2. GAIA

DIMENTSIOAK, UNITATEAK ETA DIMENTSIO-ANALISIA

GAI HAU IKASTEAN GAITASUN HAUEK LORTU BEHARKO DITUZU:

1. Magnitude eta unitatearen arteko desberdintasuna ulertzea.
2. Unitateen arteko bihurketak egitea.
3. Tenperatura-eskala desberdinen arteko bihurketak egitea.
4. Unitate baliokideen metodoa erabiltzea.
5. Ekuazio bateko aldagaiak oinarrizko dimentsioen mende idaztea.
6. Sistema sinpleen dimentsio-analisia egitea.
7. Zifra esanguratsu egokiak erabiltzea.
8. Biribilketak egitea.

2.1 MAGNITUDEAK ETA UNITATEAK

Sistema fisikoen propietate batzuk neurtu egin daitezke, eta ondorioz, kuantifikatu egin daitezke. Horrelakoak dira, adibidez, luzera, abiadura, azalera, dentsitatea, masa, kontzentrazioa, energia eta abar. ***Magnitudeak*** edo ***dimentsioak*** propietate neurgarriak dira. ***Unitateak***, berriz, magnitudeak kuantifikatzeko elementu estandarizatuak dira, magnitudeak neurtzeko patroiak, alegia. Aurreko magnitudeak unitate batean baino gehiagotan adieraz daitezke: hala, adibidez, luzera, metrotan edo argi-urtetan; masa, kilogramotan edo tonatan; energia jouletan zein kaloriatan neur daiteke. Magnitudea aldaezina da; unitateak, berriz, historian zehar eta eskualdez eskualde aldatuz joan dira, ohituren arabera beharretara moldatuz: Erresuma Batuan, adibidez, masa magnitudearen unitatea libra da, baina herrialde gehienetan kilogramoa erabiltzen da.

Naturako sistema guztiak aztertuz gero, oso magnitude eta unitate kopurua handia ateratzen da, eta nekeza da haiekin lan egitea. Arazo hori saihesteko, kontzeptu fisikoak adierazten dituzten ***oinarrizko magnitude*** edo dimentsio batzuk aukeratu dira konbentzioz (haien unitateak barne). Haiekin, beste edozein magnitude eraiki daiteke. Oinarrizko magnitudeetatik eratortzen diren magnitudeak ***magnitude eratorriak*** dira.

Historikoki, mekanika newtondarrean luzera (L), denbora (t) eta masa (M) erabili izan dira oinarrizko magnitude moduan. Hala, dentsitatea edo indarra magnitude eratorriak dira, eta L, M eta t-ren funtzio potentzial gisa azaltzen dira: $M \cdot L^{-3}$ eta $M \cdot L \cdot t^{-2}$, hurrenez hurren. Aldagai baten magnitudea adierazteko, aldagaia kortxete artean sartzen da. Adibidez, $[v] = L \cdot t^{-1}$ adierazpenak abiaduraren magnitude edo dimentsioa adierazten du. Beraz, edozein [Z] magnitude dimentsio-formula honen bidez azaldu daiteke:

$$[Z] = M^a \cdot L^b \cdot t^c \qquad (2.1)$$

Unitate-sistema bat baino gehiago dago, eta bakoitzak erabilera jakin bat du. Hala, ***unitate-sistema absolutuak*** eta ***unitate-sistema teknikoak*** daude. Lehenek oinarrizko magnitudetzat luzera (L), denbora (t) eta masa (M) dituzte; bigarrenek, berriz, luzera (L), denbora (t) eta indarra (F) erabiltzen dituzte, eta ingeniaritzan erabiltzen dira, batik bat. Bi sistemak Newton-en legearen bitartez erlazionatzen dira ($[F] = M \cdot L \cdot t^{-2}$).

Aurrerantzean, masa erabiliko da oinarrizko dimentsio gisa; beraz, unitate-sistema absolutuak erabiliko dira. 2.1 Taulan unitate-sistema absolutuen unitate-sistema batzuk azaltzen dira. Estandarizatzeko eta homogeneizatzeko helburuarekin, herrialde gehienek Nazioarteko Unitate Sistema (SI) erabiltzeko erabakia hartu dute.

2.1 Taula. **Magnitudeak eta unitate-sistema absolutuak**.

	Unitate-sistema					
	CGS		IS		FPS	
Oinarrizko magnitudea	*ikurra*	*izena*	*ikurra*	*izena*	*ikurra*	*izena*
Luzera (L)	cm	zentimetro	m	metro	ft	Oin
Masa (M)	g	gramo	kg	kilogramo	lb	libra
Denbora (t)	s	segundo	s	segundo	s	segundo
Tenperatura (T)	ºC	Celsius	K	Kelvin	ºF	Fahrenheit

2.1 Taulan, orain arte aipatutako oinarrizko magnitudeez aparte, tenperatura (T) eta haren unitateak agertzen dira. Tenperatura bero-transmisioa azaltzeko ezinbestekoa delako aukeratzen da oinarrizko magnitude gisa. Fisika eta kimikaren alor guztiak betetzeko, kandela (cd), ampere (A) eta mol (mol) gehitzen dira SI sisteman argi-intentsitatearen, korronte elektrikoaren intentsitatearen eta materia kantitatearen unitate gisa. Hala, SI unitate-sisteman indarraren unitatea kg·m/s^2 da, eta energiarena, berriz, kg·m^2/s^2 da.

2.2 UNITATEEN BIHURKETA

Unitate-sistemen arteko bihurketa egiteko, ***baliokideen metodoa*** erabiltzen da. Hala, 1 lb-ren baliokidea 0,4536 kg da (1 lb <> 0,4536 kg). Unitate batetik beste unitate baterako baliokidetza oinarrizko magnitudeei dagozkien baliokidetzatik eratortzen da. Bibliografia aberatsa dago magnitude eratorrien unitateen arteko baliokidetzak aurkitzeko. Adibide hauen bitartez azalduko da metodoaren erabilera.

Adibidea

1.1 adibidea

Gas idealen konstante unibertsalak (R) 0,082 atm·l/mol·K balio du. Arrhenius-en ekuazioan, ordea, J/mol·K unitateetan erabiltzen denez, kalkulatu ezazu R-ren balioa unitate horietan.

Ebazpena

$$0,082\frac{\cancel{atm}\cdot\cancel{l}}{K\cdot mol}\cdot\frac{101,3\cdot10^3\,\frac{\cancel{N}}{\cancel{m^2}}}{1\ \cancel{atm}}\cdot\frac{1\ \cancel{m^3}}{10^3\ \cancel{l}}\cdot\frac{1\ J}{1\ \cancel{N}\cdot\cancel{m}} = 8,3\ J/mol\cdot K$$

Unitate-sistemen arteko bihurketa egitean, ohiko tauletan agertzen ez diren unitate eratorri konplexuak lor daitezke. Horrelako kasuetan, **hau gomendatzen da**:

(1) Bihurketak unitatez unitate egitea, dagokion baliokidetzaz ordezkatuz.

(2) Aldaketa egin ahala, egindako aldaketa markatzea.

(3) Ahal den neurrian, SI-ko unitateez baliatzea.

(4) Azken unitateak frogatzea (dimentsio bera daukan ikustea, alegia).

2.2.1. Tenperatura-eskalak

Tenperatura-eskalen arteko baliokidetzak garrantzi aparta du ingeniaritza kimikoan. SI unitateen sisteman Kelvin (K) erabiltzen da oinarrizko unitate gisa, nahiz eta sarri Celsius graduak (ºC) erabiltzen diren. FPS sisteman Fahrenheit (ºF) eta haren eskala absolutua den Rankine (ºR) erabiltzen dira. Lau unitate horien arteko baliokidetza 2.1 irudian agertzen da, eta hau da:

$$(K) = (ºC) + 273,15 \qquad (2.2)$$

$$(ºF) = 1,8\cdot(ºC) + 32 \qquad (2.3)$$

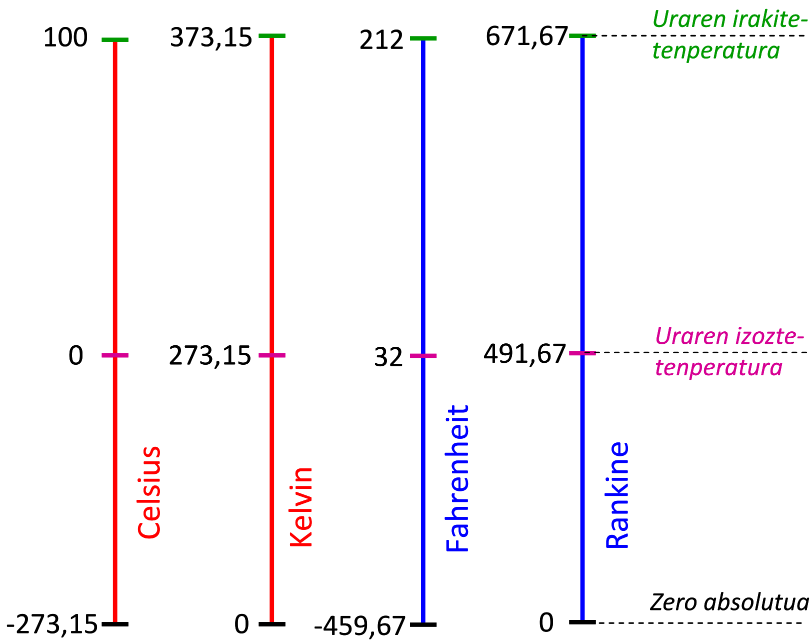
$$(ºC) = [(ºF) - 32]/1,8 \qquad (2.4)$$

$$(ºR) = (ºF) + 459,67 \qquad (2.5)$$

Tenperatura magnitudea duen aldagai bat unitatez aldatzean, bi egoera aurkitu daitezke:

(a) Tenperaturaren balio absolutuak agertzea. Kasu horietan, goian azaldu diren tenperatura-eskalen arteko baliokidetzak erabiltzen dira. Adibidea: gizakiaren gorputzeko tenperatura normala 37 ºC izanik, (37 ºC)·1,8 + 32 = 98,6 ºF da.

(b) Tenperatura-diferentziak edo -gehikuntzak azaltzea. Ingeniaritza kimikoan erabiltzen diren hainbat adierazpenetan (gehienetan) tenperatura-unitateak azaltzen direnean, gehikuntza eran agertzen dira. Beraz, tenperatura-eskalen arteko gehikuntzak eginik, 1 ºC = 1 K = 1,8 ºF = 1,8 ºR dela ondorioztatzen da. Horren arabera, Celsius gradu bateko diferentzia 1,8 Fahrenheit graduko diferentziaren baliokidea da. Adibidez, zilarraren eroankortasun termikoak 410 W/m·K balio badu, $410\dfrac{W}{m\cdot \cancel{K}}\cdot\dfrac{1\,\cancel{K}}{1{,}8\,^{o}R}=227{,}8\dfrac{W}{m\,^{o}R}$ balio du.



2.1 irudia. **Tenperatura-eskalak**.

2.3 EKUAZIO DIMENTSIODUNAK ETA DIMENTSIOGABEAK

Ingeniaritzan erabiltzen diren ekuazioak lege fisikoetan oinarrituak edo korrelazio enpirikoak izan daitezke. Lehenengo kasuan, ekuazioaren terminoak dimentsionalki homogeneoak dira, hau da, termino guztiak dimentsio berekoak dira, eta ekuazioan ager daitezkeen konstanteak dimentsiogabeak dira. Korrelazio enpirikoetako terminoak, ordea, dimentsionalki heterogeneoak izan daitezke, hau da, terminoak dimentsio desberdinekoak izan daitezke. Hala ere, ekuazioek dimentsionalki homogeneoak izan behar dute, hots, berdintzaren bi aldeek dimentsio berekoak izan behar dute. Horregatik, korrelazio enpirikoen bi aldeetako dimentsioak berdinak izateko, proportzionaltasun-konstantea dimentsioduna da.

Dimentsionalki homogeneoak diren ekuazioko termino guztiak termino batez zatitzean, dimentsio gabeko taldeetan eraldatzen da ekuazioa. Adibidez, jariagaien mekanikan Bernouilli-ren ekuazioak dio jariagai baten energia mekanikoa kontserbatu egiten dela, hau da, haren energia zinetikoaren $\left(\dfrac{v^2}{2g\alpha}\right)$, energia potentzialaren (Z) eta presioaren energiaren $\left(\dfrac{P}{\rho g}\right)$ batura konstantea dela (terminoak jariagai m-tan adierazita daude).

$$\frac{v^2}{2g\alpha}+Z+\frac{P}{\rho g}=K$$

Ekuazioa Z terminoaz zatitzean, $\frac{v^2}{2g\alpha Z}+1+\frac{P}{\rho g Z}=\frac{K}{Z}$ bihurtzen da, eta, ikusten denez, termino guztiak dimentsiogabeak dira.

Beste kasu askotan, ordea, esperimentalki behatutako hainbat parametroren korrelazio enpirikoak erabiltzen dira. Ekuazio horietako terminoak dimentsio desberdinekoak izan daitezke, eta, ondorioz, agertzen diren konstanteak dimentsiodunak izan ohi dira. Ekuazio horietan, magnitude batentzat zenbait unitate erabiltzen dira sarritan, eta nahitaezkoa da unitate egokiak aukeratzea ekuazioaren erabilera zuzen baterako.

Adibidez, hodi horizontal baten hormaren gainazaletik atmosferara alde egiten duen beroa, azalera unitateko, honela azaldu daiteke:

$$\frac{Q}{A}=0{,}5\cdot\frac{\Delta T^{1{,}25}}{D^{0{,}25}}$$

non Q = bero-jarioa (Btu/h); A = azalera (ft^2); ΔT = gainazaleko eta atmosferako tenperaturen arteko diferentzia (ºF) eta D = hodiaren kanpo-diametroa (in) baitira. Ekuazioaren bi terminoak alderatzean, dimentsio desberdina dutela ohartuko gara. Horregatik, eta ekuazioak dimentsionalki homogeneoak izan daitezen, konstantea dimentsioduna da $\left(0{,}5\frac{Btu\cdot in^{0{,}25}}{h\cdot ft^2\cdot(ºF)^{1{,}25}}\right)$. Ekuazio horretan beste unitate batzuk erabili nahi badira, konstantearen balioa aldatu egin beharko da.

Maiz, ekuazio enpirikoetan aldagaien balioak unitate jakin batzuetan erabili behar dira. Gerta daiteke, ordea, ezagutzen diren aldagaiek beste unitate batzuk izatea. Aldatu beharreko balioak asko ez badira, bana-banako aldaketa egin daiteke; datu sorta zabala denean, ordea, lan nekeza izan daiteke. Hori saihesteko, unitate berriak erabiltzen dituen beste adierazpen batera molda daiteke ekuazioa. Moldaketa hori egiteko, ***baliokideen metodoa*** erabiltzen da. Ondoko 2 adibidean azaltzen da prozedura.

Adibidea

2.2 adibidea

Demagun $h=0{,}50\cdot\left(\frac{\Delta T}{D}\right)^{0{,}25}$ ekuazio enpirikoan h (Btu/hft^{2}ºF), ΔT (ºF) eta D (in) unitateekin erabili behar direla. Eralda ezazu adierazpena h (kJ/hm^{2}K), ΔT (K) eta D (m) unitateekin erabiltzeko.

<u>*Ebazpena*</u>

Aldagai bakoitzaren baliokideak kalkulatuko dira:

$$h\left(\frac{Btu}{h\,ft^2\,ºF}\right)=h^*\left(\frac{\cancel{kJ}}{h\,m^2\,\cancel{K}}\right)\cdot\left(\frac{1Btu}{1{,}055\cancel{kJ}}\right)\cdot\left(\frac{1\cancel{m}}{3{,}281ft}\right)^2\cdot\left(\frac{1\cancel{K}}{1{,}8ºF}\right)=0{,}0489\cdot h^*$$

$$\Delta T(ºF)=\Delta T^*(\cancel{K})\cdot\left(\frac{1{,}8ºF}{1\cancel{K}}\right)=1{,}8\cdot\Delta T^*$$

$$D(in)=D^*(m)\cdot\left(\frac{39{,}37in}{1\cancel{m}}\right)=39{,}37\cdot D^*$$

h eta $0{,}0489\cdot h^*$ baliokideak dira; modu berean ΔT eta $1{,}8\cdot\Delta T^*$, eta D eta $39{,}37\cdot D^*$ ere baliokideak dira.

Jatorrizko ekuazioan baliokideak ordezkatzen badira:

$0,0489 \cdot h^* = 0,50 \cdot \left(\frac{1,8 \cdot \Delta T^*}{39,37 \cdot D^*} \right)^{0,25}$. Zenbaki guztiak konstante batean biltzen badira:

$$h^* = 4,728 \cdot \left(\frac{\Delta T^*}{D^*} \right)^{0,25}$$

Ikusten denez, adierazpen berrian aldagaiak unitate berrietan erabili behar dira, eta konstantearen balioa ere aldatu egin da. * duten aldagaiak unitate berriekin erabili behar dira.

Laburtuz, ekuazioak dimentsionalki homogeneoa izan behar duela dioen propietatea erabiliz,

(a) ekuazioen unitateak froga daitezke,

(b) unitate desberdinen arteko bihurketa egin daiteke,

(c) aldagai dimentsiogabeen multzoak defini daitezke.

2.4 DIMENTSIO-ANALISIA

Fenomeno fisiko-kimiko baten gain eragina duten aldagaiak zeintzuk diren jakin arren, kasu askotan, zaila da jakitea haien arteko erlazio zehatza zein den: batzuetan, aldagai kopurua handia izanik, saiakuntza kopuru handia behar delako, eta beste batzuetan, ekuazioen integrazioa zaila delako. Horrelakoetan, aldagaien arteko erlazio enpirikoaren ikerketa errazteko, dimentsio-analisia tresna egokia da. Era berean, dimentsio-analisiak saiakuntzen planifikazioa eta emaitzen interpretazioa egiten laguntzen du.

Adibidez, sistema batek 5 aldagaitan eragiten badu, eta haien arteko erlazio zehatza lortzeko, aldagai bakoitza 3 mailatan aldatu nahi bada (beste aldagaiak konstante izanik), $3^5 = 243$ saiakuntza egin beharko lirateke, eta, jakina, lan nekeza eta luzea izan daiteke hori. Dimentsio-analisia erabiltzen bada, eta adibidez, aldagai guztiak aldagai dimentsiogabeen 2 taldera murrizten badira, $3^2 = 9$ saiakuntzarekin nahikoa izango litzateke aldagaien arteko erlazio zehatza lortzeko.

Dimentsio-analisiaren bidez, hasierako aldagai asko aldagai dimentsiogabeen talde murriztuago bihurtzen dira. Dimentsio gabeko talde horiei ***dimentsio gabeko modulu*** edo zenbaki deritze. Ingeniaritza kimikoan azaltzen diren zenbaki batzuek esangura fisiko handia dutenez, izen propioa dute. Ingeniaritza kimikoan erabiltzen diren zenbaki dimentsiogabe adierazgarrienak 3.2 Taulan agertzen dira.

Dimentsio-analisia printzipio hauetan oinarritzen da:

(a) Magnitude fisikoak erlazionatzen dituzten ekuazioek dimentsionalki homogeneoak izan behar dute.

(b) Magnitude fisiko guztiak oinarrizko magnitudeen funtzio potentzial gisa adieraz daitezke (dentsitatea, adibidez, $[\rho] = M \cdot L^{-3}$).

(c) Dimentsionalki homogeneoa den ekuazio bat aldagai dimentsiogabeen talde sorta batera murriztu daiteke. Talde horietan, fenomenoan eragina duten aldagai guztiak agertuko dira. Printzipio horri Buckingham-en π teorema deritzo.

Dimentsio-analisia egiteko, bi metodo erabiltzen dira: Buckingham-en metodoa (orokorra) eta Rayleigh-en metodoa (laburtua). Ondoren, bi metodoen aplikazioa azalduko da.

2.4.1 Buckingham-en π metodoa

Urrats hauei jarraitzen zaie:

1. Ikertzen ari den sisteman, eragina izan dezaketen aldagaiak behatzen dira (Q_1, Q_2, …,Q_n). Urrats horretan garrantzitsua da aldagai guztiak kontuan hartzea, haien eragina bazter ez uzteko. Ustez sistemaren gain eragina duen aldagairen bat aukeratu bada, eta benetan ez badu eragiten, metodo honen emaitzan agerian geratzen da.
2. Aurreko urratsean aukeratu diren aldagai guztien dimentsioak aztertzen dira. Horretarako, oinarrizko magnitudeen sistema bat aukeratuko da, eta haren oinarrizko dimentsioak erabiliko dira dimentsio eratorriak adierazteko. Oinarrizko dimentsioak aukeratzeko orduan, ohikoena Unitate Absolutuen Sistema aukeratzea da, masa (M), luzera (L), denbora (t) eta tenperatura (T) hartuta sistema horretako oinarrizko magnitudetzat.
3. Dimentsio bereko aldagai bat baino gehiago badago, bat bakarra hartzen da kontuan; dimentsio bereko beste aldagaiek *forma-faktore* izena hartzen dute. Buckingham-en metodoaren garapenean, baztertu egiten dira, eta prozeduraren bukaeran bakarrik hartuko dira kontuan.
4. Lehen urratsean aukeratutako aldagai bakoitzaren dimentsioa oinarrizko magnitudeen funtzioan adierazitakoan, *berretzaileen matrizea* eraikitzen da. Matrizeak aldagai kopurua bezainbeste zutabe eta oinarrizko dimentsio kopurua bezainbeste lerro dauzka. Gelaxka bakoitzean dagokion berretzailea adierazten da.
5. Eraiki den matrizearen *heina* (*j*) kalkulatzen da, hau da, lor daitekeen ordena handieneko determinantearen ordena.
6. Independenteak diren *i* aldagai dimentsiogabeen taldeak osatzen dira:

   i: Eratortzen diren aldagai dimentsiogabeen talde kopurua
   n: Matrizean kontuan hartutako aldagai kopurua
   j: Matrizearen heina

   $$i = n - j \tag{2.6}$$

   Aldagai dimentsiogabeen taldeak osatzen dira:

   $$\left.\begin{aligned} \pi_1 &= Q_1^{a_1} \cdot Q_2^{b_1} \cdot \cdots \cdot Q_j^{p_1} \cdot Q_{j+1} \\ \pi_2 &= Q_1^{a_2} \cdot Q_2^{b_2} \cdot \cdots \cdot Q_j^{p_2} \cdot Q_{j+2} \\ &\vdots \\ \pi_i &= Q_1^{a_i} \cdot Q_2^{b_i} \cdot \cdots \cdot Q_j^{p_i} \cdot Q_{j+i} \end{aligned}\right\} \tag{2.7}$$

7. Berretzaileen serie bakoitzak [(a_1,b_1,…,p_1); (a_2,b_2,…,p_2); …; (a_i,b_i,…,p_i)] balio egokiak izan behar ditu sortzen diren π_1, π_2, …, π_i aldagai taldeak dimentsiogabeak izateko. Horretarako, aldagai talde bakoitzean dimentsioen homogeneotasun-baldintza betetzeko ekuazioak ezartzen dira, eta sistema ebaztean berretzaile egokiak kalkulatzen dira.
8. Forma-faktoreak kontuan hartzen dira, eta Buckingham-en teorema formulatzen da:

   $$f(\pi_1, \pi_2, \cdots, \pi_i) = 0 \tag{2.8}$$

2.3 adibidea

Ohantze partikulatu bateko partikula solidoen eta ohantzea zeharkatzen duen jariagaiaren arteko masa-transferentzia ikertu behar da, masa-transferentziarako koefizientearen (k_C) eta sistemako beste aldagaien arteko harremana zehazteko.

Masa (M), luzera (L) eta denbora (t) oinarrizko magnitudeak aukeratu dira, sistema honetan, isotermoa izanik, tenperaturaren eragina arbuiagarria baita. Azterketa sakona egin ondoren, sistema honetan zerikusia izan dezaketen aldagaien zerrenda osatu da; bakoitzaren dimentsioa ondoren adierazten da.

Ebazpena

Berretzaileen matrizea eraikitzen da:

Aldagaia	L	M	t
Koefizientea, k_C	1	0	-1
Ohantzeko partikulen diametroa, D_p	1	0	0
Jariagaiaren dentsitatea, ρ	-3	1	0
Jariagaiaren likatasuna, μ	-1	1	-1
Solutuaren barreiatze-koefizientea, D_{AB}	2	0	-1
Jariagaiaren emari masikoa azalera unitateko, G	-2	1	-1

Kasu honetan dimentsio bereko aldagairik ez dagoenez, ez dago forma-faktorerik. Matrizearen heina j = 3 izanik eta aldagai kopurua n = 6 izanik, lor daitezkeen dimentsio gabeko zenbaki kopurua i = 3 da. k_C, G eta μ aldagaiak aukeratzen badira, aldagai dimentsiogabeen hiru talde hauek lortuko dira:

$$\pi_1 = D_P^{a_1} \cdot \rho^{b_1} \cdot D_{AB}^{c_1} \cdot k_c$$
$$\pi_2 = D_P^{a_2} \cdot \rho^{b_2} \cdot D_{AB}^{c_2} \cdot G$$
$$\pi_3 = D_P^{a_3} \cdot \rho^{b_3} \cdot D_{AB}^{c_3} \cdot \mu$$

Bakoitzari homogeneotasun-baldintza ezartzen bazaio:

π_1:	L:	$0 = a_1 - 3b_1 + 2c_1 + 1$	Ebatziz: $\pi_1 = \dfrac{D_P \cdot k_C}{D_{AB}}$ (Sherwood-en zenbakia)
	M:	$0 = b_1$	
	t:	$0 = -c_1 - 1$	

π_2:	L:	$0 = a_2 - 3b_2 + 2c_2 - 2$	Ebatziz: $\pi_2 = \dfrac{D_P \cdot G}{\rho \cdot D_{AB}}$
	M:	$0 = b_2 + 1$	
	t:	$0 = -c_2 - 1$	

π_3:	L:	$0 = a_3 - 3b_3 + 2c_3 - 1$	Ebatziz: $\pi_3 = \dfrac{\mu}{\rho \cdot D_{AB}}$ (Schmidt-en zenbakia)
	M:	$0 = b_3 + 1$	
	t:	$0 = -c_3 - 1$	

π_2/π_3 egitean, $\dfrac{G \cdot D_P}{\mu}$ lortzen da, Reynolds-en zenbakia[1] izenarekin ezagutzen dena. Beraz, sistema era honetako adierazpen batek azaltzen du: $f\left(Sc, \text{Re}, Sh\right) = 0$. Hasieran sei aldagaiz osatutako sistema hiru aldagaiko sistema batera murriztu da. Laborategian egin beharko diren saiakuntzetan, hiru aldagai horien arteko erlazio zehatza nolakoa den ikusiko da. Adibidez, ikerlari batzuek adierazpen hau proposatu dute geometria eta baldintza zehatz batzuetarako:

$$\text{Sh} = 1{,}17 \cdot \text{Re}^{0{,}585} \cdot \text{Sc}^{1/3}$$

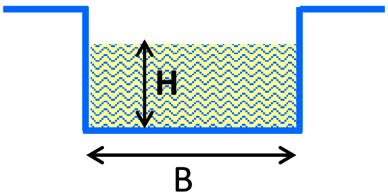
2.4.2 Rayleigh-en metodoa

Urrats hauei jarraitzen zaie:

1. Aztertzen ari den fenomenoan, eragina izan dezaketen aldagaiak identifikatu eta zerrenda batean ezartzen dira.
2. Garrantzi handieneko aldagaia (edo ikertzen ari den aldagaia) beste aldagaien funtzio potentzial gisa adierazten da.
3. Aukeratu den magnitudeen sistemako oinarrizko magnitudeez ordezkatzen dira aldagaiak, eta oinarrizko magnitude bakoitzari homogeneotasun-baldintza ezartzen zaio.
4. Kalkulatutako berretzaileen balioak funtzio potentzialean (bigarren urratsean proposatutako ekuazioan) ordezkatzen dira, eta berretzaile bereko terminoak taldekatzen dira.

Adibidea

2.4 adibidea



Irudian, kanal baten sekzioa agertzen da. Bertatik ρ dentsitatedun jariagai bat igarotzean, emari bolumetrikoa (Q) aldagai hauen funtzioa izango dela uste da: (H) kanalean jariagaiak hartzen duen altuera, (B) kanalaren zabalera, (ρ) jariagaiaren dentsitatea, (g) grabitazioaren azelerazioa. Lor dezagun emaria beste aldagaiekin erlazionatzen dituen adierazpena dimentsio-analisiaren bidez.

$Q = \rho^a \cdot H^b \cdot B^c \cdot g^d$ erako funtzio potentziala definituko da.

$[Q] = L^3 \cdot t^{-1}$	$[L] = L$
$[\rho] = M \cdot L^{-3}$	$[g] = L \cdot t^{-2}$
$[H] = L$	

Oinarrizko magnitude bakoitzari homogeneotasun-baldintza ezartzen bazaio:

L: $3 = -3a + b + c + d$
M: $0 = a$
t: $-1 = -2d$

Sistema ebazteko, aldagai bat aukeratu behar da parametro gisa. c aukeratzen bada:

[1] Reynolds zenbakiaren adierazpen ezagunagoa da $\dfrac{D \cdot v \cdot \rho}{\mu}$ formakoa (ikusi 2.2 taula eta 6. gaia), hodi hutseko jarioan. Ohantze partikulatuetan partikulen diametroa (D_P) erabiltzen da hodiaren diametroaren (D) ordez. G, azalera unitateko emari masikoa da ($G = v \cdot \rho$) (7.1 atala).

$$a = 0 \; ; \; b = 5/2 - c \; ; \; c = c \; ; \; d = ½$$

Ekuazio potentzialean berretzaileen balioa ordezkatu eta dimentsio gabeko taldeetan batu ondoren:

$$Q\sqrt{\frac{g}{H^5}} = \left(\frac{L}{H}\right)^c$$

Lortutako adierazpenean, dentsitaterik ez da agertzen. Horren arabera, hasierako aldagaien artean dentsitatea kontuan hartu badugu ere, bukaerako adierazpenean ez da agertzen, hau da, ustez eragina duen aldagaitzat hartu bada ere, dimentsio-analisia egin ondoren ikusi da aldagaiak ez duela inolako eraginik.

2.2 Taula. **Ingeniaritza kimikoan ohikoak diren dimentsio gabeko zenbakiak**.

Zenbakia	*Izena*	*Esangura*
$\mathrm{Re} = \frac{DV\rho}{\mu} = \frac{DG}{\mu}$	Reynolds	Inertzia-indarra/Marruskadura-indarra
$Eu = \frac{\Delta P}{\rho V^2}$	Euler	Presio-indarra/Inertzia-indarra
$Fr = \frac{V^2}{Dg}$	Froude	Inertzia-indarra/Grabitate-indarra
$Gr = \frac{L^3 g\beta \Delta T \rho^2}{\mu^2}$	Grashof	Konbekzio termikoaren indarra
$Gr_{AB} = \frac{L^3 g\zeta \Delta\rho_A \rho^2}{\mu^2}$	Grashof masikoa	Konbekzio masikoaren indarra
$Nu = \frac{hD}{k}$	Nusselt	Konbekziozko bero-transmisioa/Eroapenezko bero-transmisioa
$\mathrm{Pr} = \frac{C_P \mu}{k}$	Prandtl	Beroaren metaketa/Eroapena
$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}}$	Schmidt	Mugimendu kantitatearen barreiatzea/Masaren barreiatzea
$Sh = \frac{k}{V}$	Sherwood	Konbekziozko masa-transferentzia/Barreiadurazko masa-transferentzia

2.5 ANTZEKOTASUNA

Erreaktore katalitikoak diseinatzeko orduan, laborategi-eskalako ekipoak erabiltzen dira ikerketak egiteko. Modu berean, prozesu kimiko osoa diseinatzeko orduan, benetako instalazioa eraiki aurretik, eskala txikiagoko instalazio pilotuan frogatzen da eraginkortasuna. Tamaina txikiagoko ekipoetan lortzen diren ondorioak eskala handiagoko ekipora estrapolatu ahal izateko, antzekotasunaren teoria erabiltzen da. Tamaina txikiko ekipoari ***eredu*** deritzo, eta benetako eskalako ekipoari ***prototipo***.

Zenbait antzekotasun-maila daude, eta maila txikienetik handienera, hauek dira:

(1) Antzekotasun geometrikoa: ereduaren eta prototipoaren magnitude geometrikoek erlazio berdinak badauzkate.

(2) Antzekotasun dinamikoa: geometrikoki antzekoak izateaz gain, bi sistemetan dauden indar-profilak berdinak badira.

(3) Antzekotasun termikoa: aurreko bi baldintzak betetzeaz gain, bi sistemetan tenperatura-profilak berdinak badira.

(4) Kontzentrazioen antzekotasuna: aurreko hirurak betetzeaz gain, bi sistemetan kontzentrazio-profilak berdinak badira.

(5) Antzekotasun kimikoa: aurreko lauak betetzeaz gain, erreakzio kimikoen fenomenoa berdina bada, hau da, bi erlazio hauek berdinak badira:

$$\frac{\text{Erreakzio-abiadura}}{\text{Muinaren jario-abiadura}}$$

$$\frac{\text{Erreakzio-abiadura}}{\text{Barreiadura-abiadura}}$$

2.5.1 Etapa mugatzailearen kontzeptua

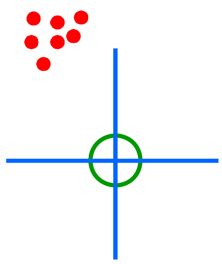
Sisteman gertatzen ari den prozesu osoaren abiadura paraleloan eta seriean gertatzen diren etapen edo urratsen abiaduraren araberakoa da. Gehienetan, etapa edo urrats horietako guztiak, bat izan ezik, azkar gertatzen dira. Horrelakoetan, prozesu osoaren abiadura motelen gertatzen den urratsaren abiaduraren berdina dela har daiteke. Urrats motelenari ***etapa mugatzailea*** deritzo.

Adibidez, gas egoeran dagoen uraren eta CO-aren arteko erreakzio katalizatuan, prozesua bi urratsetan gertatzen da: lehenik eta behin, erreaktiboak katalizatzaile solidoaren poroetara barreiatu behar dira, eta katalizatzailearen gainazalean daudenean, erreakzio kimikoa gertatzen da. Lehen urratsa azkarra den heinean, erreakzio kimikoa motela da, eta, horregatik, prozesu osoaren abiadura erreakzio kimikoaren abiadura da. Adibide honetan bi urratsen abiaduren arteko aldea nabarmena denez, bereiztea erraza da, baina beste zenbait prozesutan urrats guztien abiadurak hartu behar dira kontuan.

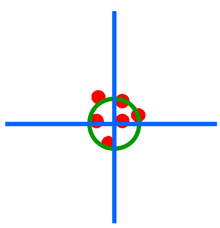
Eskala txikiko ekipoan egiten den prozesua eskala handiagoko ekipoan egin nahi bada, bietan etapa mugatzaileak bera izan behar du, ondorioak desberdinak izan ez daitezen.

2.6 ZIFRA ESANGURATSUAK

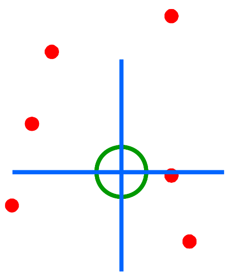
Praktikan, balio esperimental baten balio zehatza jakitea ezinezkoa izaten da, erabilitako metodoak eta tresnak mugatu egiten baitute zehaztasuna. Neurketa baten zehaztasunik eza adierazteko, zifra esanguratsuak erabiltzen dira. Zifra esanguratsua fidagarritasun osoz ezagutzen den zifra kopurua da, hau da, zenbaki zuzenak.



DOITASUN HANDIA
ZEHAZTASUN TXIKIA



DOITASUN HANDIA
ZEHAZTASUN HANDIA



DOITASUN TXIKIA
ZEHAZTASUN TXIKIA

2.2 Irudia: Zehaztasunaren eta doitasunaren arteko aldea.

Askotan nahasten diren bi kontzeptu desberdindu behar dira: ***zehaztasuna*** (alborapenaren berri ematen du) eta ***doitasuna*** (ziurgabetasunaren berri ematen du). Kalkulatu edo neurtutako balio batek benetako balioarekin duen hurbiltasuna adierazten du zehaztasunak; doitasunak, berriz, kalkulatu edo neurtutako balio batek era berean kalkulatu edo neurtutako balioarekin duen hurbiltasuna adierazten du. 2.2 Irudian azaltzen da grafikoki bi kontzeptuen azalpena.

Zenbakiekin eragiketa matematikoak egitean, zifra esanguratsu desberdineko zenbakiak erabiltzen dira. Emaitzaren zifra esanguratsua erabilitako zenbakien artean zifra esanguratsu baxuenaren berdina izango da. Zenbaki ez-zehatzak (esperimentalak) erabiltzean, **kontuan izan behar da arau hau**:

- ezkerrean dauden zeroak ez dira zifra esanguratsuak
- eskuinean dauden zeroak zifra esanguratsuak dira

Adibidea

2.5 adibidea

Kalkula dezagun, 1 atm-ko presioan eta 100 ºC-an, 1 ml uretan dagoen molekula kantitatea.
Datuak: Dentsitatea: 0,958 kg/l (balio esperimentala, ez-zehatza)
Pisu atomikoak; (O): 16,00 g/mol ; (H): 1,007 g/mol (ez-zehatzak)
Avogadroren zenbakia, $N_A = 6,0221367\cdot 10^{23}\ mol^{-1}$ (ez-zehatza)

$0,958 = 9,58\cdot 10^{-1}$ kg/l $\rightarrow$ 3 zifra esanguratsu
16,00 g/mol $\rightarrow$ 4 zifra esanguratsu
1,007 g/mol $\rightarrow$ 4 zifra esanguratsu
$6,0221367\cdot 10^{23}\ mol^{-1}$ $\rightarrow$ 8 zifra esanguratsu

Nola egiten dira eragiketak zifra esanguratsuekin?

- Batuketa/kenketa baten zifra esanguratsuak zifra esanguratsu gutxien dituen batugaiarenak dira.

  Pisu molekularra = 16,00 (4 ze) + 1,007 (4 ze) + 1,007 (4 ze) = 18,01 (4 ze)

- Biderketa/zatiketa baten zifra esanguratsuak zifra esanguratsu gutxien dituen biderkagaiarenak dira.

$$\left(\underbrace{0,958\ \cancel{g}}_{3ZE}\right)\cdot\left(\underbrace{\frac{1\ \cancel{mol}}{16,00+2\cdot 1,007\ \cancel{g}}}_{4ZE}\right)\cdot\left(\underbrace{\frac{6,0221367\cdot 10^{23}}{1\ \cancel{mol}}}_{8ZE}\right) = 3,20333534\cdot 10^{22} \rightarrow 3,20\cdot 10^{22}\ \text{molekula}$$

(3 ze)

2.61.1 Biribilketak

Emaitzaren zenbaki bat edo gehiago baztertu egiten dira, zehaztasunik ezaren maila bermatzeko. **Biribilketak egiteko arauak hauek dira**:

- Azken zifra esanguratsuaren ondorengo zifra ez-esanguratsua 5 baino handiagoa (txikiagoa) bada, azken zifra esanguratsua gora (behera) biribiltzen da.
- Adibidez: 3 zifra esanguratsu baditu eta emaitza 2,571 bada, 2,57ra biribiltzen da. Era berean, emaitza 2,577 bada, 2,58ra biribiltzen da.

- Azken zifra esanguratsuaren ondorengo zifra ez-esanguratsua 5 bada, azken zifra esanguratsua zenbaki bikoitira biribiltzen da.

  Adibidez: 3 zifra esanguratsu baditu eta emaitza 2,575 bada, 2,58ra biribiltzen da. Era berean, emaitza 2,565 bada, 2,56ra biribiltzen da.