CPU:
ALGORITMO ETA PROZESADORE ARITMETIKOAK

2. gaia

Eragigaiak / emaitza: **adierazpide-sistema**
adierazpidearen tartea

Emaitzak: zenbakiak
balio logikoak
adierazleak

Eragiketa-kodea

ADIERAZPIDE-SISTEMAK

- x zenbakia $\Rightarrow$

  digitu-bektorea: $x = (X_{n-1}X_{n-2}...X_1X_0)$

- n digitu $\Rightarrow$ zenbaki-kopurua mugatua
- Adierazpide-sistemak:
  - *Balio-multzo* digituentzat:

    {0, 1, ... , r-1 }, r oinarria Sistema kanonikoa
  - *Interpretazio-erregela*:

    pisu-sistema

    oinarri finkoa $$x = \sum_{i=0}^{n-1} X_i r^i$$

$\mathbb{N}$: ZENBAKI ARRUNTAK

- *n* digitu $\Rightarrow$ TARTEA $[0, ..., r^n\text{-}1]$

$$x = \sum_{i=0}^{n-1} X_i r^i$$

- Digituak lortzeko:
    - zatiketak *r* oinarriarekin:

hondarrak X_i digituak

ZEINU-MAGNITUDEA

- Pisu altueneko digitua zeinurako

  $X_{n-1} = 0 \rightarrow x > 0$ / $X_{n-1} = r-1 \rightarrow x < 0$

- Gainontzeko digituak magnituderako

$$|x| = \sum_{i=0}^{n-2} X_i r^i$$

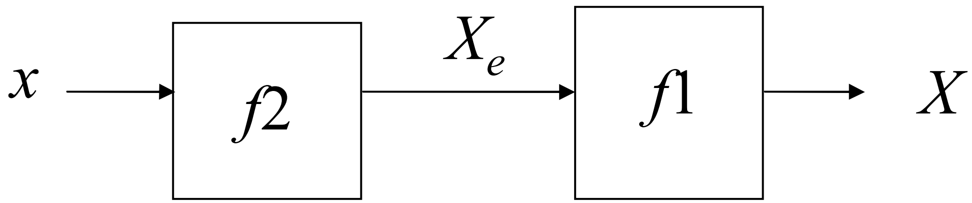
- Ezaugarriak

  0 zenbakiak bi adierazpen ditu: +0, -0

  Tarte simetrikoa $[-(r^{n-1}-1), ..., +(r^{n-1}-1)]$

$\mathbb{Z}$: ZENBAKI OSOAK

OSAGARRIEN BIDEZKO SIST.



f2 funtzioa:

$|x|_{max} < C/2$

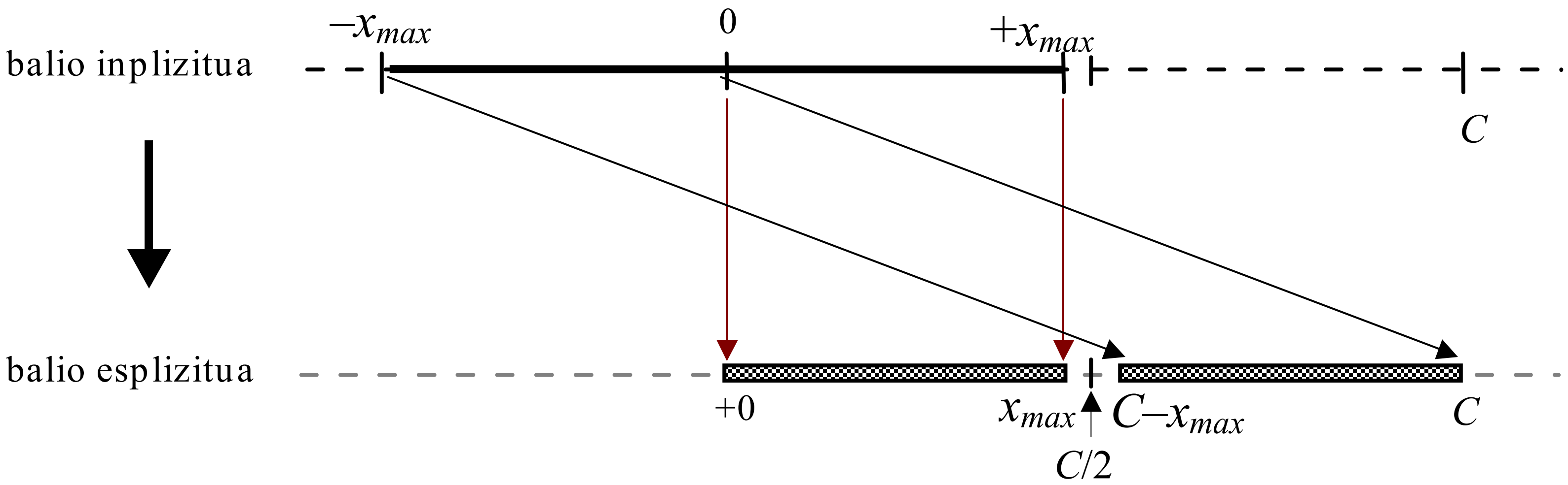
Xe = x baldin x ≥ 0

Xe = C -|x| baldin x < 0 "C": *osatze-konstantea*

Xe baldin badugu x lortzeko:

x = Xe baldin Xe < C/2

x = Xe - C baldin Xe ≥ C/2


balio inplizitua
$-x_{max}$
0
$+x_{max}$
C
balio esplizitua
+0
x_{max}
$C/2$
$C-x_{max}$
C

$\mathbb{Z}$: ZENBAKI OSOAK

OSAGARRIEN BIDEZKO SIST.

C konstantearen arabera adierazpide desberdinak:

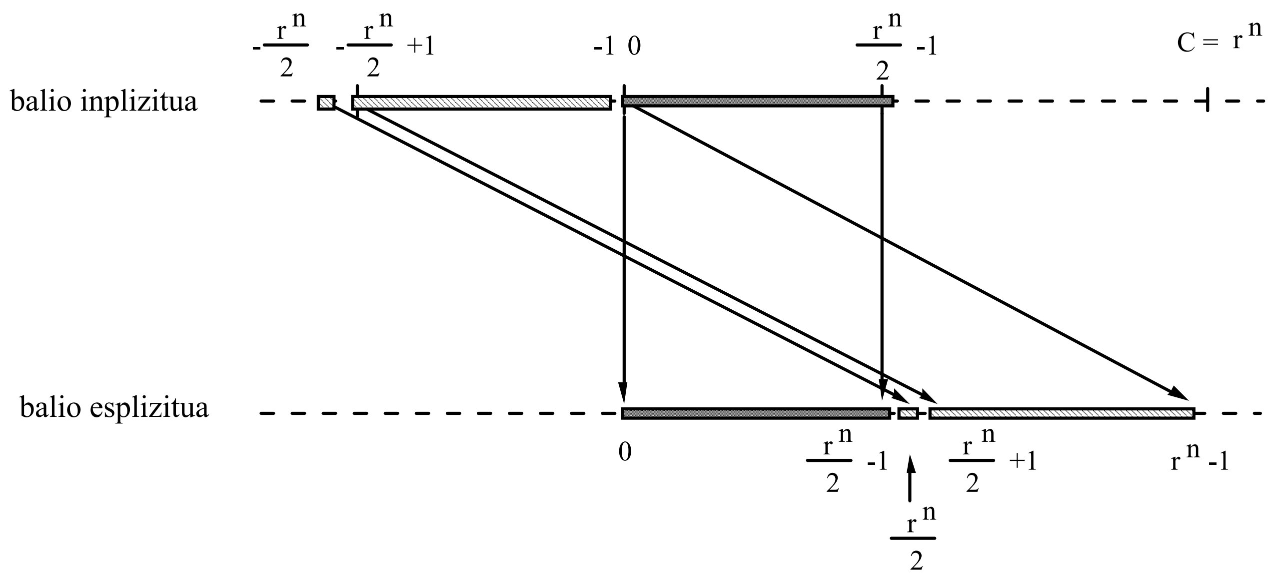
$C = r^n$ OINARRIRAKO OSAGARRIA (2rako osagarria)

$C = r^n - 1$ OINARRI MURRIZTURAKO OSAG.

(1erako osagarria)

OSAGARRIEN BIDEZKO SISTEMAK

OINARRIRAKO OSAGARRIA



- Tarte asimetrikoa
- 0 zenbakiak adierazpen bakarra

OINARRIRAKO OSAGARRIA

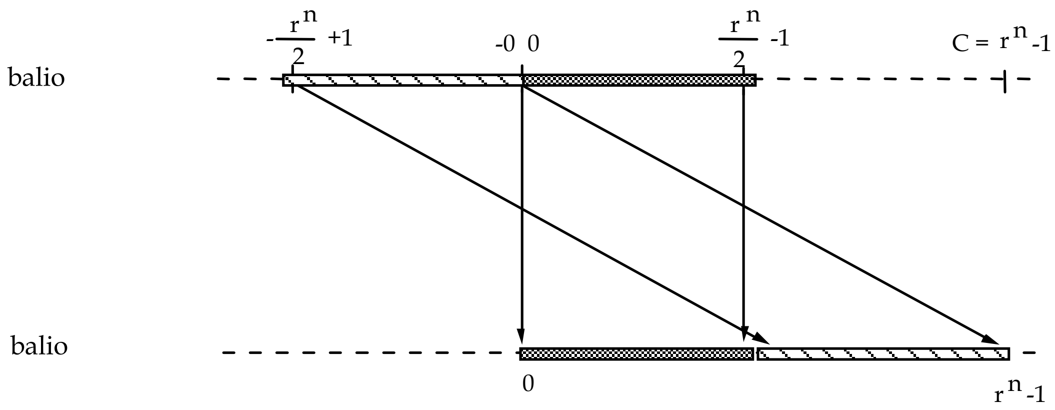
- Digitu-bektorea emanik:

$X_{n-1} < r/2 \rightarrow x>0$ $\qquad x = Xe = \sum_{i=0}^{n-1} X_i r^i$

$X_{n-1} \geq r/2 \rightarrow x<0$ $\qquad x = Xe - C = \sum_{i=0}^{n-1} X_i r^i - r^n$

OSAGARRIEN BIDEZKO SISTEMAK

OINARRI MURRIZTURAKO OSAG.



- Tarte simetrikoa
- 0 zenbakiak adierazpen bikoitza

OINARRI MURRIZTURAKO OSAG.

- Digitu-bektorea emanik:

$X_{n-1} < r/2 \rightarrow x>0$ $\quad x = Xe = \sum_{i=0}^{n-1} X_i r^i$

$X_{n-1} \geq r/2 \rightarrow x<0$

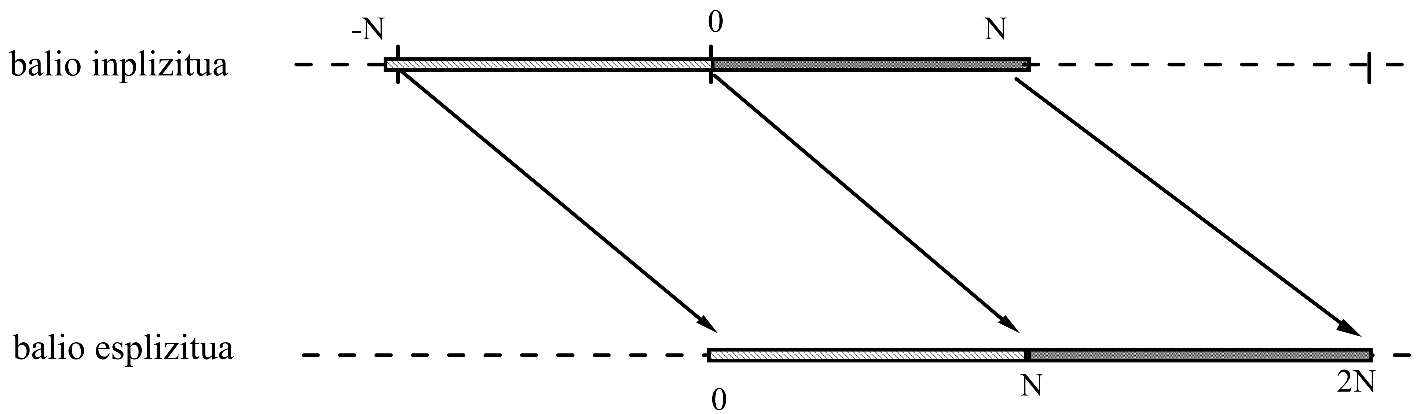
$$x = Xe - C = \sum_{i=0}^{n-1} X_i r^i - (r^n - 1)$$

$\mathbb{Z}$: ZENBAKI OSOAK

DESPLAZATUTAKO ADIERAZPIDEA

$$x \xRightarrow{f2} Xe \xRightarrow{f1} X$$

f2 funtzioa: $Xe = x+N$



N? $N = r^n/2$ edo $N = r^n/2 - 1$

ZEINUAREN DETEKZIOA

- Zeinu-magnitude: X_{n-1} digituak
- Osagarrien sistemetan:

$Xe \geq C/2 \Rightarrow$ negatiboa / $Xe < C/2 \Rightarrow$ positiboa

$X_{n-1} \geq r/2 \Rightarrow Xe \geq C/2 \Rightarrow$ negatiboa

$X_{n-1} < r/2 \Rightarrow Xe < C/2 \Rightarrow$ positiboa

- Desplazatutako adierazpidean:

$Xe \geq N \Rightarrow$ positiboa / $Xe < N \Rightarrow$ negatiboa

$X_{n-1} \geq r/2 \Rightarrow Xe \geq N \Rightarrow$ positiboa

$X_{n-1} < r/2 \Rightarrow Xe < N \Rightarrow$ negatiboa

ADIERAZPIDE-TARTEEN ZABALTZEA (r = 2)

- Zeinu-magnitude adierazpidea
  - zeinu-bita mantendu
  - magnitudea 0z osatu
- Osagarrien bidezko sistemetan
  - pisu altueneko bita errepikatu

Koma finkoko zenbaki errealen adierazpidea

$$X = (\underbrace{X_{n-1} \ldots X_1 X_0}_{\text{Osoko zatia (n digitu)}}, \underbrace{X_{-1} \ldots X_{-k}}_{\text{zatikizkoa (k digitu)}})$$

- Zatikizko alderdiko digituen pisua honakoa da: $(r^{-1}, r^{-2}, \ldots, r^{-k})$.

Koma finkoko zenbaki errealen adierazpidea

- **Zeinu/magnitudea**: digitu bat zeinurako eta besteak magnituderako.
- **Oinarrirako osagarria**

$C = r^n$

$x \geq 0 \rightarrow Xe = x$

$x < 0 \rightarrow Xe = r^n - |x|$

- **Oinarri murrizturako osagarria**.

$C = r^n - r^k$

$x \geq 0 \rightarrow Xe = x$

$x < 0 \rightarrow Xe = (r^n - r^{-k}) - |x|$

Z: BATUKETA ETA KENKETA

- *x-y= x+(-y)* Aztertuko ditugu: batuketa
  zeinu-aldaketa
- Zeinu-magnitudea: batuketa
  algoritmo konplikatua:
  magnitudeak konparatu
  magnitudeak batu edo kendu ordena kontuan hartuz
- Zeinu-magnitudea: zeinu aldaketa
  erraza oso: zeinu-digitua aldatu

BATUKETA OSAGARRIEN SISTEMETAN

- Demagun $|x+y| < C/2$ (gainezkatzerik ez)
- $Ze = (Xe+Ye) \ mod \ C$
- Izan dadin $Ze = Xe+Ye \quad 0 \leq Ze \leq 2C$
- $Ze \ mod \ C$:

$$\begin{cases} Ze & \text{baldin } Ze < C \\ Ze - C & \text{baldin } C \leq Ze \leq 2C \end{cases}$$

- Konplexutasuna: C-ren araberakoa

Adibidea

x	**y**	**Xe**	**Ye**	**Be**	**b**
13	9	13	9	22	22
13	-9	13	55	68 mod 64 = 4	4
-13	9	51	9	60	-4
-13	-9	51	55	106 mod 64 = 42	-22

BATUKETA Oinarrirako Osagarrian $C=r^n$

Ze adierazteko n+1 digitu

baldin $Ze < r^n : (0, Z_{n-1}, ..., Z_0)$

$Ze \textit{ mod } r^n = Ze$

baldin $Ze \geq r^n : (\mathbf{1}, Z_{n-1}, ..., Z_0)$

$Ze \textit{ mod } r^n = Ze - r^n$

beraz, Z_n, pisu altueneko bita ahaztuko dugu

$$(\cancel{Z_n}, Z_{n-1}, ..., Z_0)$$

2 oinarrian, bururakoa ahaztu

BATUKETA Oinarri Murrizturako Osagarrian
$C = r^n - 1$

Ze adierazteko n+1 digitu

$Ze < r^n - 1: (0, Z_{n-1}, ..., Z_0)$ Ze *mod* $r^n - 1 = Ze$

$Ze = r^n - 1: (0, r-1, ..., r-1)$ Ze *mod* $r^n - 1 = 0$

$Ze > r^n - 1: (1, Z_{n-1}, ..., Z_0)$

Ze *mod* $r^n - 1 = Ze - (r^n - 1) = Ze - r^n + 1$

$$(\cancel{1}, Z_{n-1}, ..., Z_0)$$

2 oinarrian, bururakoa berrelikatu

ZEINU-ALDAKETA OSAGARRIEN SISTEMETAN

- $z = -x \Rightarrow Ze = C - Xe$
- O.M.O: $Ze = r^n - 1 - Xe$

$$
\begin{array}{ll}
r^n - 1 & (r-1,\ r-1,\ \ldots,\ r-1) \\
 & -\ (X_{n-1},\ X_{n-2},\ \ldots,\ X_0) \\
\hline
\text{ERRAZA !!} & (Z_{n-1},\ Z_{n-2},\ \ldots,\ Z_0)
\end{array}
$$

- O.O: $Ze = r^n - Xe = r^n - 1 - Xe + 1$

$$
\begin{array}{lcl}
r^n\ (1,\ 0,\ 0,\ \ldots,\ 0) & & (r-1,\ r-1,\ \ldots,\ r-1) \\
(X_{n-1}, X_{n-1}, X_{n-2},\ \ldots,\ X_0) & \Leftrightarrow & -(X_{n-1},\ X_{n-2},\ \ldots,\ X_0) \\
 & & +(0,\ 0,\ \ldots,\ 1)
\end{array}
$$

GAINEZKADAREN DETEKZIOA

- Arruntak: erraza, bururakoaren bitartez

  batuketan: Cout = 1 GAINEZKADA

  kenketan: Cout = 0 GAINEZKADA

- Zeinu-magnitudea: naturalak bezala
- Oinarrirako Osagarrian:

$$OVF = \overline{X}_{n-1}\overline{Y}_{n-1}B_{n-1} + X_{n-1}Y_{n-1}\overline{B}_{n-1}$$

$$OVF = C_n \oplus C_{n-1}$$

- Oinarri Murrizturako Osagarrian:

$$OVF = \overline{X}_{n-1}\overline{Y}_{n-1}B_{n-1} + X_{n-1}Y_{n-1}\overline{B}_{n-1}$$

RCA (Ripple Carry Adder) batugailua

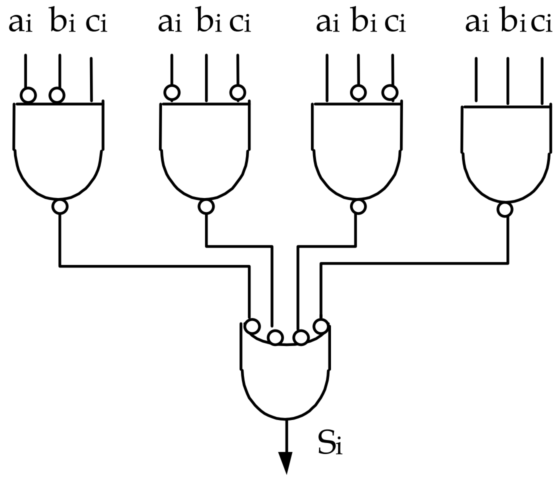
ai	bi	ci	Ci+1	si
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

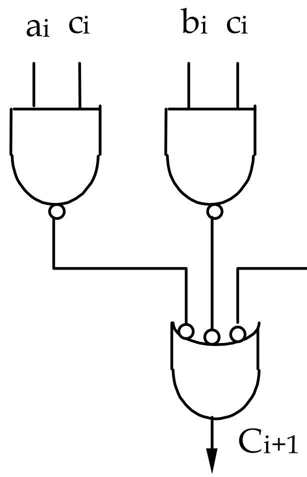
RCA batugailua (serieko batugailua)

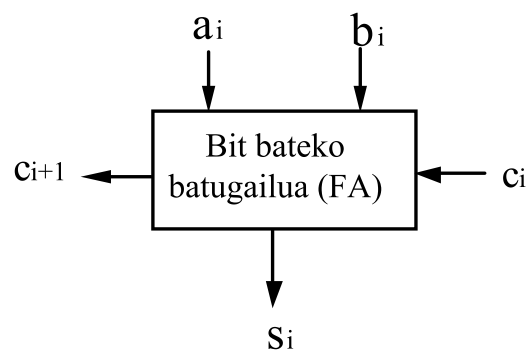
- Bit bateko batugailua: 2Δ-ko atzerapena

$$s_i = a_i \oplus b_i \oplus c_i$$

$$c_{i+1} = a_i b_i + (a_i + b_i) c_i = a_i b_i + (a_i \oplus b_i) c_i$$



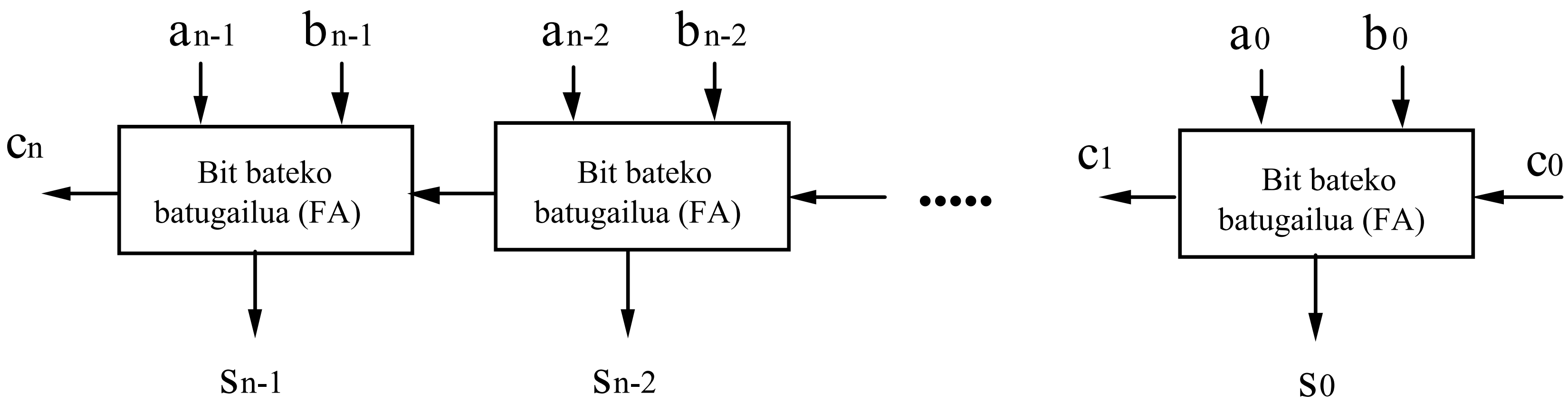


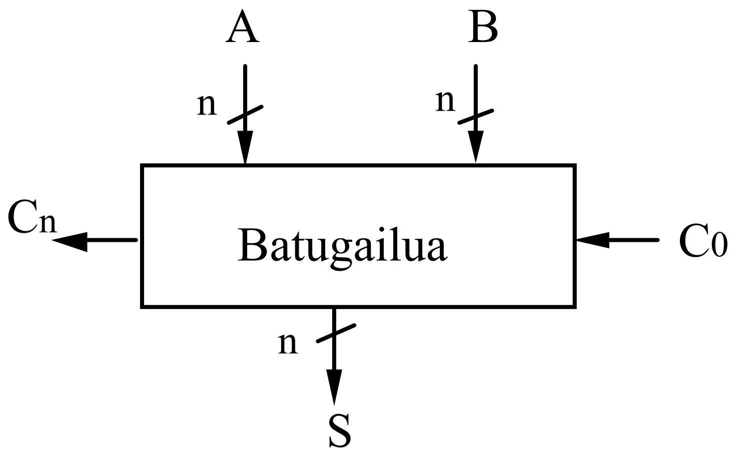


RCA batugailua (serieko batugailua)

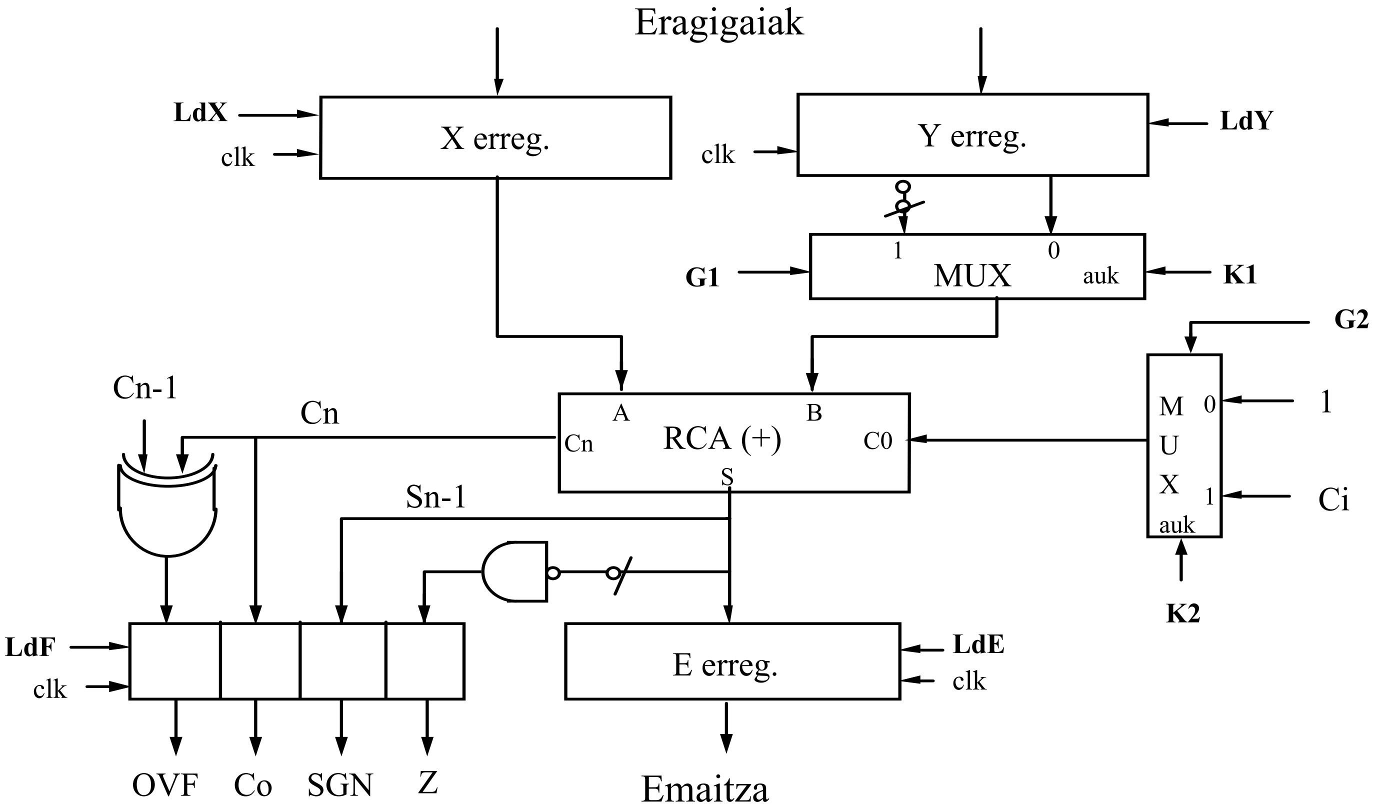
- n biteko batugailua:

  2nΔ-ko atzerapena (kasurik okerrena)





Batutzaile-kentzaile bat 2rako osagarrian



BATUGAILU AZKARRAK

- RCA batugailua $\Rightarrow$ $2n\Delta$
- Adibidea: beti denbora bera ez
- NOLA AZKARTU BATUKETA?
- Atzerapena: bururakoari dagokio
- Ezin da bururakoen kalkulua aurreratu?

CLA BATUGAILUA

(Carry Look Ahead)

A_i	B_i	C_i	C_{i+1}	
0	0	0/1	0	ez da sortzen / ez da hedatzen
0	1	0/1	0/1	Ci baldin badago, **hedatzen** da
1	0	0/1	0/1	Ci baldin badago, **hedatzen** da
1	1	0/1	1	bururakoa **sortzen** da

Bururakoaren **sortzailea** $G_i = A_i\, B_i$ (generator)

Bururakoaren **hedatzailea** $P_i = A_i \oplus B_i$ (propagator)

$$\mathbf{S_i} = A_i \oplus B_i \oplus C_i = \mathbf{P_i} \oplus \mathbf{C_i}$$

$$\mathbf{C_{i+1}} = A_i\, B_i + C_i\,(A_i \oplus B_i) = \mathbf{G_i + P_i\, C_i}$$

$$C_1 = G_0 + C_0 P_0$$

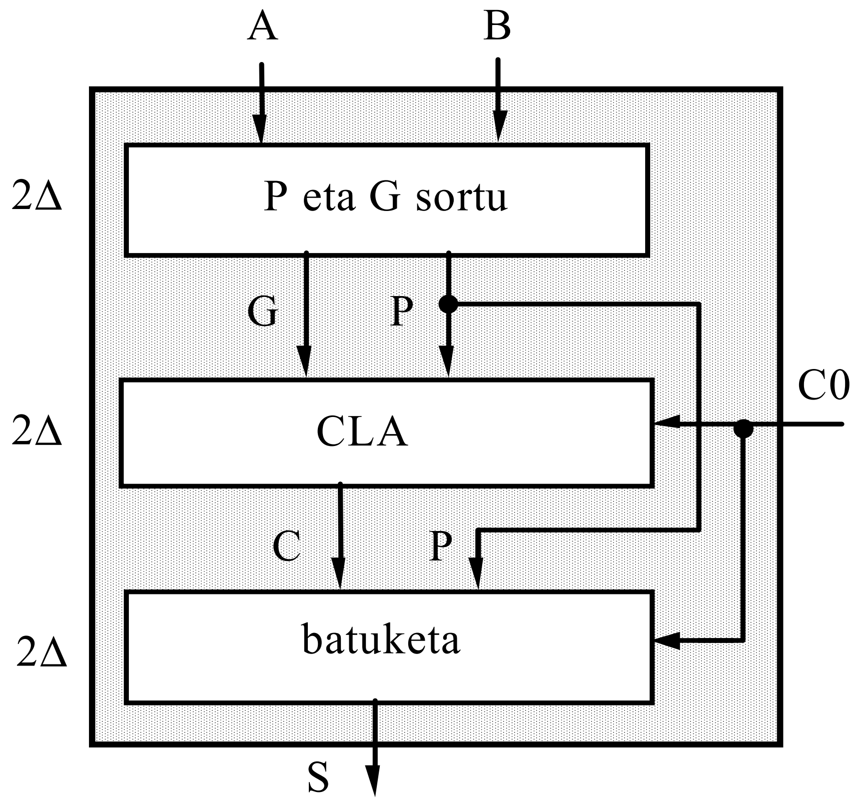
$$C_2 = G_1 + C_1 P_1 = G_1 + G_0 P_1 + C_0 P_0 P_1$$

$$C_3 = G_2 + C_2 P_2 = G_2 + G_1 P_2 + G_0 P_1 P_2 + C_0 P_0 P_1 P_2$$

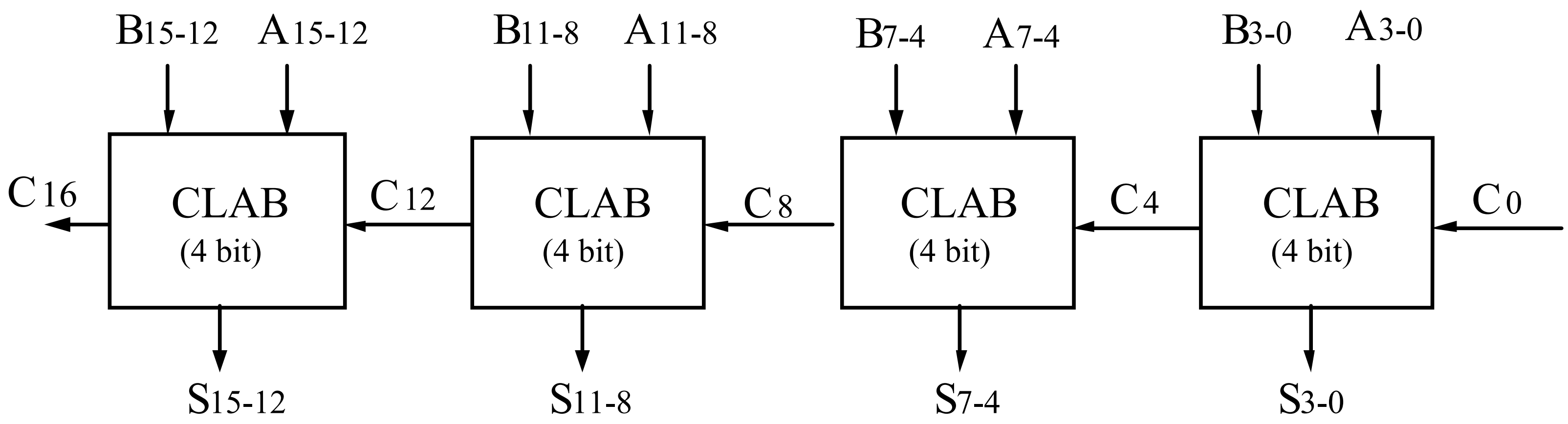
$$C_{i+1} = G_i + G_{i-1} \prod_{j=i}^{i} P_j + G_{i-2} \prod_{j=i-1}^{i} P_j + \ldots. + G_0 \prod_{j=1}^{i} P_j + C_0 \prod_{j=0}^{i} P_j$$

KONTUZ!!

Bit-kopuru mugatua



- Bit-kopurua, *"n"*, handia bada:



- Ez da ohikoa

Maila anitzeko CLA egiturak

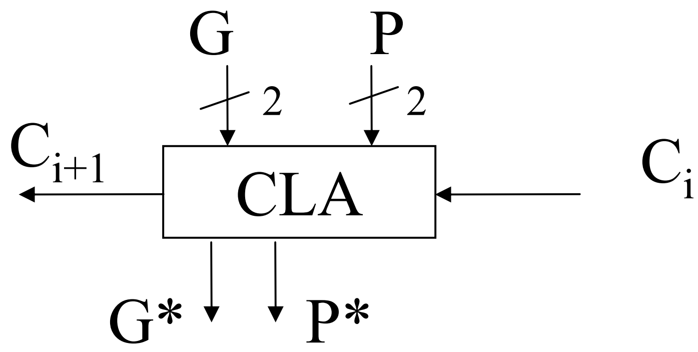
- CLA zatia, bururakoak sortzen ditu
- Suposa dezagun 2 biteko CLA:

$$C_1 = G_0 + C_0 P_0$$
$$C_2 = G_1 + C_1 P_1 = G_1 + G_0 P_1 + C_0 P_0 P_1$$

- Berridatz daiteke irteerako C_2:

$$C_2 = G^* + C_0 P^* \quad \text{non} \qquad G^* = G_1 + G_0 P_1$$
$$P^* = P_0 P_1$$

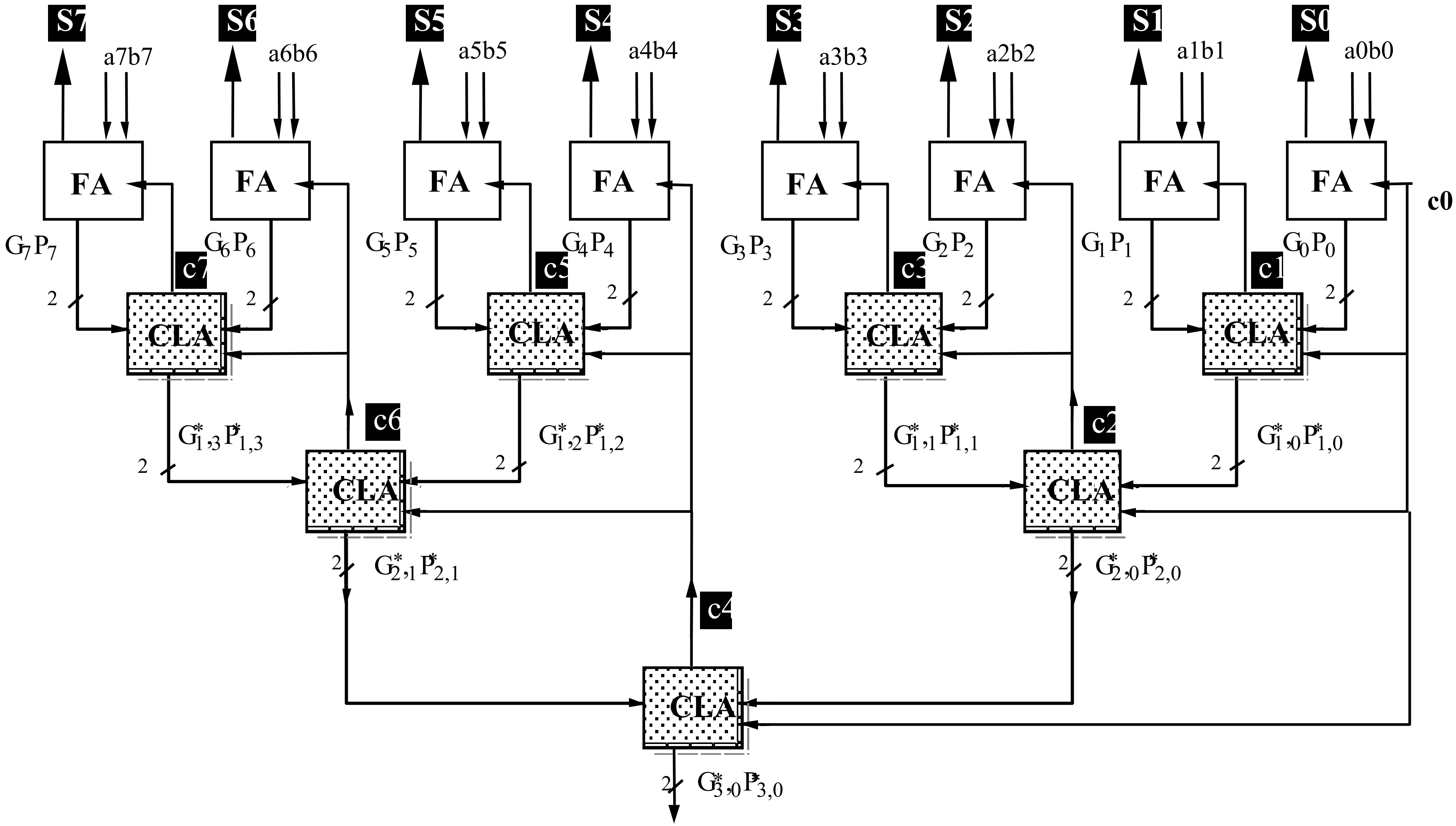
- eta bloke berria eraiki



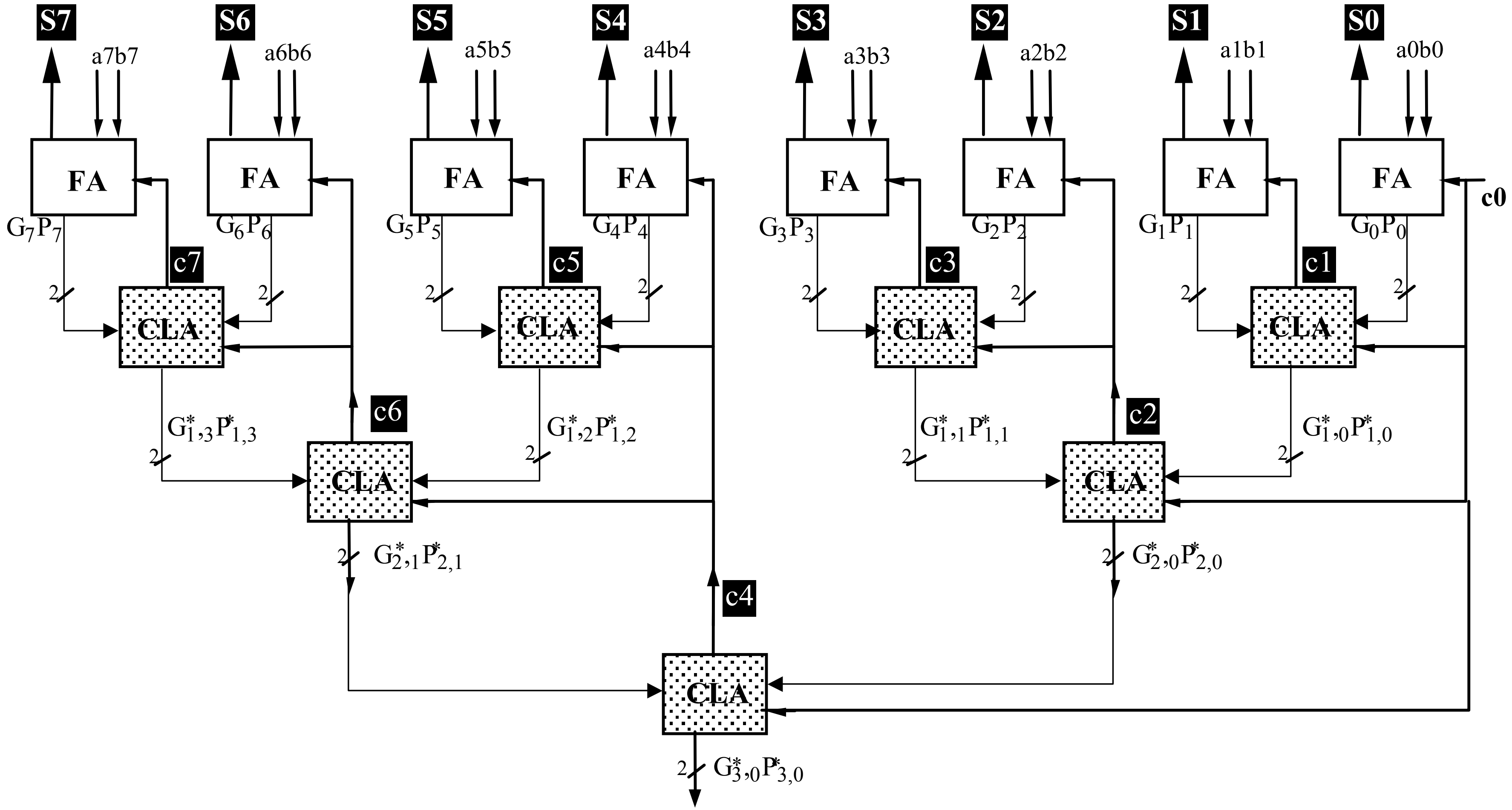
$$G^* = G_1 + G_0\,P_1$$
$$P^* = P_0\,P_1$$
$$C_{i+1} = G_0 + C_i\,P_0$$

- Atzerapena: 2Δ

- Zirkuitu hauetan oinarrituz batugailu berria eraiki dezakegu

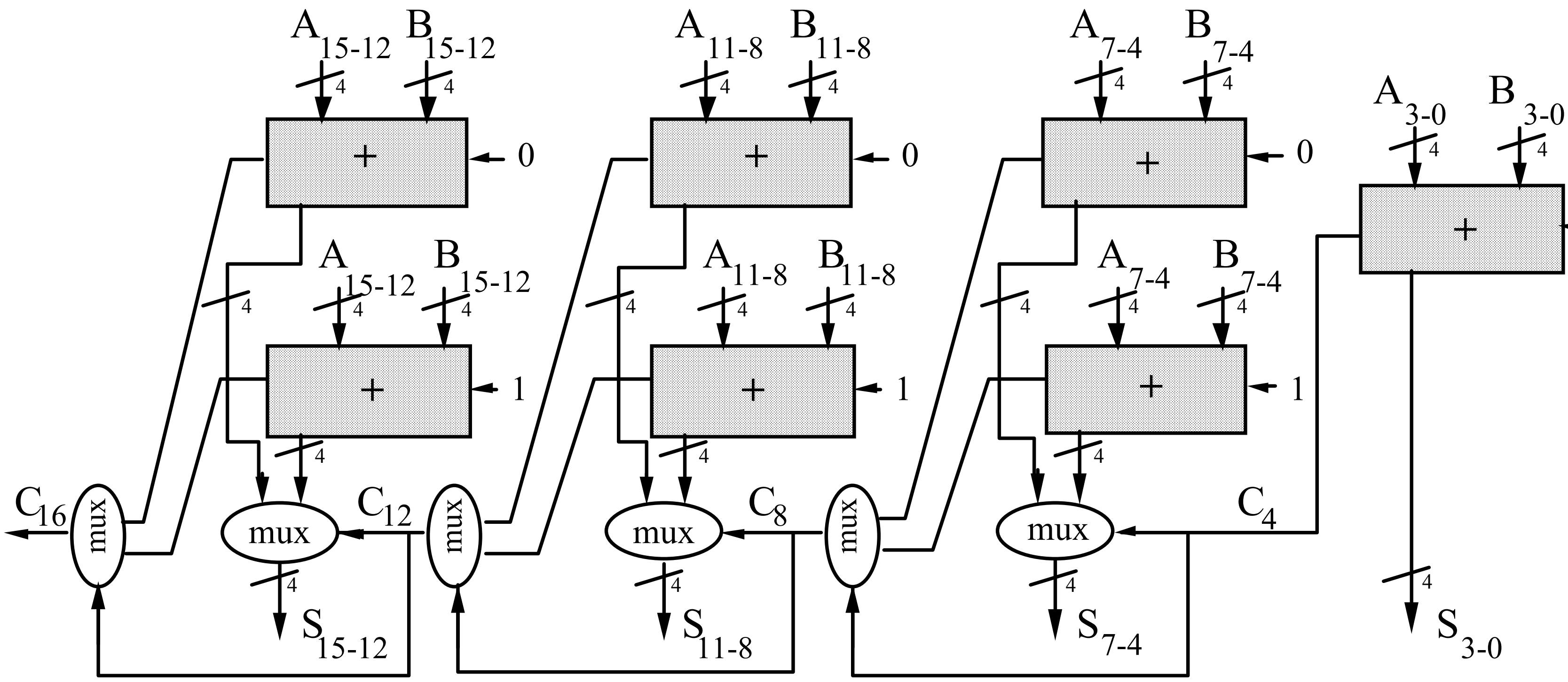


$$t = 4\Delta\lceil \log_m n \rceil + 2\Delta$$


S7
S6
S5
S4
S3
S2
S1
S0
a7b7
a6b6
a5b5
a4b4
a3b3
a2b2
a1b1
a0b0
FA
c0
G_7P_7
G_6P_6
G_5P_5
G_4P_4
G_3P_3
G_2P_2
G_1P_1
G_0P_0
c7
c5
c3
c1
CLA
$G^*_{1,3}P^*_{1,3}$
$G^*_{1,2}P^*_{1,2}$
$G^*_{1,1}P^*_{1,1}$
$G^*_{1,0}P^*_{1,0}$
c6
c2
$G^*_{2,1}P^*_{2,1}$
$G^*_{2,0}P^*_{2,0}$
c4
$G^*_{3,0}P^*_{3,0}$
2

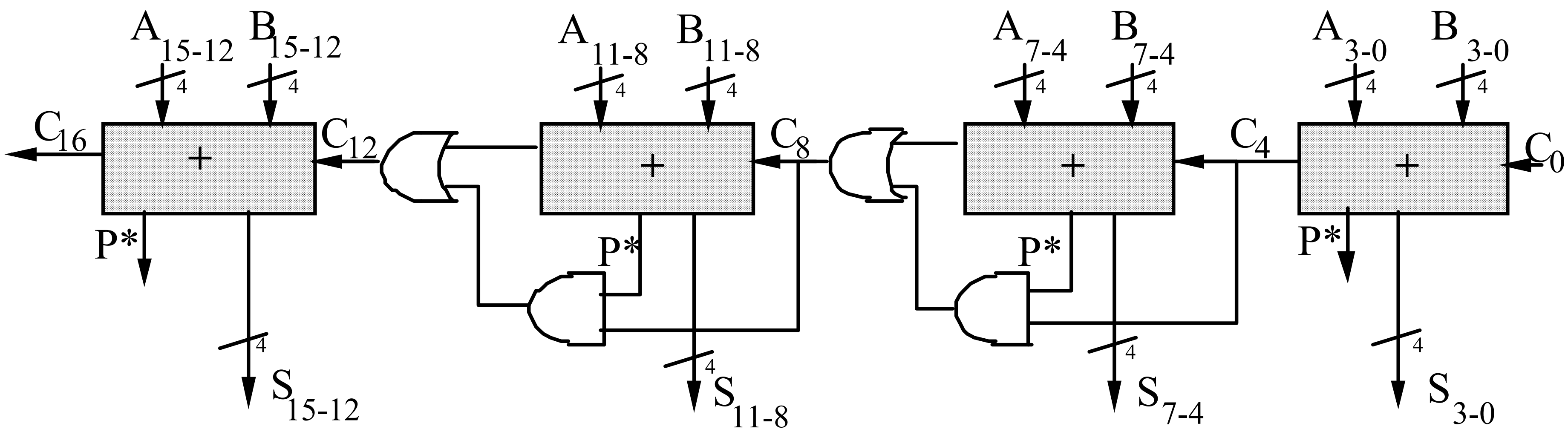
CARRY-SELECT BATUGAILUA

- 16 biteko batugailua

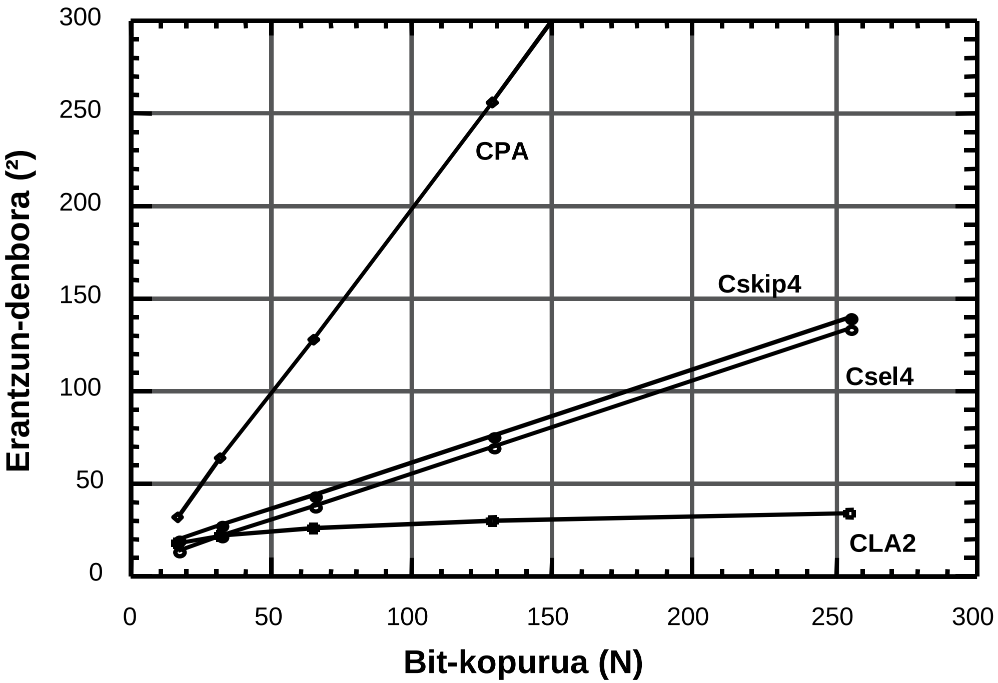


CARRY-SKIP BATUGAILUA

- 16 biteko batugailua

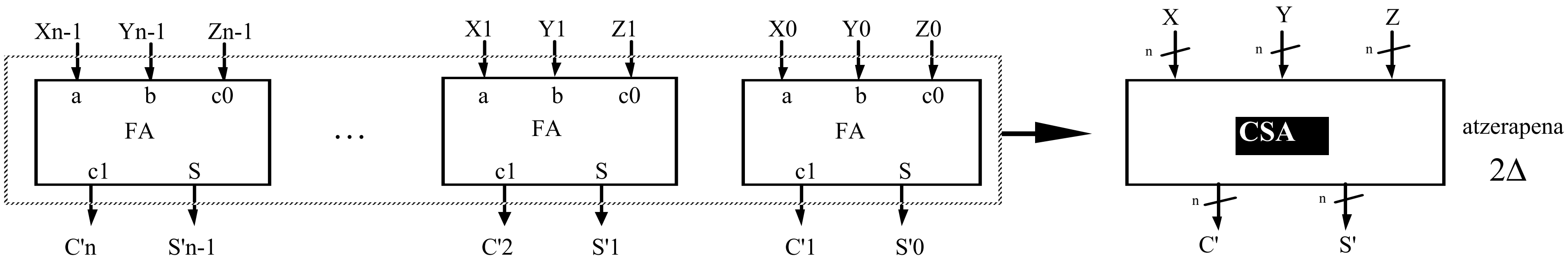


Batugailua	Erantzun-denbora	n = 64 bit	n = 128 bit
RCA	$2n\Delta$	128Δ	256Δ
CLA (2 bitekoa)	$4\Delta\log_2 n + 2\Delta$	26Δ	30Δ
Carry Select (k=4)	$\left(k+\frac{n}{k}-1\right)*2\Delta$	38Δ	70Δ
Carry Skip (k=4)	$\left(2k+\frac{n}{k}-2\right)*2\Delta$	44Δ	76Δ



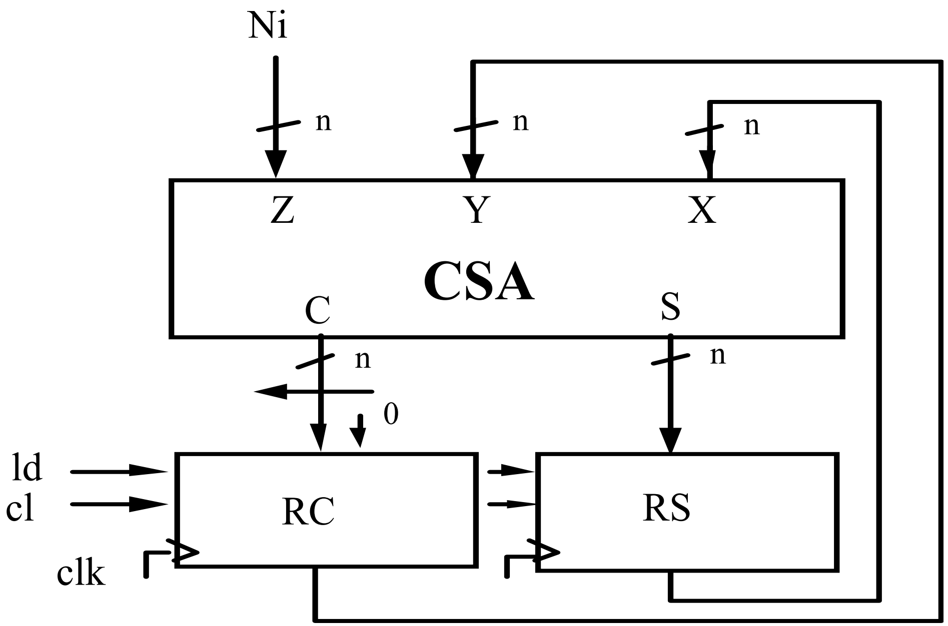
ERAGIGAI ANITZEKO BATUGAILUAK
CSA (carry save adder)

- FA arruntak, baina bururakoaren sarreran 3. zenbaki bat



- Eragigai asko batu eraginkortasunez:
  - CSA bakarra. Algoritmo iteratiboa
  - Maila anitzeko CSA batugailuak
  - Tarteko aukera

ALGORITMO ITERATIBOA



Adibidea:

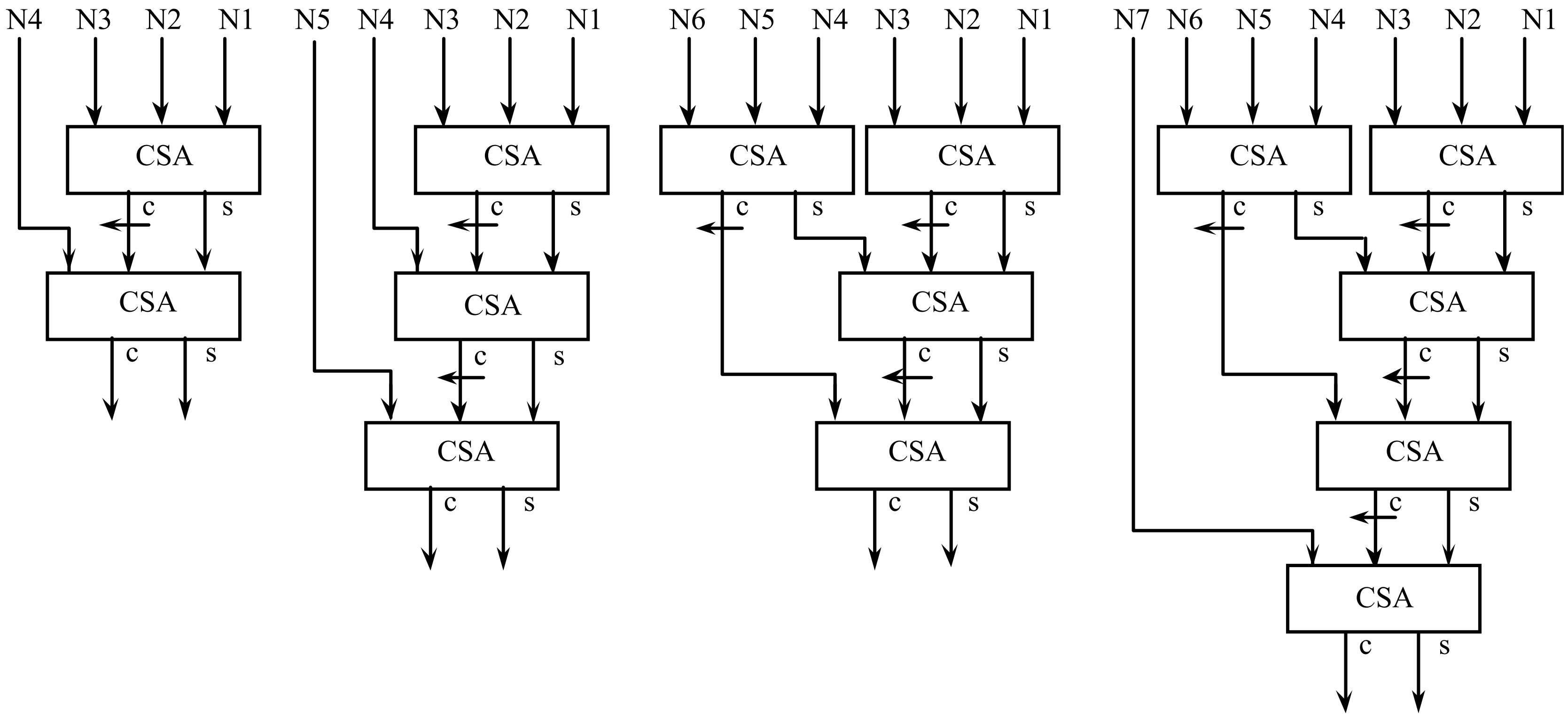
z1= 01010

z2= 00111

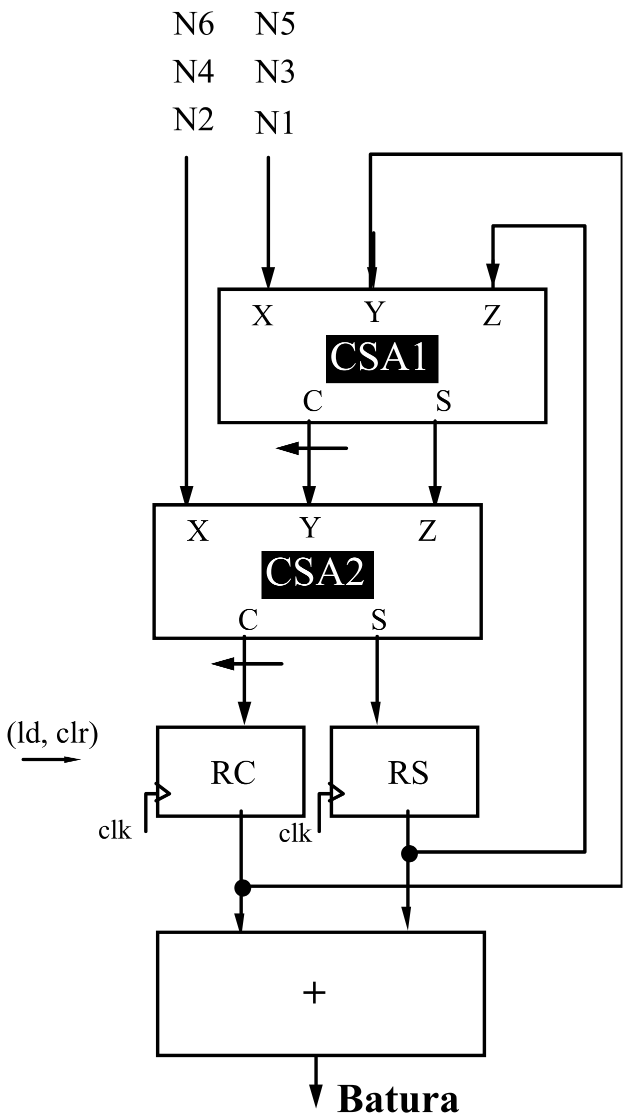
z3= 01000

z4= 00011

MAILA ANITZEKO CSA-k
WALLACEREN ARBOLAK



MAILA ANITZEKO BATUGAILU ITERATIBOA



GAINEZKADA *CSA* BATUGAILUETAN

- Zenbaki Naturalak
  - Erraza

- Zenbaki Osoak (2rako osagarrian)
  - Kontuz

$$OVF = C_n \oplus C_{n-1} \qquad \text{EZ!!}$$

$$OVF = S_n \oplus S_{n-1} \qquad \text{EZTA!!}$$

BIDERKETA

- Biderketa: batuketa eta desplazamendua
- Desplazamenduak 2rako osagarrian

$\longleftarrow$EZKERRETARA $\Leftrightarrow$ *2

Kontuz zeinuarekin

0 eskuinetik

$\longrightarrow$ESKUINETARA $\Leftrightarrow$ /2

Ezkerretik pisu altueneko bita

ZENBAKI NATURALEN BIDERKETA

$$x * y = x\sum_{i=0}^{n-1} r^i Y_i = \sum_{i=0}^{n-1} x r^i Y_i = xY_0 + xY_1 r + xY_2 r^2 + \ldots + xY_{n-1} r^{n-1}$$

$$\begin{array}{rrrrrrrl}
 & & & X_3 & X_2 & X_1 & X_0 & \\
 & & & Y_3 & Y_2 & Y_1 & Y_0 & \\
\hline
 & & & X_3Y_0 & X_2Y_0 & X_1Y_0 & X_0Y_0 & x\,Y_0 \\
 & & X_3Y_1 & X_2Y_1 & X_1Y_1 & X_0Y_1 & & x\,Y_1\,r \\
 & X_3Y_2 & X_2Y_2 & X_1Y_2 & X_0Y_2 & & & x\,Y_2\,r^2 \\
X_3Y_3 & X_2Y_3 & X_1Y_3 & X_0Y_3 & & & & x\,Y_3\,r^3 \\
\hline
\end{array}$$

BATU+DESPLAZATU algoritmoa

Aurreko algoritmoaren gauzatze desberdina:

batuketa partzialak eta desplazamendua eskuinera

$p^{(0)} = 0$

$p^{(j+1)} = (p^{(j)} + r^n \times Y_j)\, 1/r \qquad j = 0, 1, ..., n-1$

$p^{(0)} = 0$

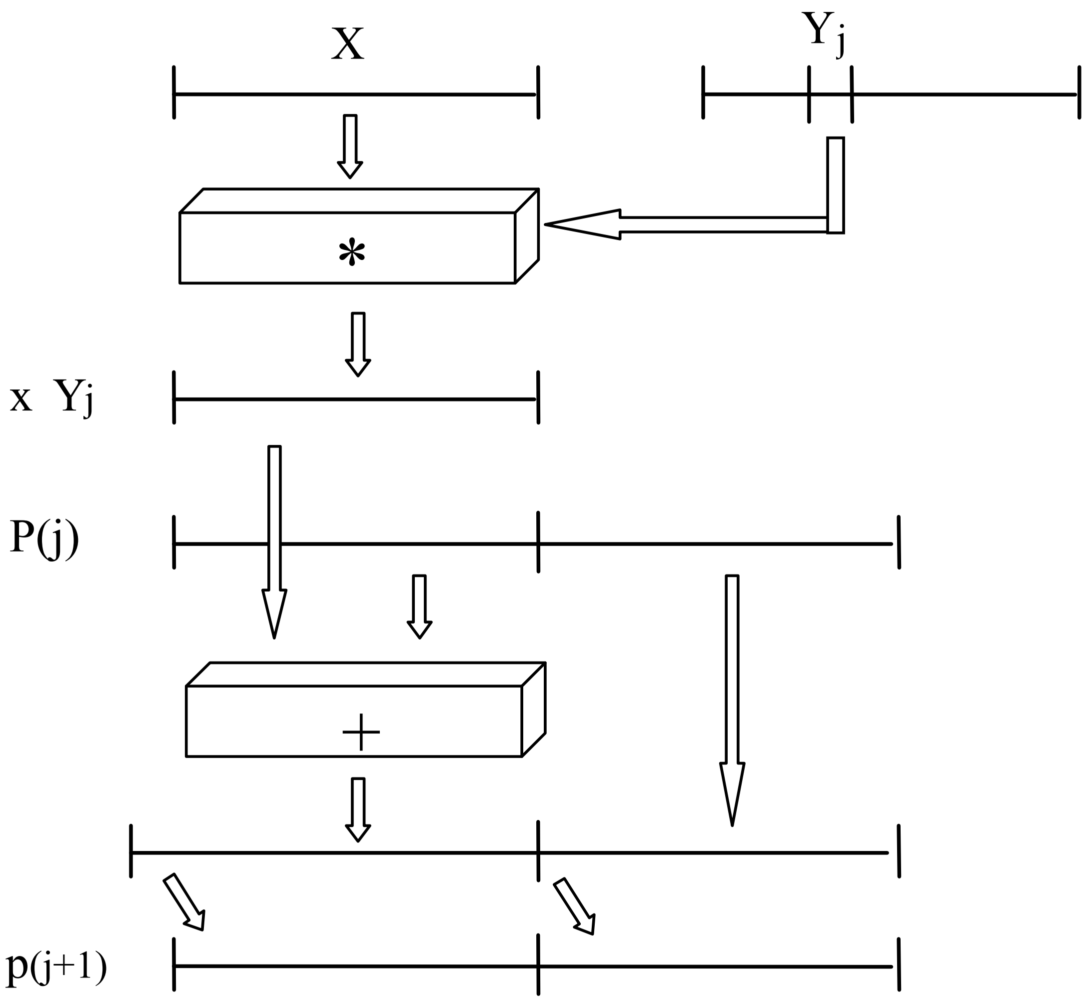
$p^{(1)} = (r^4 \times Y_0)\, 1/r = r^3 \times Y_0$

$P^{(2)} = (r^3 \times Y_0 + r^4 \times Y_1)\, 1/r = r^2 \times Y_0 + r^3 \times Y_1$

$p^{(3)} = (r^2 \times Y_0 + r^3 \times Y_1 + r^4 \times Y_2)\, 1/r = r^1 \times Y_0 + r^2 \times Y_1 + r^3 \times Y_2$

$p^{(4)} = (r^1 \times Y_0 + r^2 \times Y_1 + r^3 \times Y_2 + r^4 \times Y_3)\, 1/r = \times Y_0 + r^1 \times Y_1 + r^2 \times Y_2 + r^3 \times Y_3$

ALGORITMOA



Adibidea:

24 * 5

ZENBAKI OSOEN BIDERKETA 2rako OSAGARRIAN

$$y = Y_e - Y_{n-1} 2^n = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i Y_i - Y_{n-1} 2^n = \sum_{i=0}^{n-2} 2^i Y_i - Y_{n-1} 2^{n-1}$$

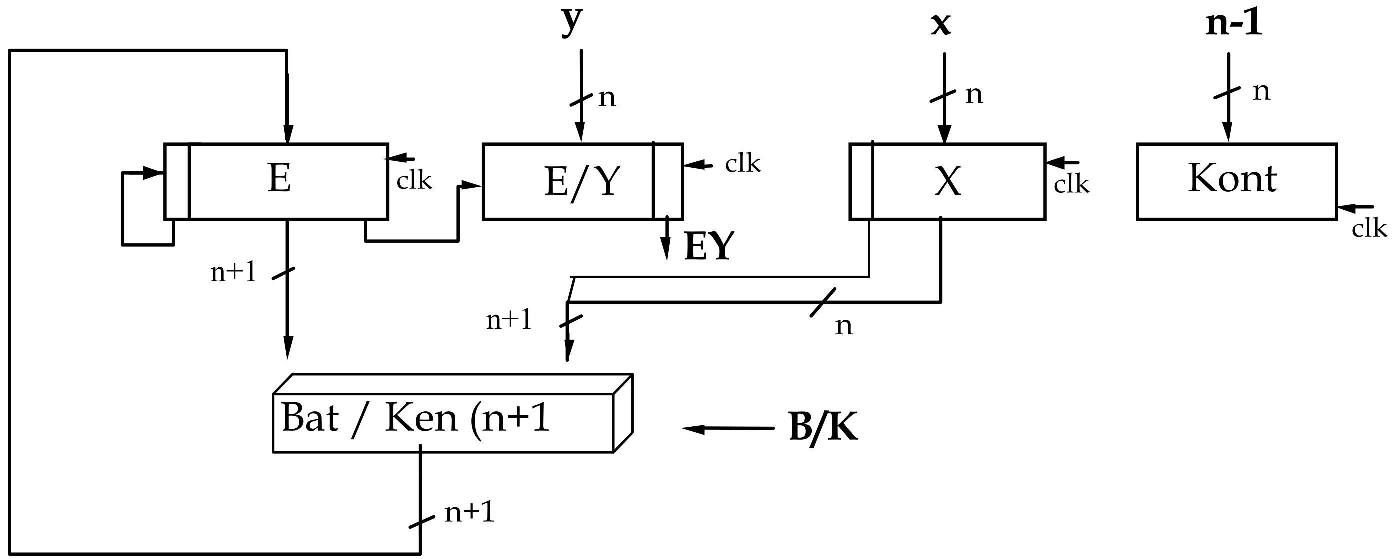
$$x * y = x \sum_{i=0}^{n-2} 2^i Y_i - x Y_{n-1} 2^{n-1}$$

Lehen n-1 urratsetan lehen bezala

Biderkatzailea **negatiboa** bada, azken urratsean “zuzenketa”: batu -(x* 2^{n-1})

GAINEZKATZE BIDERKETAN

Emaitza 2n bitetan eman ezkero ez dago gainezkatzerik



Adibidea: 5 * -6

Booth-en algoritmoa

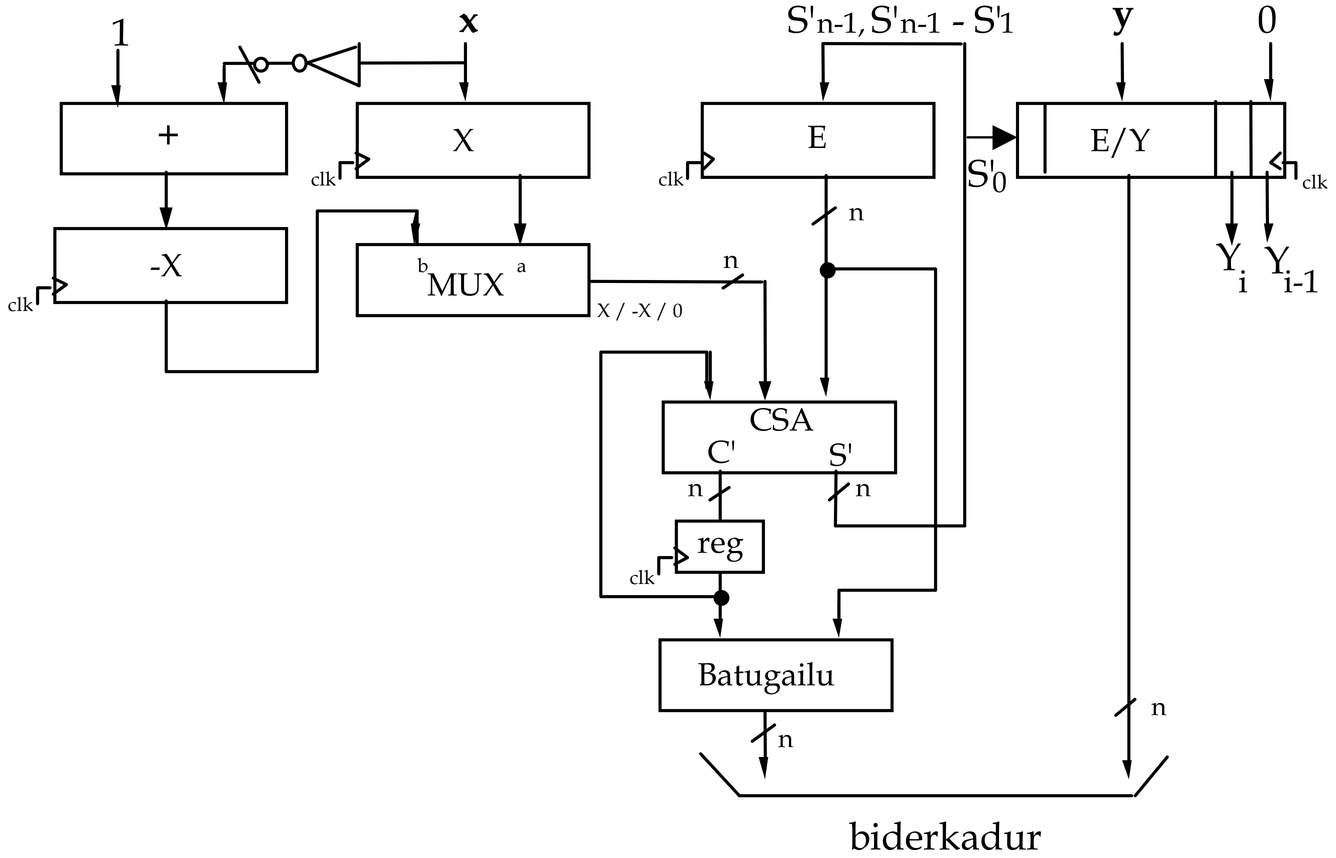
- Tratamendu bera Y positiboa zein negatiboa
- Y "birkodetu" digitu-multzoa izanik: {1, 0, -1}
- Oinarrizko ideia: 1eko kateak desagerrarazi
- Adibideak 15 → 001111 → 01000-1

  -7 → 111001 → 00-101-1
- Taula

X_i	X_{i-1}	→ **Digitu berria**	
0	0	0	
0	1	1	katea amaitzen da
1	0	-1	katea hasten da
1	1	0	

Biderketa azkarrak

- Batuketa azkar egitea: CSA bitartez



Adibidea: -6 * -15

Biderketa azkarrak II

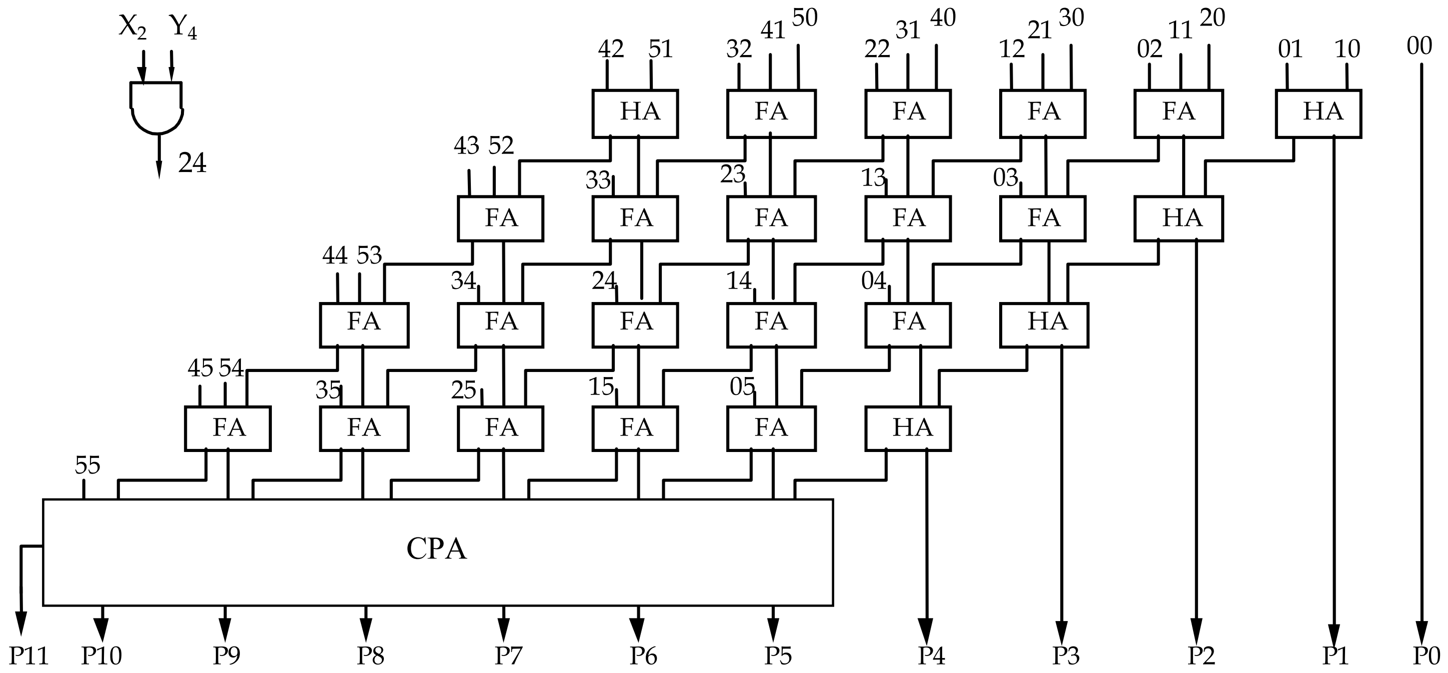
- Ziklo-kopurua txikiagotzea
  - A) Oinarri altuagoa
    - Ez da erabiltzen, multiplo “zailak”
  - B) Boothen algoritmoa 4 oinarrian {-2,-1,0,1,2}

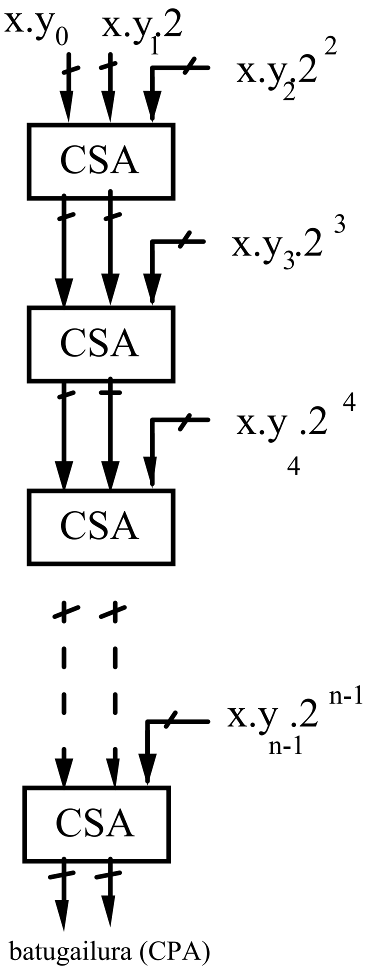
	X_{2i+1}	X_{2i}	X_{2i-1}	**Digitu berria**
Di	0	0	0	0
	0	0	1	1
	0	1	0	1
	0	1	1	2
	1	0	0	-2
	1	0	1	-1
	1	1	0	-1
	1	1	1	0

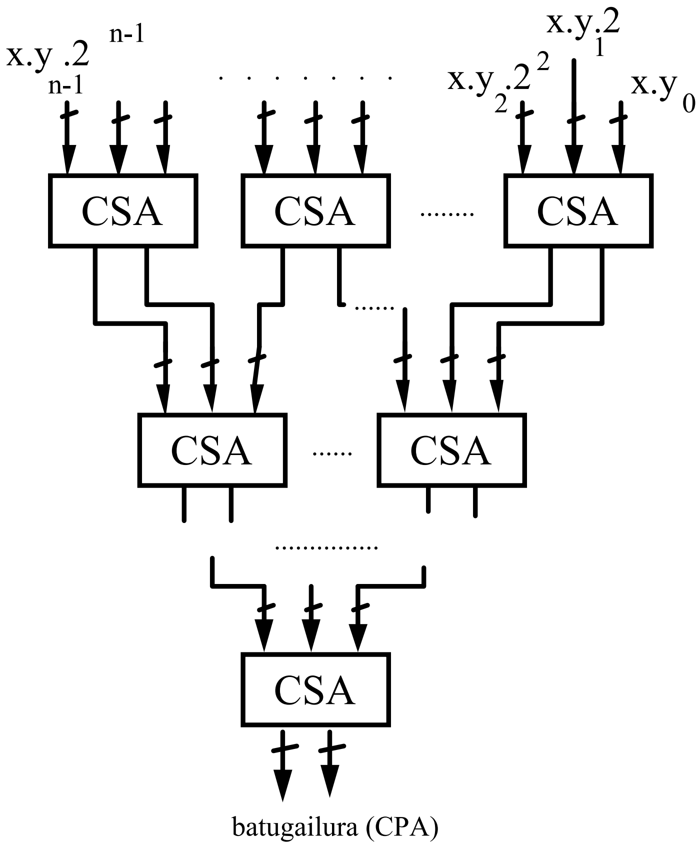
Adibidea: 7 * -14 (n=6)

Biderkagailu konbinazionalak

- Hardware bitartez biderketa eta batuketa guztiak
- Algoritmo iteratiborik ez




x.y0
x.y1.2
x.y2.2 2
CSA
x.y3.2 3
CSA
x.y4.2 4
CSA
x.yn-1.2 n-1
CSA
batugailura (CPA)


x.yn-1.2 n-1
x.y1.2
x.y2.2 2
x.y0
CSA
CSA
CSA
CSA
CSA
CSA
batugailura (CPA)

ZATIKETA NATURALETAN

- Zatiketa: kenketa eta desplazamendua
- ***y*** zatikizuna, ***x*** zatitzailea, aurkitu ***z*** zeinak

$$y=z*x+h \qquad \text{(h, hondarra)}$$

- kalkuluetan *z* behar dugu. EZEZAGUNA!!
- Algoritmo bat:

$$h^{(0)} = y$$

$$h^{(j+1)} = r\,h^{(j)} - r^{n}\,x\,Z_{n-1-j} \qquad j = 0, \ldots, n-1$$

ZATIKETA NATURALETAN

- Aurreko errekurrentzia zabalduz

$$h^{(0)} = y$$

$$h^{(1)} = r\,y - r^{n}\,x\,Z_{n-1}$$

$$h^{(2)} = r(r\,y - r^{n}\,xZ_{n-1}) - r^{n}x\,Z_{n-2} = r^{2}(y - x\,(r^{n-1}Z_{n-1} + r^{n-2}Z_{n-2}))$$

$$h^{(3)} = r(r^{2}(y - x\,(r^{n-1}Z_{n-1} + r^{n-2}Z_{n-2})) - r^{n}x\,Z_{n-3} =$$

$$r^{3}(y - x\,(r^{n-1}Z_{n-1} + r^{n-2}Z_{n-2} + r^{n-3}Z_{n-3}))$$

$$h^{(n)} = r^{n}\,(y - x\,\Sigma r^{k}Z_{k}) = r^{n}\,(y - x\,z)$$

hau da $\qquad y = x\,z + h^{(n)}r^{-n}$

- Beraz, n iterazio eta gero emaitza lortu dugu
- Iterazio bakoitzean, Z-ren digitu bat lortuko da
- Digitu horrek, hondarra positiboa mantentzen duen **handiena** izan behar du
- Algoritmoa beraz:
    - aurreko hondarra desplazatu ezkerretara
    - kenketa egin Zi digitu berria aukeratuz
- 2 oinarrian 2 digitu posible besterik ez: 1 edo 0
- Algoritmoa gauzatzerakoan bi aukera ditugu

BERRIZTAPENEZKO ZATIKETA

- Iterazio bakoitzan, hipotesia egin zatiduraren digitu berria 1 dela suposatuz:

$$h'^{(i+1)} = 2\,h^{(i)} - 2^n\,x$$

- Lortutako hondar berria positiboa bada, aurrera
- Negatiboa bada, digituak ezin du 1 izan, 0 baizik, eta aurreko kenketa desegin behar da (hau da berriztapena)

BERRIZTAPENIK GABEKO ZATIKETA

- Aurreko azterketarekin jarraituko dugu:

$$h'^{\,(i+1)} = 2\,h^{(i)} - 2^{n}\,x$$

- Demagun hondar hori negatiboa dela. Orduan:

$$h^{(i+1)} = 2\,h^{(i)}$$

- Hurrengoaren kalkulua

$$h^{(i+2)} = 2\,h^{(i+1)} - 2^{n}\,x = 4\,h^{(i)} - 2^{n}\,x$$

BERRIZTAPENIK GABEKO ZATIKETA

- Hasierako hondar negatibotik abiatuz, emaitza bera lortu dezakegu, kenketa egin beharrean batuketa egiten badugu

$$h^{(i+1)} = 2h^{(i)} - 2^n x \quad \text{Negatiboa da}$$

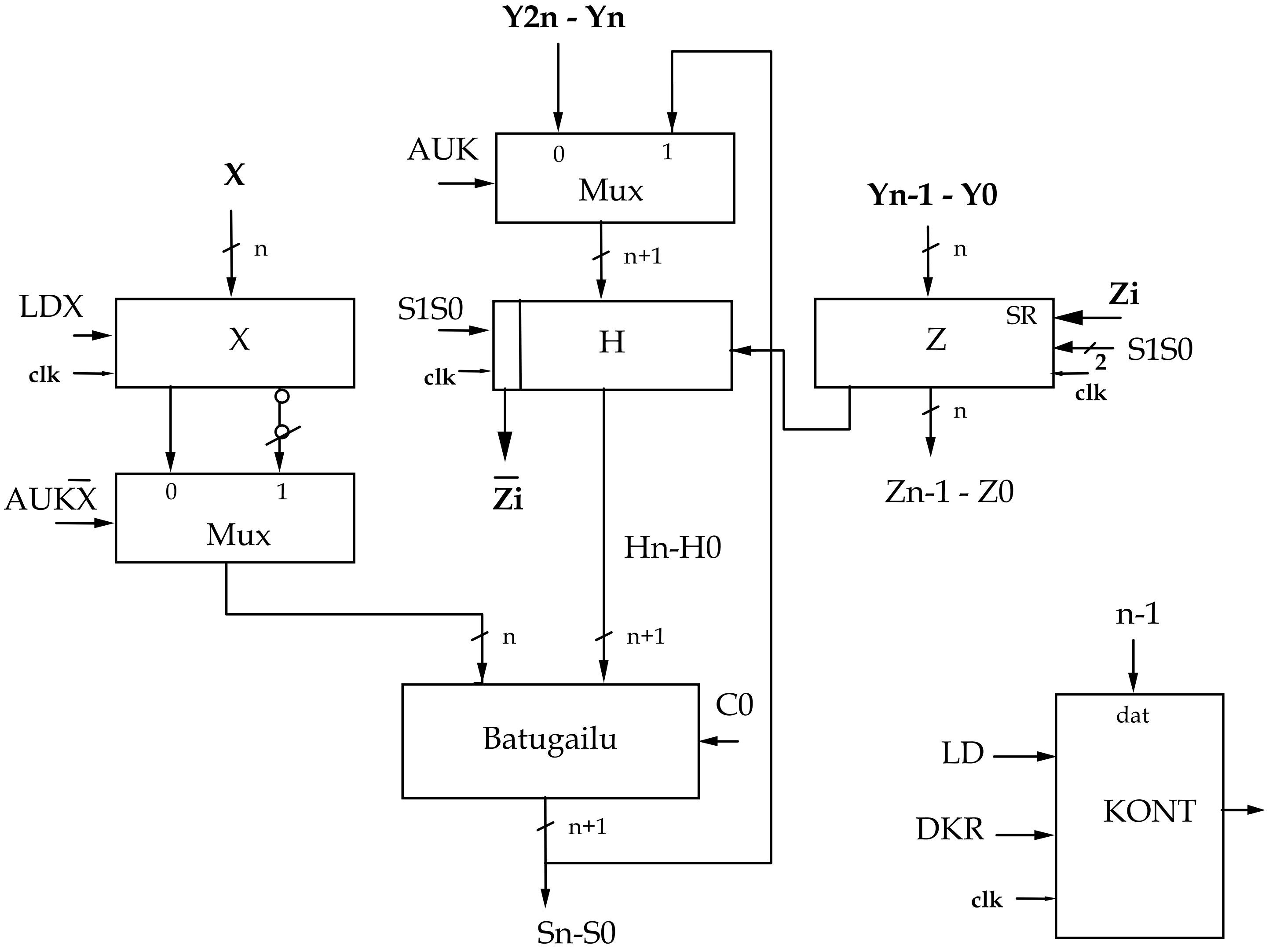
$$h^{(i+2)} = 2h^{(i+1)} + 2^n x =$$

$$2(2h^{(i)} - 2^n x) + 2^n x =$$

$$4h^{(i)} - 2^n x$$

- Ez dugu berriztapenik egiten, baina bai batuketa hurrengoaren kalkuluan

Zatiketarako HARDWAREA



KOMA HIGIKORRA

- $x = m * r^{b}$

  m: mantisa   *b*: berretzailea   *r*: oinarria

- Zenbaki bat adierazpen asko:

  $8{,}3459 * 10^{2} = 8345{,}9 * 10^{-1} = 0{,}83459 * 10^{3}$

- Zein erabili?

IEEE formatu estandarra

- **Mantisa** zeinu-magnitudean adierazten da

Mantisa *normalizatua* da

$$1 \leq |m| < 2 \quad |m|= 1,xxxx$$

Bit *ezkutua*: alde osoko bita ez gorde

Bit guztiak alde frakzionariorako erabili: doitasun handiagoa

Alde osoko bita erabili behar da eragiketetan

- **Berretzailea** *desplazatutako* adierazpide bitartez

$$b_e=b+N \qquad \text{non} \quad N=2^{q-1} -1$$

IEEE

- Bi formatu: 32 bit (sinplea) eta 64 bit (bikoitza)

Z	mantisa (23)	berretz. (8)

$N = 2^{8-1} - 1 = 127$

Z	mantisa (52)	berretz. (11)

$N = 2^{11-1} - 1 = 1023$

- Zenbaki normalizatua (formatu sinplean):

$0 < b_e < 255 \quad b_m = 1\text{-}127 = -126$ eta $b_M = 254\text{-}127 = 127$

IEEE

- Kode bereziak
  - 0 adierazteko : $m = 0$, $b_e = 0$, z aukeran
  - Zenbaki desnormalizatuak:

    $b = 0, m \neq 0 \Rightarrow (-1)^z * (0,m) * 2^{-126}$
  - Infinitua: $b_e = 255$, $m = 0$, z aukeran
  - NAN karaktereak: $b_e = 255$, $m \neq 0$, z aukeran

    Salbuespenak adierazteko: *overflow, underflow*, /0 ...

KOMA HIGIKORREKO ERAGIKETAK

- Bi aritmetika:

  frakzioena mantisetarako

  osoena berretzailetarako

- *Postnormalizazioa:* Eragiketaren emaitza normalizatu behar denean
- Gainezkatze detektatzeko: berretzailea aztertu behar da

BATUKETA/KENKETA

- Mantisak lerrokatu. Berretzaile altuena bietan.
- Mantisen arteko batuketa zein kenketa. KONTUZ!! Zeinu-magnitude adierazpidean
- Postnormalizatu, beharra badago ($1 \leq |m| < 2$)
- Mantisako digituak galtzen badira errore-iturri bat daukagu, baina ez gainezkatze.

BIDERKETA

- Mantisak biderkatu (ikusi ditugun algoritmoen bitartez)
- Berretzaileak batu
- Postnormalizatu, beharra badago ($1 \leq |m| < 2$)
- Mantisako digituak galtzen badira errore-iturri bat daukagu, baina ez gainezkatze.

ZATIKETA

- Mantisak zatitu. Alde frakzionarioko digituak interesatzen zaizkigu
- Berretzaileak kendu
- Postnormalizatu, beharra badago ($1 \leq |m| < 2$)
- Mantisako digituak galtzen badira errore-iturri bat daukagu, baina ez gainezkatze.

ERRORE-ITURRIAK

- Bi errore-iturri:
  - Zenbaki errealen adierazpena ezin da askotan zehatza izan
  - Eragiketetan digituen galera
- Adierazpena emateko irizpide desberdinak:
  - Beheko handiena
  - Goiko txikiena
  - Mozketa
  - Biribilketa

Adibideak

- Formatua:

  6 bit mantisarako (1 + 5)

  4 bit berretzailerako

- Adierazi: -14.83, +2.74 *Beheko handiena*
- Batuketa egin
- Biderketa egin