak hauek dira:

$D_i / D_o / \Delta r \text{ (m)} = 2 / 2,02 / 0,01$ eta $A_{BG} = \pi \cdot 2 \cdot 2,02 = 12,69 \text{ m}^2$.

$$Q = \frac{\Delta T}{\left(\frac{\Delta r}{k \cdot A_{BG}} \right)} = \frac{(293 - 80) \text{ K}}{\left(\frac{0,01 \text{ m}}{45 \text{ W/m K} \cdot 12,69 \text{ m}^2} \right)} = 1,22 \cdot 10^7 \text{ W}$$

7.8 HORMA KONPOSATUAK: BERO-TRANSFERENTZIAKO KOEFIZIENTE GLOBALA (U)

Sarri, horma lauak, zilindrikoak zein esferikoak, geruza batez baino gehiagoz osatuta egoten dira, eta, gehienetan, bero-galera murrizteko, isolatzailez inguratzen dira. Hala, etxeetako hormak adreiluzkoak izan arren, isolatzaile-geruza eduki dezakete; ur beroa daramaten hodiak, metalezko hodiaren gainetik, geruza isolatzaile batez estalita daude; nitrogeno likidoa gordetzeko tanga esferikoak isolatzailez estalita daude. Beste kasuren batean, zenbait material paraleloan ezarrita egon daitezke.

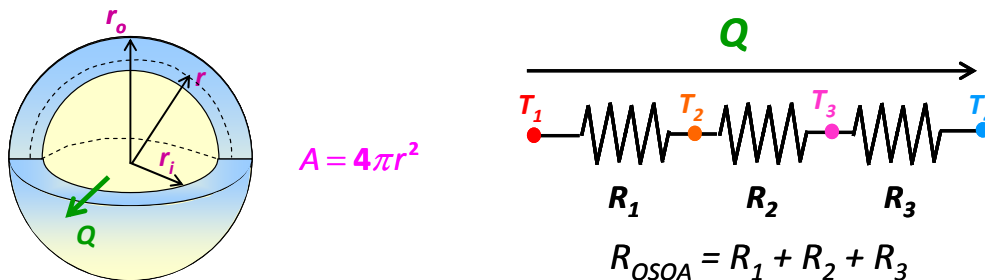
7.8.1 Geruza anitzeko horma lauak

7.8 irudian hiru geruzaz osatutako horma konposatuaren irudia agertzen da. Hiru geruzek azalera bera dute ($A = A_1 = A_2 = A_3$), eta egoera geldikorra lortutakoan, bero berak zeharkatzen du geruza bakoitza eta sistema osoa.

Sistema osoan indar eragilea edo tenperatura-gradientea geruza bakoitzaren tenperatura-jauzien batukaria da:

$$\Delta T_{OSOA} = (T_1 - T_4) = (T_1 - T_2) + (T_2 - T_3) + (T_3 - T_4)$$

$$Q = \frac{\Delta T_{OSOA}}{\left(\frac{\Delta X_1}{Ak_1} + \frac{\Delta X_2}{Ak_2} + \frac{\Delta X_3}{Ak_3}\right)} = \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{\Delta X_1}{Ak_1}\right)} = \frac{T_2 - T_3}{\left(\frac{\Delta X_2}{Ak_2}\right)} = \frac{T_3 - T_4}{\left(\frac{\Delta X_3}{Ak_3}\right)}$$



7.8 irudia. Eroapen bidezko beroaren garraioa, seriean jarritako hiru geruzaz osatutako horma lau konposatuaren barrena.

Hala, N geruzaz osatutako horma lauaren kasuan, geruza guztien azalera bera denez, bero-jarioaren abiadura azalera unitateko eman ohi da, adierazpen honek islatzen duen moduan:

$$Q = \frac{\Delta T_{OSOA}}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta X_i}{A \cdot k_i}\right)} \quad (7.17)$$

Beroaren garraioko koefiziente globala, U, honela definitzen da:

$$Q = U \cdot A \cdot \Delta T_{OSOA} = \frac{\Delta T_{OSOA}}{\left(\frac{1}{U \cdot A}\right)} \quad (7.18)$$

Definizio horren arabera, U -k horma konposatu osoak egiten duen erresistentzia osoaren berri ematen du $\left(R = \frac{1}{U \cdot A}\right)$. Beroaren garraioko koefiziente globalaren dimentsioa Energia/azalera-denbora-temperatura-diferentzia da.

Kasu honetan, azalera guztiak berdinak izanik eta horma seriean jarrita egonik, 7.17 eta 7.18 ekuazioak berdintzen badira:

$$\frac{1}{U \cdot A} = \left(\frac{\Delta X_1}{A \cdot k_1}\right) + \left(\frac{\Delta X_2}{A \cdot k_2}\right) + \dots + \left(\frac{\Delta X_N}{A \cdot k_N}\right) \quad (7.19)$$

edo

$$\frac{1}{U} = \left(\frac{\Delta X_1}{k_1}\right) + \left(\frac{\Delta X_2}{k_2}\right) + \dots + \left(\frac{\Delta X_N}{k_N}\right) \quad (7.20)$$

lortzen da, geruza guztien azalera berdina baita.

Seriean kokatutako N geruzaz osatutako sisteman, $\frac{1}{U \cdot A} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta X_i}{A_i \cdot k_i}\right)$ da. Horrek tartean dauden erresistentzia guztiak hartu behar ditu kontuan.

Adibidea 7.5 adibidea

Labe baten horma adreiluzkoa da, 15 cm-ko lodierakoa ($k = 0,40 \text{ W/mK}$). Labe aldeko hormaren temperatura $650 \text{ }^\circ\text{C}$ eta kanpoaldekoa $50 \text{ }^\circ\text{C}$ dira. Kostu energetikoak murrizteko, kanpoaldetik material isolatzaile baten ($k = 0,04 \text{ W/mK}$) geruza batez estaltzea pentsatu da. Kalkula dezagun zer lodiera izan behar duen geruza horrek, urteko kostu energetikoak % 60 murriztu nahi badira.

Datuak: energiaren kostua $0,10 \text{ } \text{€} / \text{kWh}$ da. Labeak 8.000 h/urte dihardu lanean.

Ebazpena

Labearen dimentsioak ematen ez direnez, azalera unitateko kalkulatu da. Lehenik eta behin, isolatzailerik gabe kanporatzen den beroa kalkulatu da Fourier-en legea erabiliz:

$$\frac{Q}{A} = \frac{(650 - 50) \text{ }^\circ\text{C}}{\left(\frac{0,15 \text{ m}}{0,4 \text{ W/mK}}\right)} = 1600 \text{ W/m}^2$$

Urte osoan, beraz, $1600 \text{ W/m}^2 \cdot 8000 \text{ h} = 12800 \text{ kWh/m}^2$ energia galtzen du, eta $1.280 \text{ } \text{€}$ -ko kostu energetikoa du, hormaren metro karratuko.

Kostu energetikoak % 60 murrizteko (5.120 kWh -ko energia-galera), bero-galerak $1600 \text{ W/m}^2 \cdot 0,4 = 640 \text{ W/m}^2$ izan behar du. Hori erresistentzia berri bat eranstean (isolatzailegeruza) lortzen da.

$$640 \text{ W/m}^2 = \frac{(650 - 50) \text{ }^\circ\text{C}}{\left(\frac{0,15 \text{ m}}{0,4 \text{ W/mK}} \right) + \left(\frac{\Delta X \text{ m}}{0,04 \text{ W/mK}} \right)}$$

Adierazpen horretatik ΔX askatzen bada, 22,5 mm-ko lodierako geruzaz estali behar dela kalkulatzen da. Hala, 512 €-ko kostua baitu ($5.120 \text{ kWh} \cdot 0,10 \text{ €/kWh}$).

Beroaren garraioa koefiziente globala erabiliz ere ebatz daiteke:

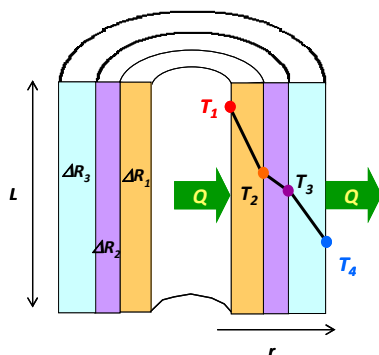
Sistemarentzako:

$$\frac{1}{U} = \left(\frac{0,15}{0,4} \right) + \left(\frac{\Delta X_2}{0,04} \right)$$

$$640 \text{ W/m}^2 = \frac{(650 - 50) \text{ }^\circ\text{C}}{\left(\frac{1}{U} \right)} \text{ izanik, } \Delta X = 22,5 \text{ mm lortzen da.}$$

7.8.2 Geruza anitzeko zilindroak

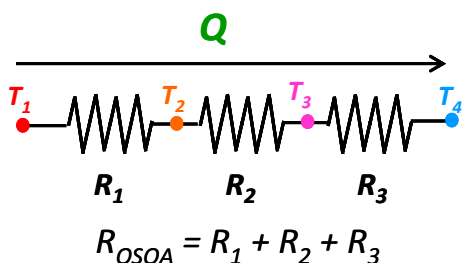
7.9 irudian hiru geruzaz osatutako zilindroaren irudia agertzen da, geruza bakoitzaren lodiera eta eroankortasun-koefizientea Δr_i eta k_i izanik, hurrenez hurren.



$$\left(A_1 \right)_{BL} = \frac{A_2 - A_1}{\ln \left(\frac{A_2}{A_1} \right)}$$

$$\left(A_2 \right)_{BL} = \frac{A_3 - A_2}{\ln \left(\frac{A_3}{A_2} \right)}$$

$$\left(A_3 \right)_{BL} = \frac{A_4 - A_3}{\ln \left(\frac{A_4}{A_3} \right)}$$



$$Q = \frac{\Delta T_{OSOA}}{\left(\frac{\Delta r_1}{(A_1)_{BL} k_1} + \frac{\Delta r_2}{(A_2)_{BL} k_2} + \frac{\Delta r_3}{(A_3)_{BL} k_3} \right)}$$

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{\Delta r_1}{(A_1)_{BL} k_1} \right)} = \frac{T_2 - T_3}{\left(\frac{\Delta r_2}{(A_2)_{BL} k_2} \right)} = \frac{T_3 - T_4}{\left(\frac{\Delta r_3}{(A_3)_{BL} k_3} \right)}$$

7.9 irudia. Eroapen bidezko beroaren garraioa, seriean jarritako hiru geruzaz osatutako zilindroaren barnean ($A_i = 2\pi \cdot r_i \cdot L$).

Hala, N geruzaz osatutako zilindroaren kasuan, geruza guztien luzera bera denez, bero-jarioaren abiadura hodi-luzera unitateko ematen da:

$$\frac{Q}{L} = \frac{\Delta T_{OSOA}}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta r_i}{\pi \cdot k_i \cdot (D_i)_{BL}} \right)} \quad (7.21)$$

Horma lauetan ez bezala, sistema hauetan muturreko bi azalerak desberdinak dira. Barruko azalera $2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot L$ da; kanpoaldeko azalera, berriz, $2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot L$. Beraz, beroaren garraio koefiziente globala definitzean, barruko edo kanpoko azalerarentzat defini daitezke, U_i eta U_o , hurrenez hurren.

$$Q = U_i \cdot A_i \cdot \Delta T_{OSOA} = U_o \cdot A_o \cdot \Delta T_{OSOA} = \frac{\Delta T_{OSOA}}{\left(\frac{1}{U_i \cdot A_i} \right)} = \frac{\Delta T_{OSOA}}{\left(\frac{1}{U_o \cdot A_o} \right)} \quad (7.22)$$

N geruzaz osatutako zilindro hutsen kasuan, adierazpen hauek erabiliko dira (barruko eta kanpoko azalerak $A_i = \pi \cdot D_i \cdot L$ eta $A_o = \pi \cdot D_o \cdot L$ izanik, hurrenez hurren) (adibidean, $D_i = D_1$ eta $D_o = D_4$ izango lirateke):

$$\frac{1}{U_i \cdot D_i} = \frac{\Delta r_1}{\pi \cdot k_1 \cdot (D_1)_{BL}} + L + \frac{\Delta r_N}{\pi \cdot k_N \cdot (D_N)_{BL}} \quad (7.23)$$

$$\frac{1}{U_o \cdot D_o} = \frac{\Delta r_1}{\pi \cdot k_1 \cdot (D_1)_{BL}} + L + \frac{\Delta r_N}{\pi \cdot k_N \cdot (D_N)_{BL}} \quad (7.24)$$

7.8.3 Geruza anitzeko esferak

7.10 irudian hiru geruzaz osatutako esfera hutsaren irudia agertzen da, geruza bakoitzaren lodiera eta eroankortasun-koefizientea Δr_i eta k_i izanik, hurrenez hurren. Arestian azaldutako bi geometrietan gertatzen den bezala, egoera geldikorra lortutakoan, bero berak zeharkatzen du geruza bakoitza eta sistema osoa.

Hala, N geruzaz osatutako esfera hutsaren kasuan, bero-jarioaren abiadura adierazpen honek ematen du:

$$Q = \frac{\Delta T_{OSOA}}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta r_i}{k_i \cdot (A_i)_{BG}} \right)} \quad (7.25)$$

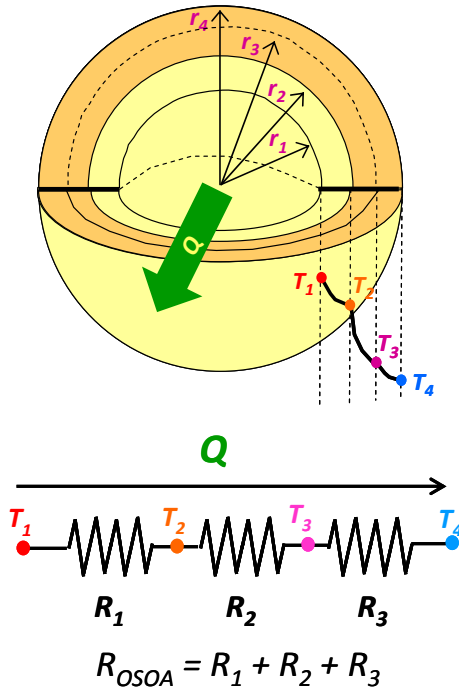
Sistema geometriko hauetan ere muturreko bi azalera desberdin daude, barrukoa eta kanpukoa. Beraz, U_i zein U_o defini daitezke, zilindroentzat erabili den notazio berarekin.

$$Q = U_i \cdot A_i \cdot \Delta T_{OSOA} = U_o \cdot A_o \cdot \Delta T_{OSOA} = \frac{\Delta T_{OSOA}}{\left(\frac{1}{U_i \cdot A_i} \right)} = \frac{\Delta T_{OSOA}}{\left(\frac{1}{U_o \cdot A_o} \right)} \quad (7.26)$$

N geruzaz osatutako esfera hutsen kasuan, adierazpen hauek erabiliko dira (barruko eta kanpoko azalerak $A_i = \pi \cdot D_i^2$ eta $A_o = \pi \cdot D_o^2$ izanik, hurrenez hurren) (adibidean, $D_i = D_1$ eta $D_o = D_4$ izango lirateke):

$$\frac{1}{U_i \cdot D_i} = \frac{\Delta r_1}{\pi \cdot k_1 \cdot (D_1)_{BG}} + \dots + \frac{\Delta r_N}{\pi \cdot k_N \cdot (D_N)_{BG}} \quad (7.27)$$

$$\frac{1}{U_o \cdot D_o} = \frac{\Delta r_1}{\pi \cdot k_1 \cdot (D_1)_{BG}} + \dots + \frac{\Delta r_N}{\pi \cdot k_N \cdot (D_N)_{BG}} \quad (7.28)$$



$$\left(\begin{aligned} (A_1)_{BG} &= \sqrt{A_2 \cdot A_1} \\ (A_2)_{BL} &= \sqrt{A_3 \cdot A_2} \\ (A_3)_{BL} &= \sqrt{A_4 \cdot A_3} \end{aligned} \right)$$

$$Q = \frac{\Delta T_{OSOA}}{\left(\frac{\Delta r_1}{(A_1)_{BG} k_1} + \frac{\Delta r_2}{(A_2)_{BG} k_2} + \frac{\Delta r_3}{(A_3)_{BG} k_3} \right)}$$

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{\Delta r_1}{(A_1)_{BG} k_1} \right)} = \frac{T_2 - T_3}{\left(\frac{\Delta r_2}{(A_2)_{BG} k_2} \right)} = \frac{T_3 - T_4}{\left(\frac{\Delta r_3}{(A_3)_{BG} k_3} \right)}$$

7.10 irudia. Eroapen bidezko beroaren garraioa, seriean jarritako hiru geruzaz osatutako esferaren barnean.

7.8.4 Paraleloan eraikitako horma konposatuak

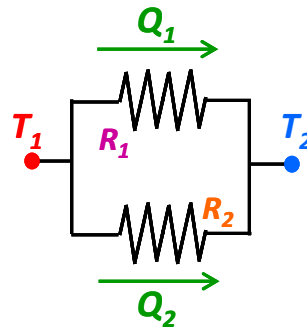
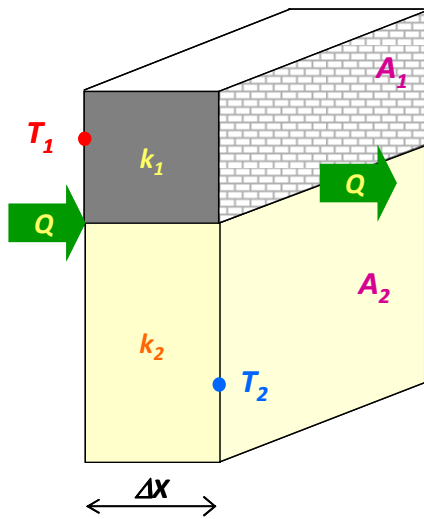
Kasu bereziren batean, hormako zenbait eremu material desberdinez osatuta egon daitezke, 7.11 irudian agertzen den bezala. Zirkuitu elektrikoekin egindako analogiaren arabera, horma konposatuak egiten duen erresistentzia baliokidea paraleloan kokatuta dauden erresistentzien baliokidea da. Kasu honetan bero-jarioa bi dimentsiokoa izan arren, hurbilketa gisa norabide bakarrekoa dela har daiteke, hauek suposatuz: (a) bero-jarioarekiko perpendikularrak diren azalerak isotermikoak dira, eta (b) bero-jarioarekiko paraleloak diren gainazalak adiabatikoak dira.

Bero-jarioa gertatzeko indar eragilea bera da bi materialetan, baina bakoitzak bere erresistentzia jartzen duenez, material bakoitza bero-jarioaren emari desberdinek zeharkatuko dute. Horma osorik zeharkatzen duen bero-jarioa geruza bakoitza zeharkatzen duen bero-jarioen batura da. Hala, lodiera bereko eta paraleloan eraikitako N materialez osatutako horma baten kasuan, bero-jarioaren abiadura honela adieraz daiteke:

$$Q = \frac{\Delta T}{\left(\frac{\Delta X}{\sum_{i=1}^N (k_i \cdot A_i)} \right)} \quad (7.29)$$

Beroaren garraioeko koefiziente globala erabiltzen bada, balio hau izango du:

$$\frac{1}{U \cdot A} = \frac{\Delta X}{k_1 \cdot A_1 + k_2 \cdot A_2 + \dots + k_N \cdot A_N} \quad (7.30)$$



$$Q_{OSOA} = Q_1 + Q_2$$

$$Q_1 = \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{\Delta X}{k_1 \cdot A_1}\right)} \quad \therefore \quad Q_2 = \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{\Delta X}{k_2 \cdot A_2}\right)}$$

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{\Delta X}{k_1 \cdot A_1 + k_2 \cdot A_2}\right)}$$

$$\frac{1}{R_{OSOA}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

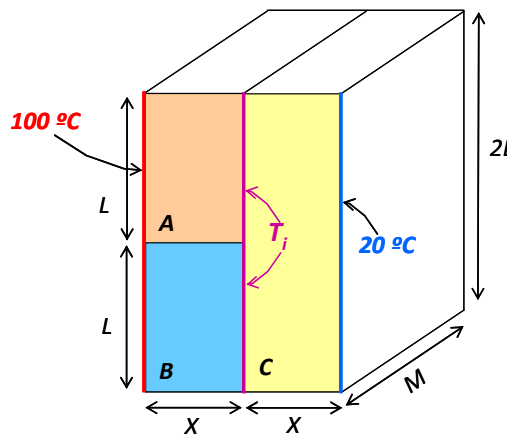
7.11 irudia. Paraleloan eraikitako horma konposatuaren barneko bero-jarioa.

Adibidea 7.6 adibidea

Kalkula ditzagun irudian agertzen den horma laua zeharkatzen duen bero-jarioa eta T_i tenperaturak.

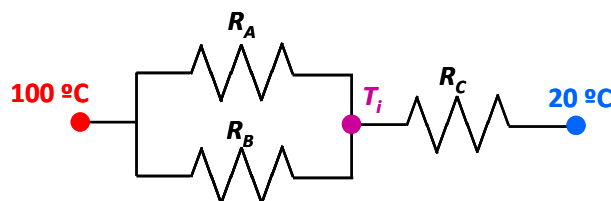
$X = 0,1 \text{ m}$; $L = 1 \text{ m}$; $M = 1 \text{ m}$

$k_A \text{ (W/mK)} = 1$; $k_B \text{ (W/mK)} = 0,5$; $k_C \text{ (W/mK)} = 2$.



Ebazpena

Sistemaren analogoa den zirkuitu elektrikoa honako hau da:



h_u ukipenaren konbekzio-koefizientea eta A_u ukipen-azalera dira. Bi gainazalak elkartuta dauden presioaren, burbuletan dagoen gasaren eta material solidoaren arabera da erresistentzia. Oro har, ukipen-presioa handitzen den heinean, ukipen-erresistentzia txikitu egiten da (hau da, h_u handitu).

Beroaren garraioeko koefiziente globalean ukipenari dagokion erresistentzia kontuan hartzen bada, adierazpen hau lortuko litzateke (7.12 irudiko horma lauaren kasuan):

$$\frac{1}{U \cdot A} = \left(\frac{\Delta X_1}{A \cdot k_1} \right) + \left(\frac{1}{A_u \cdot h_u} \right) + \left(\frac{\Delta X_2}{A \cdot k_2} \right) \quad (7.32)$$

7.10 KONBEKZIO BIDEZKO BEROAREN GARRAIOA DIMENTSIO BAKARREAN ETA EGOERA GELDIKORREAN

Ingeniaritza kimikoan, sarri hozten edo berotzen da horma solido baten inguruko jariagaia. Gainazal solido baten inguruan mugitzen ari den jariagaiaren muinaren eta gainazalaren arteko beroaren garraioa **konbekzio** bidezkoa da, hau da, jariagaiaren mugimenduari dagokiona. Jariagai baten muinean gertatzen den beroaren garraioa konbekzio-mekanismoz gertatzen da, eta bi mekanismoren batukaria da: bata, jariagaiaren molekulen arteko eroapen bidezkoa (arestian ikusi den mekanismoa) eta bestea, jariagaiaren mugimendu makroskopikoari dagokiona, konbekzio bidezkoa, alegia.

Konbekzio-mekanismoa bi modutakoa izan daiteke, jariagaiaren mugimendu makroskopikoaren jatorriaren arabera:

(1) Berezko konbekzioa. Jariagaiaren tenperatura-diferentziak jariagaiaren dentsitate-diferentzia dakar, eta horrek mugimendua sortzen du. Adibidez, lapiko batean ura berotzen jartzen bada, oinarriko gainazal beroaren inguruko jariagaia lapikoaren goian dagoena baino arinagoa da; horregatik, goranzko mugimendua jasango du, eta goiko jariagai hotzago eta astunagoak, berriz, beheranzko mugimendua jasango du. Hala, korranteak sortzen dira, eta mugimendu makroskopikoa eragiten dute.

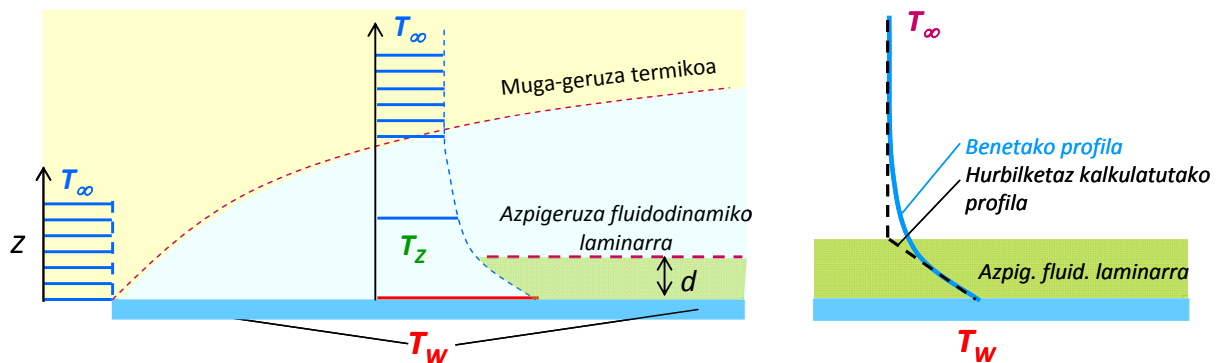
(2) Konbekzio indartua. Jariagaiaren mugimendu makroskopikoa kanpotik eragiten da, ponpa edo haizagailu baten bidez irabiatuz, adibidez.

Begi-bistakoa da konbekzio indartuak berezkoak baino bero-jario handiagoa eragiten duela. Horregatik, kafe beroa hozteko, koilaraz irabiatzen da.

Gainazal solido bat ukitzen duen jariagaian, abiadura-profilarekin gertatzen zen bezala (ikus 6. gaia), tenperaturaren muga-geruza sortzen da (7.13 irudian). Muga-geruza termikoak jariagaiaren eremu bat adierazten du, eta haren tenperatura solidoaren tenperaturaren mende dago, hau da, tenperatura-profila garatzen da eremu horretan ($dT_z/dz \neq 0$). Muga-geruza termikoaren lodiera $(T_z - T_\infty) = 0,99 \cdot (T_w - T_\infty)$ berdintzak ematen du, T_z jariagaiaren tenperatura Z posizioan izanik.

Likido eta gasen eroapen-koefizienteen balioak txikiak dira (ikus 7.3 irudia). Haietan, jariagaiaren mugimendu makroskopikoz gertatzen den beroaren garraioa (konbekzio bidezkoa) eroapenarekin gertatzen dena baino askoz ere nabarmenagoa da. Sistema horietan, eroapen bidezko beroaren garraioa batez ere azpigeruza fluidodinamiko laminarrean gertatzen da, eta muga-geruza zurrunbilotsuan, erabat konbekzio bidezkoa da. 7.13 irudian agertzen den benetako tenperatura-profila garatzen da. Sistemaren garatzen den tenperatura-gradiente nabarmenena gainazal solidoaren inguruetan dagoen azpigeruzan

dago. Horregatik, muga-geruzaren teoria aplikatuz, benetakoaren antzeko hurbilketa hau egin daiteke: bero-jariorako, erresistentzia guztia gainazalaren inguruak egiten du (azpigeruza fluidodinamiko laminarrak), eta, ondorioz, temperatura-gradiente osoa ($T_w - T_\infty$) hor gertatzen da.



7.13 irudia. Muga-geruza termikoa eta azpigeruza fluidodinamiko laminarrean dagoen temperatura-gradienteak.

Azpigeruza honetan zeharreko beroaren garraioa eroapen bidezkoa da, baina azpigeruzaren lodiera (δ) jakitea zaila denez, konbekzio-koefizientea definitzen da. T_w tenperatura dagoen gainazal solidoaren eta T_∞ muineko tenperatura daukan jariagai baten arteko bero-jarioaren abiadura Newton-en legeak ematen du:

$$Q = k \cdot A \cdot \frac{dT}{\delta} = h \cdot A \cdot (T_w - T_\infty) \quad (7.33)$$

$$h = \frac{k \cdot \frac{dT}{\delta}}{(T_w - T_\infty)} \quad (7.34)$$

$$Q = \frac{\text{indar eragilea}}{\text{erresistentzia}} = \frac{T_w - T_\infty}{\left(\frac{1}{h \cdot A}\right)} \quad (7.35)$$

Adierazpen horri Newton-en legea deritzo. A , jariagaiaren eta gainazalaren arteko kontaktu-azalera da, eta h konbekzio-koefizientea.

h -ren dimentsioa energia/denbora-azalera-tenperatura-diferentzia da. Konbekzio-mekanismoaren bidezko beroaren garraioa gerta dadin sistemak duen erraztasuna da, eta $\left(\frac{1}{h \cdot A}\right)$ terminoak erresistentzia adierazten du.

h -n aldagai hauek eragiten dute: sistemaren geometriak, jariagaiaren abiadurak eta propietate fisikoek (densitatea, biskositatea, eroapen-koefizientea, bero espezifikoak). Esperimentalki, dimentsio-analisiaren bidez edo mugimendu kantitatearen eta masaren garraioekin duen antzekotasuna jakinez zenbatesten da h . h -ren balioa sistema bakoitzaren arabera den arren, 7.2 taulan agertzen diren balio tipikoak eman daitezke.

7.2 taulan ikusten denez, h koefizientearen balioa handiagoa da konbekzio indartuan berezkoan baino; era berean, gasetan likidoetan baino txikiagoa da (kontuan hartu muga-geruzan eroapenez gertatzen dela transmisioa, eta gasen eroankortasuna likidoena baino baxuagoa dela). Fase-aldaketa gertatzen denean (likidoak irakiten duenean edo lurruna

kondentsatzen denean), konbekzio-koefizienteak izugarri handitzen dira. Sistema askotan, fase-aldaketa gertatzen ari den mintzak jartzen duen erresistentzia baztertu egin daiteke.

7.2 Taula. h -ren balioaren ohiko tartek sistema batzuetan.

Sistema	h (W/m ² K)
<i>Berezko konbekzioa</i>	
Gasak	<25
Likidoak	50-1000
<i>Konbekzio indartua</i>	
Gasak	25-250
Likidoak	50-20000
<i>Fase-aldaketa (kondentsazioa eta irakitea)</i>	2500-100000

Konbekzio-mekanismoa dimentsio-analisiak aztertzen bada, dimentsio gabeko zenbaki edo erlazio batzuk definitzen dira. 7.3 taulan aipatzen dira haietako batzuk.

7.3 Taula. Beroaren garraioko dimentsio gabeko zenbakiak, eta haien esangura fisikoa.

Zenbakiak	Izena	Definizioa*	Esangura fisikoa
Pr	Prandtl	$\frac{C_p \mu}{k}$	Mugimendu kantitatearen barreiapena/barreiapen termikoa
Nu	Nusselt	$\frac{hL}{k}$	Konbekzio bidezko bero-jarioa/eroapen bidezko bero-jarioa
Re	Reynolds	$\frac{LV\rho}{\mu}$	Inertzia-indarrak/marruskadura-indarrak
Gr	Grashof	$\frac{\beta g \Delta T L^3 \rho^2}{\mu^2}$	Flotazio-indarrak/Likatasun-indarrak

*Oharra: L -k luzera dimentsioa du, eta diametroa zein luzera izan daiteke, geometriaren arabera.

Prandtl zenbakiak muga-geruza hidrodinamiko eta termikoaren lodieren arteko erlazioa adierazten du. $Pr = 1$ denean, bi muga-geruzen lodierak berdinak dira; $Pr > 1$ denean muga-geruza hidrodinamiko, muga-geruza termikoa baino lodiagoa da eta $Pr < 1$ denean, muga-geruza hidrodinamiko, muga-geruza termikoa baino meheagoa da.

Dimentsio-analisiaren bidez adierazpen orokor hau lortzen da, eta, hortik, h kalkulatu daiteke:

$$Nu = f(Re, Pr, Gr) \quad (7.36)$$

Konbekzio indartuan eta jarioa zurrunbilotsua denean, flotazio-indarrak baztergarriak dira inertzia-indarren aldean, hau da, Grashof zenbakiaren eragina baztergarria da Re zenbakiaren aldean. Horregatik, sistema horietarako korrelazioek adierazpen orokor hau dute:

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (7.37)$$

Berezko konbekzioan eta jarioa laminarra denean, ordea, sisteman ez dago zurrunbilorik. Horregatik, flotazio-indarrek garrantzia hartzen dute, eta Gr zenbakiaren eragina Re zenbakiarena baino nabarmenagoa denez, honelako adierazpenak lortzen dira:

$$Nu = f(Pr, Gr) \quad (7.38)$$

Kasu partikular bakoitzean, ekuazio hauek forma partikularrak hartzen dituzte. Adibide gisa, 7.4 taulan ematen dira horietako batzuk.

7.4 Taula. Konbekzio-koefizientearen kalkulurako hainbat adierazpen.

Korrelazioa	Geometria	Baldintzak
INDARTUA		
$Nu_D = 0,023 \cdot Re_D^{4/5} \cdot Pr^n$	Barne-jarioa hodian $0,6 < Pr < 160$ $Re > 10000$	Berotu $n = 0,4$ Hoztu $n = 0,3$
BEREZKOA		
$Nu = a \cdot (Gr \cdot Pr)^m$	Kanpo-jarioa zilindro horizontalean Jario laminarra	$a = 0,53$ $m = 0,25$
$Nu = a \cdot (Gr \cdot Pr)^m$	Kanpo-jarioa xafla horizontalean Jario laminarra	$a = 0,54$ $m = 0,33$

Adibidea 7.7 adibidea

5 cm-ko barne-diametroa duen altzairuzko hodi baten barrutik etanoa igarotzen da 5 kg/min-ko emariaz eta 1 atm-ko presioan. Hodiaren sarrera eta irteera 20 eta 80 °C-an daude, hurrenez hurren. Kalkula dezagun etanoak eta hodiaren hormak osatutako sisteman h -k duen balioa.

Datuak: sistema osoarentzat batez besteko temperatura erabiliko da: 50 °C.

$$\mu = 0,0098 \text{ cP} ; C_p = 0,45 \text{ kcal/kg } ^\circ\text{C} ; k = 2,09 \cdot 10^{-2} \text{ kcal/hm}^\circ\text{C}$$

Geometria honentzat, $Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4}$ dela har daiteke.

Ebazpena

$$Re = \frac{5 \frac{\text{kg}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \cdot 0,05 \text{ m} \cdot \frac{1}{0,00196 \text{ m}^2}}{9,8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}} = 2,17 \cdot 10^5, \text{ hau da, ingurune zurrunbilotsua dago.}$$

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k} = \frac{0,45 \frac{\text{kcal}}{\text{kg } ^\circ\text{C}} \cdot 9,8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m s}}}{2,09 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kcal}}{\text{m } ^\circ\text{C}} \cdot \frac{1}{3600 \text{ s}}} = 0,76$$

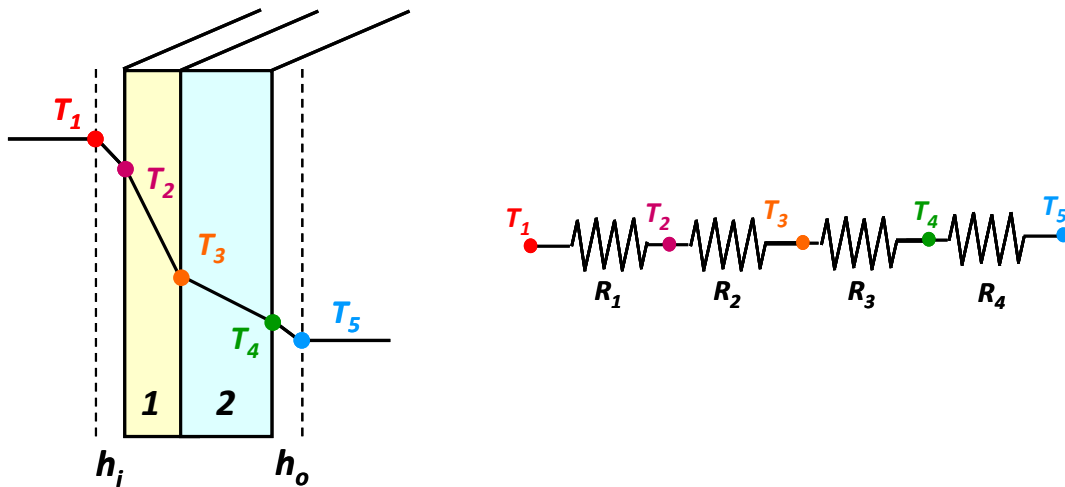
$$Nu = 383 = \frac{h \cdot 0,05 \text{ m}}{2,09 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kcal}}{\text{m } ^\circ\text{C}} \cdot \frac{1}{3600 \text{ s}}}$$

Hortik $h = 0,044 \text{ kcal/sm}^2^\circ\text{C}$ dela kalkula daiteke.

7.11 MEKANISMO KONBINATUAK: BERO-TRANSFERENTZIAKO KOEFIZIENTE GLOBALA (U)

7.14 irudiko sisteman, bi geruzaz osatutako hormak jariagai beroa eta jariagai hotza bereizten ditu (adibidez, bero-trukagailuan). Temperatura altuko gunetik temperatura baxuko gunera bero-jarioa gertatuko da. Bero-transferentzia zenbait mekanismoz gertatzen da, eta

bakoitzak erresistentzia bat jartzen du. Ohartu gaitezen lau erresistentziak seriean kokatzen direla.



7.14 irudia. Konbekzio eta eroapen bidezko beroaren garraioa.

- (1) Lehenik, tenperatura altuan dagoen jariagaiak hormaren inguruan geldikor dagoen mintzean jartzen duen erresistentzia, konbekzio bidezkoa. Balioa $R_1 = \frac{1}{h_i \cdot A_i}$ da, eta bertako gradientea $T_1 - T_2$ da.
- (2) Ondoren, 1 materialak jartzen duena, eroapen bidezkoa. Balioa $R_2 = \frac{\Delta X}{k_1 \cdot A_1}$ da, eta gradientea $T_2 - T_3$ da.
- (3) Gero, 2 materialarena, $R_3 = \frac{\Delta X}{k_2 \cdot A_2}$, eta gradientea $T_3 - T_4$ da.
- (4) Azkenik, gune hotzeko jariagaiak hormaren inguruko mintzean eskaintzen duena, konbekzio bidezkoa. $R_4 = \frac{1}{h_o \cdot A_o}$ da, eta bertako gradientea $T_4 - T_5$ da.

Beroaren garraioeko koefiziente globala kalkulatzeko bada (horma lauak direnez, $A_i = A_o = A_1 = A_2 = A$ da):

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{\Delta X_1}{k_1} + \frac{\Delta X_2}{k_2} + \frac{1}{h_o} \tag{7.39}$$

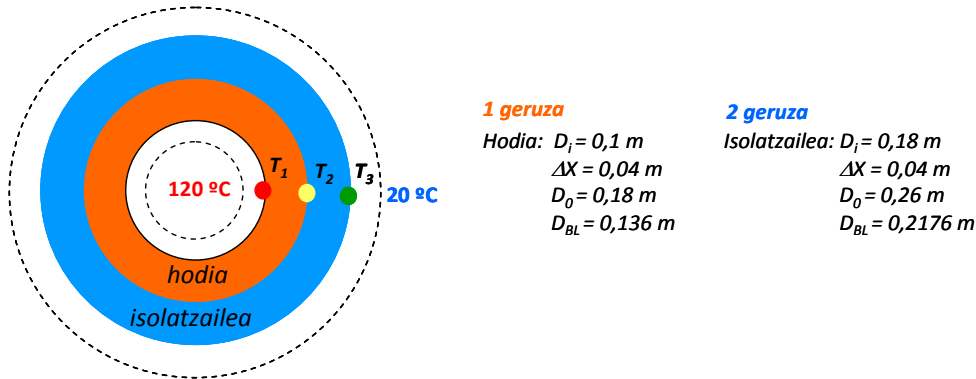
Horma lauak izan ordez 2 geruzaz osatutako zilindro hutsak edo esfera hutsak badira, U_o eta U_i kalkula daitezke, eta erresistentzia bakoitzean dagokion azalera erabili behar da.

	Zilindroak	Esferak
U_i	$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{h_i} + \frac{D_i \cdot \Delta X_1}{D_{BL,1} \cdot k_1} + \frac{D_i \cdot \Delta X_2}{D_{BL,2} \cdot k_2} + \frac{D_i}{D_o \cdot h_o}$	$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{h_i} + \frac{A_i \cdot \Delta X_1}{A_{BG,1} \cdot k_1} + \frac{A_i \cdot \Delta X_2}{A_{BG,2} \cdot k_2} + \frac{A_i}{A_o \cdot h_o}$
U_o	$\frac{1}{U_o} = \frac{D_o}{D_i \cdot h_i} + \frac{D_o \cdot \Delta X_1}{D_{BL,1} \cdot k_1} + \frac{D_o \cdot \Delta X_2}{D_{BL,2} \cdot k_2} + \frac{1}{h_o}$	$\frac{1}{U_o} = \frac{A_o}{A_i \cdot h_i} + \frac{A_o \cdot \Delta X_1}{A_{BG,1} \cdot k_1} + \frac{A_o \cdot \Delta X_2}{A_{BG,2} \cdot k_2} + \frac{1}{h_o}$

Adibidea 7.8 adibidea

10 cm-ko barne-diametroko eta 4 cm-ko lodierako hodi zilindriko baten barnetik ($k = 500 \text{ W/mK}$) likido bat igarotzen da, $120 \text{ }^\circ\text{C}$ -an (tenperatura konstantea). Hodia geruza isolatzaile batez estalita dago kanpoaldetik (4 cm-ko lodiera, eta $k = 0,05 \text{ W/mK}$). Hodiaren kanpoaldeko airearen tenperatura $20 \text{ }^\circ\text{C}$ da. Kanpoalderako $h_o = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$ eta barrualderako $h_i = 4.000 \text{ W/m}^2\text{K}$ direla har daiteke.

Kalkula dezagun: (a) beroaren garraioeko koefiziente globala barruko azalerarentzat; U_i ; (b) hodi-metroko galtzen den beroa; eta (c) tenperaturen profil kualitatiboa.



(a) Bero-jarioak hodi barruko jariagaiaren muintetik kanpoko airearen muinerako bidean, seriean kokatutako lau erresistentzia zeharkatu behar ditu. U_i kalkulatzeko bada:

$$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{h_i} + \frac{D_i \cdot \Delta X_1}{D_{BL,1} \cdot k_1} + \frac{D_i \cdot \Delta X_2}{D_{BL,2} \cdot k_2} + \frac{D_i}{D_o \cdot h_o}$$

$$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{4000} + \frac{0,1 \cdot 0,04}{0,136 \cdot 500} + \frac{0,1 \cdot 0,04}{0,2176 \cdot 0,05} + \frac{0,1}{0,26 \cdot 20} =$$

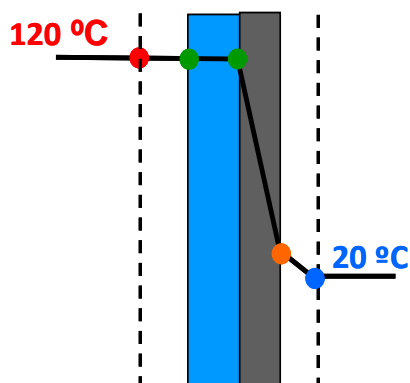
$$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{4000} + \frac{1}{17000} + \frac{1}{2,72} + \frac{1}{52}$$

$$U_i = 2,58 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Seriean dauden lau erresistentzietatik, barruko jariagaiak konbektzioz egiten duena eta hodiaren hormak eroapenez egiten duena baztertu egin daitezke, isolatzaileak eta kanpoko aireak egiten dutenekin alderatuz gero.

(b) $\frac{Q}{L} = U_i \cdot \pi \cdot D_i \cdot \Delta T_{OSOA} = 2,58 \cdot \pi \cdot 0,1 \cdot (120 - 20) = 81 \text{ W/m}$

(c) Lehen esandakoagatik, $T_1 \approx T_2 \approx 120 \text{ }^\circ\text{C}$ izango da.



Era berean, isolatzaileak duen erresistentzia ($1/2,72$) kanpoko konbektzioak jartzen duena baino 19 aldiz handiagoa denez ($52/2,72$), bi geruza horietan tenperatura-gradiente hauek daude:

Isolatzaile-geruzan = $(T_2 - T_3)$

Hodiaren kanpoko gainazalaren eta airearen artean $\approx 19 \cdot (T_3 - 20)$

T_3 kalkulatu nahi bada, kanpoko geruzan konbektzio bidezko

beroaren garraioari dagokion legea aplikatu besterik ez dago:

$$\frac{Q}{L} = 81 \frac{W}{m} = h_o \cdot \pi \cdot D_o \cdot (T_3 - 20) = 20 \cdot \pi \cdot 0,26 \cdot (T_3 - 20)$$

$$T_3 = 29,9^\circ C$$

7.12 GAINAZAL HEDATUAK: HEGATSAK

Horma baten eta jariagai baten arteko beroaren garraioa handitzeko erabiltzen diren gainazal hedatuak dira hegatsak. Adibide batekin azalduko da haien efektua.

Demagun hodi zilindriko baten barrutik irakiten ari den likido bat igarotzen dela, eta hodiaren kanpoaldean airea dagoela. Barrualdeko jariagaia fasez aldatzen ari denez (h oso handia 7.2 taularen arabera), mintz horren erresistentzia baztergarria da. Halaber, hodia metalezkoa eta oso lodia ez bada, haren eroapen bidezko erresistentzia ere baztertu daiteke. Sistema horrentzat, U_i hau da:

$$\frac{1}{U_i} = \frac{A_i}{h_o \cdot A_o} \quad (7.40)$$

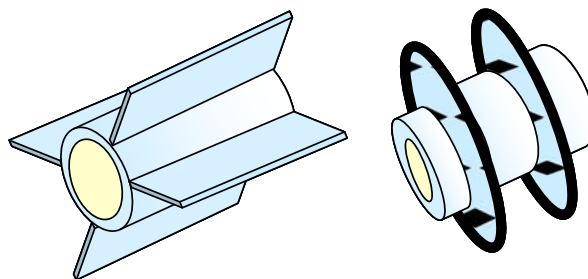
Adierazpenaren arabera, sistema honetan beroaren garraioaren abiadura kanpoaldeko konbekzio-koefizienteak mugatzen du. Bero-jarioa handitu nahi bada (U_i handitu nahi bada), bi aukera agertzen dira:

- Kanpoaldeko jariagaian jario zurrunbilotsua eragin, h_o handitu dadin. Irtenbide horrek beroaren garraioa hobetzen eta bero-jarioa handitzen du, baina oso proportzio txikian.
- Sistema honen barruko azalera aldatu gabe kanpoaldeko azalera (A_o) handitu. Hori egiteko, hegatsak erabiltzen dira. Hala, h_o aldatzen ez den arren $h_o \cdot A_o$ handitu egiten da, eta, beraz, U_i ere handitu egiten da.

Hegatsak egitura askotakoak izan daitezkeen arren, oro har, 7.15 irudian agertzen diren bi hauek aipa daitezke:

-**luzerako hegatsak**: hodiaren luzera-norabidean eransten zaizkio.

-**hegats erradialak**: disko-antzeko hegatsak dira, erradioaren norabidean eransten zaizkionak.



(a) Luzerako hegatsa, (b) hegats erradiala

7.15 irudia. Hegasdun hodiak, luzerako norabidean (a) eta norabide erradialean.

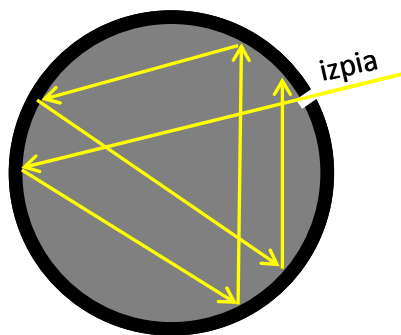
7.13 ERRADIAZIO BIDEZKO BEROAREN GARRAIOA

Materia osatzen duten elektroiek, atomoek eta molekulek bibrazio- eta errotazio-mugimenduak pairatzen dituzte tenperatura bat izateagatik (zero absolutuan izan ezik). Hala, materiak energia igortzen du, molekulak maila energetiko desberdinen artean mugitzean sortua. Energia hori uhin elektromagnetiko edo fotoi eran igortzen eta garraiatzen da espazioko norabide guztietan, eta erradiazioa deritze. Inolako euskarri materialen beharrik ez denez, hutsean ere transmiti daiteke erradiazioa, eroapen eta konbekzio bidezko beroaren garraioan ez bezala. Materiak igortzen duen energia espektro osoko uhinez osatuta dago: izpi kosmikoetatik (uhin luzera txikienekoak) irrati-uhinetaraino (uhin luzera handienekoak), eta, tartean, argi ultramorea, argi ikusgaia eta infragorria daude. Beroaren garraioaren ikuspuntu praktikoa batetik begiratuta, 0,1-100 μm -ko uhinek eragiten dute tenperatura-aldaketa, eta **erradiazio termiko** deritze. Uhin-tarte horrek argi ultramorea, ikusgaia eta infragorria barne hartzen ditu.

7.14 GORPUTZ BELTZAREN ERRADIAZIOA

Erradiazio termikoaren ikuspuntutik, tenperatura eta uhin-luzera guztietan igor dezakeen erradiazio maximoa igortzen eta absorbatzen duen gorputza da gorputz beltza edo igorle ideala.

Gorputz beltza benetako gorputzen ahalmen igorle eta absorbatzailea neurtzeko erabiltzen den patroia da. 7.16 irudian agertzen den gorputz beltzean (esfera huts isoterma, kanpoarekiko guztiz isolatua), gorputzera heltzen den erradiazioa gorputzean bertan metatzen da; talketan absorbatzen da, kanporatu gabe. Horren ondorioz, gorputzak absorbatu duen energia osoa igorri egingo du. Hau da, gorputz beltzaren ahalmen igorle eta absorbatzailea osoa da.



7.16 irudia. Gorputz beltz ideala.

Uhin-luzera bakoitzerako gorputz beltz (edo ideal) baten ahalmen igorlea Planck-en legeak ematen du:

$$W_{\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left(e^{C_2/\lambda T} - 1 \right)} \quad (7.41)$$

W_{λ} gorputzak bolumen unitateko igortzen duen energia da (W/m^3) (ahalmen igorle monokromatikoa), eta C_1 eta C_2 erradiazio-konstanteak dira ($3,7415 \cdot 10^{-16} \text{ Wm}^2$ eta $1,4388 \cdot 10^{-2} \text{ mK}$, hurrenez hurren). Ekuazioan ikusten den bezala, zenbat eta tenperatura altuagoa izan, orduan eta ahalmen igorle monokromatiko handiagoa dauka. Gorputz beltzaren ahalmen igorle osoa ahalmen igorle monokromatikoen batura da, eta, matematikoki, integralaren bidez adierazten da (Stefan-Boltzmann-en legea):

$$W_b = \int_0^{\infty} W_{\lambda} d\lambda = \sigma \cdot T^4 \quad (7.42)$$

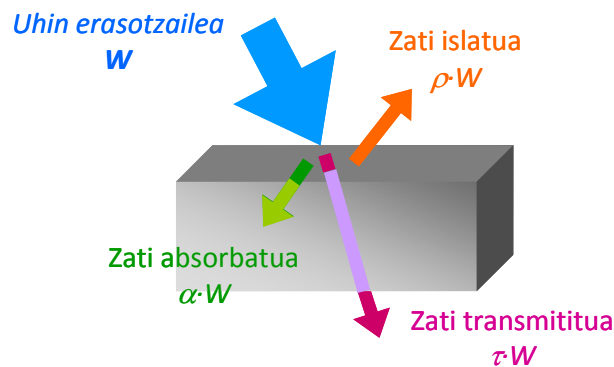
W_b gorputz beltzaren azalera unitateko ahalmen igorlea da (W/m^2), eta σ Stefan-Boltzmann-en konstantea da: $5,670 \cdot 10^{-8} W/m^2K^4$.

Erradiazio termikoari hiru gauza gerta dakizkioke materiarekin topo egiten duenean: absorbatzea, islatzea edo materiaren barnera transmititzea, 7.17 irudian agertzen den bezala.

Uhin erasotzailetik absorbatutako zatia α absorzio-koefizienteak adierazten du; islatzen den zatia, berriz, ρ islapen-koefizienteak ematen du, eta transmititzen den zatia τ transmisibitate-koefizienteak ematen du. Ondorioz:

$$\alpha + \tau + \rho = 1 \quad (7.43)$$

Gorputz baten $\alpha = 1$ bada, gorputz beltza da; gorputz baten $\rho = 0$ bada, opakua dela esaten da.



7.17 irudia. Gorputz baten aurka eraso egiten duen uhinak jasaten dituen prozesuak.

Erradiazio termikoan, materiaren beste propietate garrantzitsua emisibitatea edo **igortze-koefizientea** (ε) da, gorputzaren ahalmen igorlearen eta tenperatura berean dagoen gorputz beltzaren ahalmen igorlearen arteko erlazio gisa definitua.

$$\varepsilon = \frac{W}{W_b} = \frac{W}{\sigma \cdot T^4} \quad (7.44)$$

Ingurunearekin oreka termikoan dagoen gorputz baten kasuan, $\alpha = \varepsilon$ da. Gorputz beltzaren kasuan, beraz, $\alpha = \varepsilon = 1$ da. Ahalmen igorle maximoa gorputz beltzarena denez, $0 < \varepsilon < 1$ (beltza) betetzen da; benetako gorputzen igortze-koefizientea 0 eta 1 artekoa da. Gorputza idealtasunetik zein gertu dagoen adierazten duen zenbakia da emisibitatea; 1etik gertuago dagoena idealtasunetik (beltz izatetik) gertuago dago.

Benetako gorputzen eredu bat ezartzeko, gorputz grisak izeneko sistemak erabiltzen dira. Honela definitzen dira: α eta ε monokromatikokoak uhin-luzerarekiko independenteak diren gorputzak. Benetako gorputzetan, ordea, hori ez da betetzen. Hala ere, kasu praktiko gehienetan, hurbilketa gisa, α eta ε -ren batezbesteko balioak konstantetzat har daitezke, eta gorputz griztat har daitezke.

Beraz, hau da benetako gorputzaren azalera unitateko ahalmen igorlea:

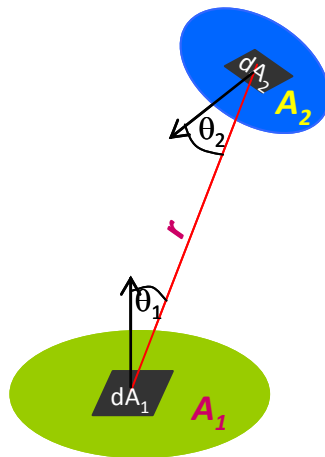
$$W = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4 \quad (7.45)$$

Hau da, temperatura berean dagoen gorputz beltzak igorriko lukeenaren zati bat besterik ez luke igorriko ($\sigma < 1$ baita).

Stefan-Boltzmann-en legearen arabera, temperatura baxuetan (< 300 K) erradiazio termikoaren ahalmena baztergarria da eroapena edo konbekzioa gertatzen diren sistemetan. Hala ere, temperatura altuetako sistemetan (labeak, batez ere) edo hutsa dagoen sistemetan, garrantzi nabarmena hartzen du beroa transmititzeko mekanismo horrek.

7.14.1 Forma edo ikuspegi-faktorea erradiazio termikoan

Orain arte ahalmen igorle osoa erabili da, hau da, norabide guztietan gertatzen denaren batukaria. Hala ere, kasu praktikoetarako interes gehiago izan dezake norabide finko bateko erradiazioa zenbatzeak. Hala, norabide batean gainazal igorletik distantzia finkora dagoen gainazal batera heltzen den erradiazioa bi gainazalen arteko angelu solidoaren (θ_1 eta θ_2 angeluek emana), bi azalaren (A_1 eta A_2) eta distantziaren (r) araberakoa da (r^2 -rekiko alderantziz proportzionala, alegia) (ikusi 7.18 irudia).



7.18 irudia. Ikuspegi-faktorearen eratorpenean eragina duten aldagaiak.

F_{12} ikuspegi-faktorea da, eta 1 gainazalak igortzen duen erradiazio osotik 2 gainazalera heltzen den zatikia adierazten du. Modu berean, F_{21} ikuspegi-faktoreak adierazten du 2 gainazalak igortzen duen energiaren zein zatiki heltzen den 1 gainazalera. Beraz, faktore geometrikoa da, dimentsiogabea.

Gainazal batek igortzen duen erradiazioaren zati bat bere buruari hel dakioke, geometria aproposa bada. Hala, 7.19 irudian agertzen diren geometrietan, $F_{11} = 0$ eta $F_{22} = 1$ diren moduan, $0 < F_{33} < 1$ izango da (zati bat inguruetara baitoa). 1 gainazala esferaren kanpo-gainazala da eta kanpoaldera igortzen badu, bere burua ezin duenez ikusi, igortzen duena ez da bere gainazalera heltzen. 2 gainazala esferaren barrualdeko gainazala da, eta igortzen duen guztia bere buruari doakio. 3 gainazalak, ordea, bere buruaren zati bat ikusten duenez, igortzen duenaren zati bat bere buruari helduko zaio ($0 < F_{33} < 1$).

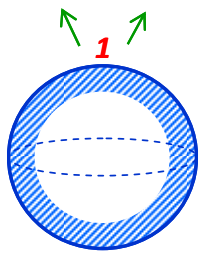
Sistema bat N gainazal beltzez osatuta badago, eta bakoitzaren azalera A_j bada ($j = 1, \dots, N$), bi baldintza hauek beteko dira:

(a) Gainazalak binaka harturik, elkarrekikotasun-teorema. Edozein j eta k gainazalentzat:

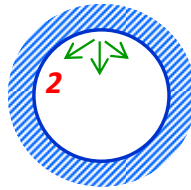
$$A_j \cdot F_{jk} = A_k \cdot F_{kj} \quad (7.46)$$

(b) Edozein j gainazalentzat, berak igortzen duen energia guztia azalera guztien artean banatzen da (bere burua barne); energiaren iraupen-legea:

$$F_{j1} + F_{j2} + \dots + F_{jj} + \dots + F_{jN} = 1 \quad (7.47)$$



Esfera, barrualdetik
isolatuta



Esfera, kanpoaldetik
isolatuta



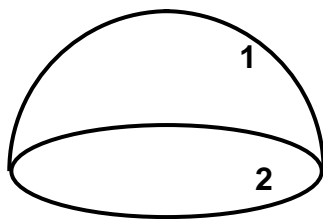
Plano biribildua, azpialdetik
isolatuta

7.19 irudia. Esferaren kanpo-azalera (1), esferaren barne-azalera (2) eta plano biribilduaren barne-azalera (3).

Adibidea 7.9 adibidea

Esferaerdi eta plano batez osatutako sistema itxia kanpoaldetik termikoki isolatuta dago, hots, bero-trukea aurrez aurre dauden aurpegiaren artean ematen da. Esferaerdiaren diametroa D bada, kalkula ditzagun sistemako ikuspegi-faktore guztiak.

Ebazpena



Esferaerdiaren azalera $A_1 = \pi \cdot D^2$ da.

Planoaren azalera $A_2 = (\pi/4) \cdot D^2$ da.

$F_{22} = 0$ da (planoak ezin du bere burua ikusi)

$1 = F_{21} + F_{22}$; $F_{21} = 1$, hau da, planoak igorritako guztia esferaerdiari heltzen zaio.

Elkarrekotasun-teorema aplikatuz:

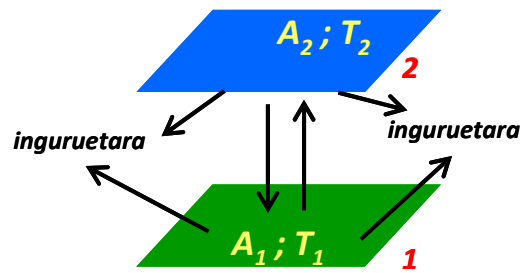
$$\pi \cdot D^2 \cdot F_{12} = (\pi/4) \cdot D^2 \cdot 1 \text{ eta askatuz, } F_{12} = 0,25.$$

Hau da, esferaerdiak igortzen duenaren % 75 bere buruari heltzen zaio, eta % 25 besterik ez da 2 gainazalera heltzen.

7.15 GAINAZAL BELTZEN ARTEKO ERRADIAZIO BIDEZKO BERO-TRUKEA

Gainazal beltz batek igortzen duen erradiazio termikoa norabide guztietan hedatzen da. Inguruetan beste gainazal beltz bat badago, 7.20 irudian bezala, 1 gainazalak igortzen duen erradiazioaren zatiki bat besterik ez da 2 gainazalera heltzen, beste guztia inguruetan galtzen da. Demagun 7.20 irudiko 1 eta 2 gainazal beltzak ditugula, kanpoaldera begira dauden aurpegiak termikoki isolatuta daudela eta $T_1 > T_2$ dela.

Ikusten den bezala, 1 gainazalak igortzen duen erradiazioaren zati bat 2 gainazalari heltzen zaio, baina beste zati bat aldamenetatik inguruetan "galtzen" da; era berean, 2 gainazalak igortzen duen zati bat besterik ez da 1 gainazalera heltzen.



7.20 irudia. Bi gainazal lau beltz, aurrez aurre.

1 gainazaletik 2 gainazalera (eta alderantziz) erradiazioz heltzen diren bero-jarioak:

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \sigma \cdot F_{12} \cdot A_1 \cdot T_1^4 \quad (7.48)$$

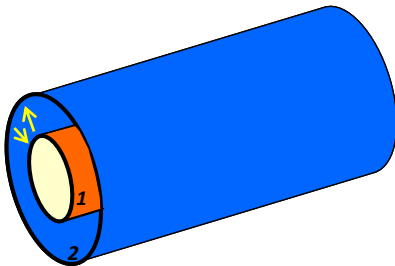
$$Q_{2 \rightarrow 1} = \sigma \cdot F_{21} \cdot A_2 \cdot T_2^4 \quad (7.49)$$

Egoera geldikorra lortzean, hau da 1 eta 2 gainazalen arteko bero-jario garbia ($Q_{1 \leftrightarrow 2}$):

$$Q_{1 \leftrightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - Q_{2 \rightarrow 1} = \sigma \cdot F_{12} \cdot A_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (7.50)$$

Bibliografian, geometria desberdinen ikuspegi-faktoreen kalkulu grafikorako irudiak aurki daitezke.

Adibidea 7.10 adibidea



Bitez luzera infinituko bi hodi zilindriko zentrokide, biak gainazal beltzak, eta $T_1 = 500$ K eta $T_2 = 300$ K. Kalkula dezagun bi gainazalen arteko bero-jario garbia $A_2 = 5 \cdot A_1$ bada.

Demagun hodian arteko bero-trukea aurrez aurre dauden aurpegiaren artean ematen dela soilik. Bestalde, hodian luzera infinitua bada, muturreko hutsunetik inguruetara galtzen den beroa arbuigarria da (tunel baten barruan bageunde, zenbat eta luzeagoa izan, orduan eta argi gutxiago ikusiko genuke bi muturretan).

baten barruan bageunde, zenbat eta luzeagoa izan, orduan eta argi gutxiago ikusiko genuke bi muturretan).

Ebazpena

1 zilindroaren kanpo-gainazalak bere burua ikusten ez duenez $F_{11} = 0$ da, eta, ondorioz, $F_{12} = 1$ da. Elkarrekikotasun-teorematik ($A_1 \cdot 1 = 5 \cdot A_1 \cdot F_{21}$) $F_{21} = 0,20$ lortzen da.

$$Q_{1 \leftrightarrow 2} = \sigma \cdot F_{12} \cdot A_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

$$Q_{1 \leftrightarrow 2} / A_1 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4 \cdot 1 \cdot (500^4 - 300^4) \text{ K}^4$$

$$Q_{1 \leftrightarrow 2} / A_1 = 3,08 \text{ kW/m}^2.$$

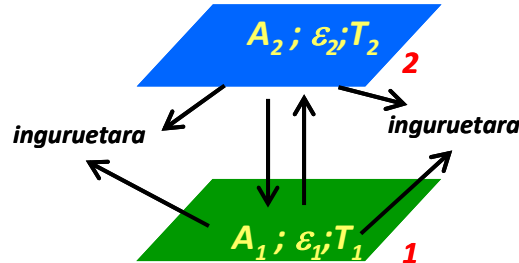
7.16 GAINAZAL GRISEN ARTEKO ERRADIAZIO BIDEZKO BERO-TRUKEA

7.21 irudiko bi gainazalak grisak badira, bakoitzak bat baino emisibitate txikiagoa izango luke. Sistema honetan, faktore geometrikoez gain, emisibitateak ere kontuan hartu behar dira bi gainazalen arteko bero-trukea azaltzeko. Adierazpen honek 1 eta 2 gainazal grisaren arteko bero-jario garbia adierazten du, \tilde{F}_{12} ikuspegi-faktore globala izanik.

$$Q_{1 \leftrightarrow 2} = \sigma \cdot \tilde{F}_{12} \cdot A_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (7.51)$$

$$\frac{1}{\tilde{F}_{12}} = \frac{1}{F_{12}} + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \quad (7.52)$$

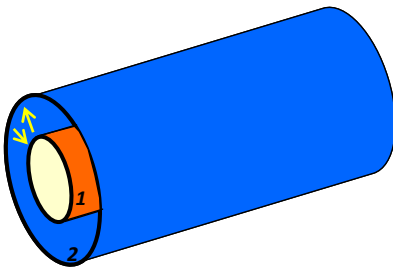
\tilde{F}_{12} ikuspegi-faktore globalak, sistemaren geometria ez ezik, gainazalen emisibitateak ere kontuan hartzen ditu.



7.21 irudia. Aurrez aurre dauden bi gainazal gris lauen arteko erradiazio bidezko bero-trukea.

Ikuspegi-faktore globaletik erator daitekeenez, bera baino askoz ere azalera handiagoz (A_2) inguratuta dagoen azalera txiki baten (A_1) kasuan, $\tilde{F}_{12} = \varepsilon_1$ da.

Adibidea 7.11 adibidea



Bitez luzera infinituko bi hodi zilindriko zentrokide, biak gainazal grisak, $T_1 = 500$ K eta $T_2 = 300$ K, eta $\varepsilon_1 = 0,75$ eta $\varepsilon_2 = 0,5$. Kalkula dezagun bi gainazalen arteko bero-jario garbia (a) $A_2 = 5 \cdot A_1$ bada, (b) $A_2 \gg A_1$ bada.

7.10 adibidean bezala, hodien arteko bero-trukea aurrez aurre dauden aurpegiaren artean gertatzen da soilik.

Ebazpena

$F_{11} = 0$ enez (zilindroaren kanpo-gainazalak ez duelako bere burua ikusten), $F_{12} = 1$ da. Elkarrekikotasun-teorematik ($A_1 \cdot 1 = 5 \cdot A_1 \cdot F_{21}$) $F_{21} = 0,20$ lortzen da.

$$Q_{1 \leftrightarrow 2} = \sigma \cdot \tilde{F}_{12} \cdot A_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

$$(a) \frac{1}{\tilde{F}_{12}} = \frac{1}{F_{12}} + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) = \frac{1}{1} + \left(\frac{1}{0,75} - 1 \right) + \frac{1}{5} \left(\frac{1}{0,5} - 1 \right) = 0,652 ; \tilde{F}_{12} = 1,534$$

$$Q_{1 \leftrightarrow 2} / A_1 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4 \cdot 1,534 \cdot (500^4 - 300^4) \text{ K}^4$$

$$Q_{1 \leftrightarrow 2} / A_1 = 4,72 \text{ kW/m}^2.$$

$$(a) \frac{1}{\tilde{F}_{12}} = \frac{1}{F_{12}} + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) = \frac{1}{1} + \left(\frac{1}{0,75} - 1 \right) + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{0,5} - 1 \right) = 1,333 ; \tilde{F}_{12} = 0,75$$

$$Q_{1 \leftrightarrow 2} / A_1 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4 \cdot 0,75 \cdot (500^4 - 300^4) \text{ K}^4$$

$Q_{1 \leftrightarrow 2} / A_1 = 2,31 \text{ kW/m}^2$. Gainazal beltzak balira baino bero-truke txikiagoa gertatzen da.

7.17 ERRADIAZIO BIDEZKO BEROAREN GARRAIORAKO KOEFIZIENTEA, h_R

Ez da erosoa laugarren berreturako ekuazioak erabiltzea, Stefan-Boltzmann-en legean bezala. Kalkuluak errazteko, ingeniaritzan, beroaren garraioko lege zinetikoak adierazten duen moduko ekuazio sinpleagoak erabiltzen dira, era honetan:

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{\text{indar eragilea}}{\text{erresistentzia}} = \frac{\Delta T}{R} = A_1 \cdot h_R \cdot (T_1 - T_2) \quad (7.53)$$

h_R erreadiazio bidezko beroaren garraioko koefizientea da, konbektzio-koefizientearen dimentsio berekoa. Definizioz,

$$Q_{1 \leftrightarrow 2} = \sigma \cdot \tilde{F}_{12} \cdot A_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) = h_R \cdot A_1 \cdot (T_1 - T_2) \quad (7.54)$$

Beraz,

$$h_R = \frac{\sigma \cdot \tilde{F}_{12} \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{(T_1 - T_2)} \quad (7.55)$$

moduan kalkula daiteke.

Adibidea 7.12 adibidea

Hodi zilindriko batek gela handi bat zeharkatzen du. Hodiaren kanpo-gainazala grisa ($\varepsilon_1 = 0,8$) da, eta 500 K-ean dago. Gelako hormak ($\varepsilon_2 = 0,5$) 300 K-ean badaude, kalkula dezagun hodiaren kanpo-gainazala eta hormaren gainazalen artean erradiazio bidezko bero-jario garbia azalera unitateko.

Ebazpena

$A_1 \lll A_2$ denez, $\tilde{F}_{12} = 0,8$ dela har daiteke.

$$h_R = \frac{5,67 \cdot 10^8 \text{ W/m}^2 \text{K}^4 \cdot 0,8 \cdot (500^4 - 300^4) \text{ K}^4}{(500 - 300) \text{ K}} = 12,34 \text{ W/m}^2 \text{K}$$

$$\frac{Q_{1 \leftrightarrow 2}}{A_1} = 12,34 \text{ W/m}^2 \text{K} \cdot (500 - 300) \text{ K} = 2,47 \text{ kW/m}^2$$

7.18 EROAPEN, KONBEKZIO ETA ERRADIAZIO BIDEZKO MEKANISMO KONBINATUAK: BEROAREN GARRAIORAKO KOEFIZIENTE GLOBALA (U)

Sistema gehienetan, mekanismo bat baino gehiago gertatzen da aldi berean. Arestian ikusi da paraleloan zein seriean gertatzen den bero-jarioan erresistentzia baliokideak nola kalkulatu diren:

Seriean kokatutako erresistentziak:

$$R_{BAL} = \sum_1^N R_i \quad (7.56)$$

Paraleloan kokatutako erresistentziak:

$$\frac{1}{R_{BAL}} = \sum_1^N \frac{1}{R_i} \quad (7.57)$$

Erresistentzia horiek zenbait mekanismoren ondorioz gerta daitezke:

Eroapen bidezko erresistentzia:

$$R_k = \frac{\Delta X}{k \cdot A} \quad (7.58)$$

Azalera geometriaren araberakoa da.

Konbekzio bidezko erresistentzia:

$$R_h = \frac{1}{h \cdot A} \quad (7.59)$$

Erradiazio bidezko erresistentzia:

$$R_R = \frac{1}{h_R \cdot A} \quad (7.60)$$

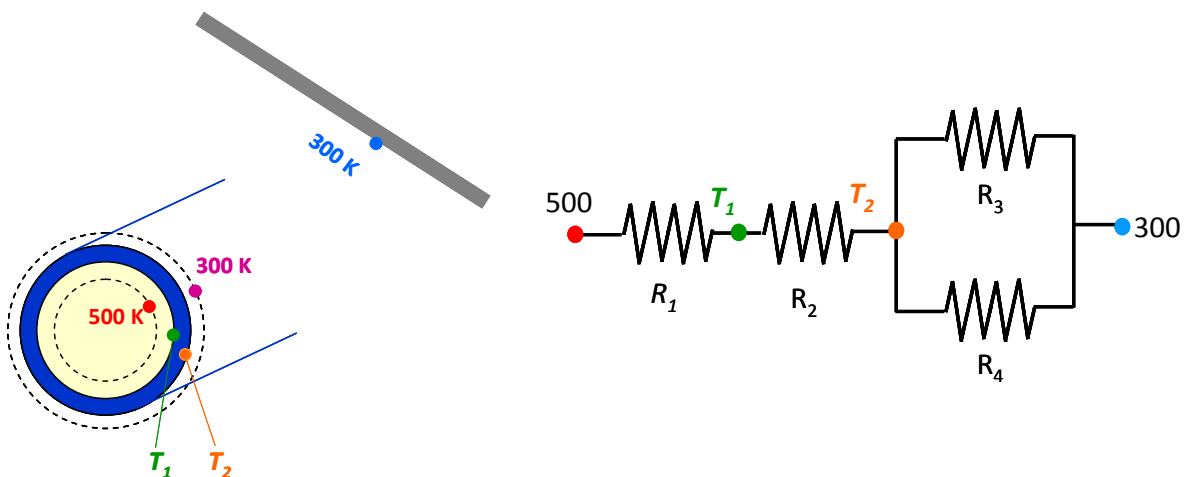
Beroaren garraioko koefiziente globala erabiltzen bada, U_i edo U_o erabiliko dira sistema osoaren barruko eta kanpoko azalerekin (A_i eta A_o) (horma lauen kasuan $A_i = A_o$ denez, $U_i = U_o$ da):

$$\frac{1}{U_i \cdot A_i} = \frac{1}{U_o \cdot A_o} = R_{OSOA} \quad (7.61)$$

Adibidea 7.13 adibidea

Hodi zilindriko batek gela handi bat zeharkatzen du. Hodiaren barrutik 500 K-ean asetako lurruna igarotzen da. Hodiaren kanpo-gainazala grisa da ($\epsilon_1 = 0,75$), eta hormen gainazalak beltzak direla har daiteke. Gelako tenperatura 300 K da (hormen gainazalen berdina). Kalkula dezagun (a) hodi-luzerako kanporatzen den bero-jarioa (b) erradiazio bidezko beroaren garraioko koefizientearen balioa (c) erradiazioz kanporatzen den bero-jarioa (d) konbekzioz kanporatzen den bero-jarioa.

Datuak: $D_i = 10$ cm; $\Delta X = 1$ cm; $k = 50$ W/mK; $h_i = 1500$ W/m²K; $h_o = 20$ W/m²K
 $D_{BL} = 10,97$ cm.



Ebazpena

Irudian marraztu den erresistentzia-sarea zeharkatuko du bero-jarioak. R_1 hodiaren barruko jariagaiaren konbekzio bidezko erresistentzia, R_2 hodiaren hormaren eroapen bidezko erresistentzia, R_3 kanpoaldeko jariagaiaren konbekzio bidezko erresistentzia eta R_4 hodiaren kanpo-gainazalaren eta gelako hormen arteko erradiazio bidezko erresistentziak izanik. R_1 eta R_2 seriean daude, baina hodiaren kanpo-gainazaletik gelako hormetara paraleloan gertatzen diren konbekzioz eta erradiazioz gertatzen da trukea.

Lehenik eta behin, erradiazio-koefizientea kalkulatu da.

Hodiaren kanpo-azalera gelako hormena baino askoz ere txikiagoa denez eta $F_{12} = 1$ denez, $\tilde{F}_{12} \approx 0,75$ da ($\varepsilon_1 = 0,75$ delako). h_R kalkatzeko ekuazioan ordezkaturaz, $h_R = 11,6 \text{ W/m}^2\text{K}$ lortzen da.

R	R_1	R_2	R_3	R_4
($\text{m}^2\text{K/W}$)	($1/A_i \cdot h_i$)	($\Delta X/k \cdot A_{BL}$)	($1/A_o \cdot h_o$)	($1/A_o \cdot h_R$)
$A_k (\text{m}^2)$	$\pi \cdot L \cdot 0,1$	$\pi \cdot L \cdot 0,1097$	$\pi \cdot L \cdot 0,12$	$\pi \cdot L \cdot 0,12$
$R_k (\text{K/W})$	$1/ \pi \cdot L \cdot 0,1 \cdot 1500$	$0,01/(50 \cdot \pi \cdot L \cdot 0,1097)$	$1/ \pi \cdot L \cdot 0,12 \cdot 20$	$1/ \pi \cdot L \cdot 0,12 \cdot 11,6$

R_3 eta R_4 -ren erresistentzia baliokidea kalkulatu bada (paraleloan daudela kontuan hartuz):

$$R_{BAL} = \frac{1}{(h_o + h_R)A_o} = \frac{1}{31,6 \cdot \pi \cdot L \cdot 0,12} \text{ K/W}$$

$$h_o + h_R = h_{BAL} = 31,6 \text{ W/m}^2\text{K} \text{ izanik.}$$

Orain, seriean kokatuta dauden R_1 , R_2 eta R_{BAL} erresistentziak osatzen dute sistema.

Hodiaren kanpoko azalera oinarritzat harturik U_o kalkulatu da:

$$\frac{1}{U_o \cdot A_o} = \frac{1}{h_i \cdot A_i} + \frac{\Delta X}{k \cdot A_{BL}} + \frac{1}{h_{BAL} \cdot A_o} ; \quad \frac{1}{U_o} = \frac{D_o}{h_i \cdot D_i} + \frac{\Delta X \cdot D_o}{k \cdot D_{BL}} + \frac{1}{h_{BAL}}$$

$$\text{Baliokak ordezkaturaz, } \frac{1}{U_o} = \frac{0,12}{1500 \cdot 0,10} + \frac{0,01 \cdot 0,12}{50 \cdot 0,1097} + \frac{1}{31,6} = \frac{1}{1250} + \frac{1}{4571} + \frac{1}{31,6} \text{ lortzen da.}$$

Barruko jariagaiak konbekzioz eta hodiaren hormak eroapenez egiten duten erresistentziak arbuigarriak dira kanpoko jariagaiak, konbekzioz, eta erradiazioak egiten dutenarekiko.

$$U_o \approx 31,6 \text{ W/m}^2\text{K} \text{ dela har daiteke. Honen arabera, } T_1 \approx T_2 \approx 500 \text{ K da.}$$

$$(a) \frac{Q}{L} = \pi D_o U_o \Delta T_{OSOA} ; \frac{Q}{L} = \pi \cdot 0,12 \cdot 31,6 \cdot (500 - 300) = 2383 \text{ W/m}$$

$$(b) h_R = 11,6 \text{ W/m}^2\text{K}$$

(c), (d) kanporatzen den bero osoa, hodi-metroko, 2.383 W da. Hodiaren kanpo-gainazalera heldu den beroak bi bide (mekanismo) hartzen ditu, aldi berean: konbekzio bidezkoa eta erradiazio bidezkoa. Beraz, bero-jario osoa bi bideetakoaren batura da:

$$Q_{OSOA}/L = 2383 \text{ W/m} = (Q/L)_{Konb} + (Q/L)_R.$$

$$\left(\frac{Q}{L}\right)_R = \pi D_o h_R \Delta T ; \left(\frac{Q}{L}\right)_R = \pi \cdot 0,12 \cdot 11,6 \cdot (500 - 300) = 875 \text{ W/m} \text{ erradiazioz.}$$

$$\left(\frac{Q}{L}\right)_{Konb} = \pi D_o h_o \Delta T ; \left(\frac{Q}{L}\right)_{Konb} = \pi \cdot 0,12 \cdot 20 \cdot (500 - 300) = 1508 \text{ W/m} \text{ konbekzioz.}$$