Zenbaki arruntak

1 Zenbaki sistemak

Kontatzea gizateriaren historian zehar eta kultura guztietan, agertzen den beharrizana da, funtsean ondoko bi komunikazio ekintzak burutzeko:

1. Objektu-bildumen tamainari buruzko erreferentzia eman ahal izatea (hau da multzo bateko **kardinala**)
2. Ordenaturiko objektu-bilduma bateko elementu bati dagokion posizioaren gaineko erreferentzia izatea (objektuaren **ordinala**).

Kontatzea akzio kognitiboa da zeinen bidez multzo bateko elementuak banan-banakako korrespondentzian jartzen diren beste bigarren azpimultzo bateko elementuekin. Azpimultzo hau erreferentziarako erabiltzen den **zenbaki sistema**ko da.

Zenbaki-sistema objektu bilduma berezi mota bat zeinek dauzkan ordenatzeko eta zenbatzeko darabiltzagun elementu abstraktuak.

Zenbaki sistema batek zenbakiak sortzen ahalbidetzen du sinboloen bidez eta sinboloak zuzen konbinatzeko aplikatzen diren arauen bidez, ere bai.

Hala zenbakia sistema honako era honetan irudika daiteke:

$$N = S + R$$

zeinetan:

- N zenbaki sistema den: hamartarra, bitarra,...
- S zenbaki sistema dituen sinboloak diren. Esaterako, {0,1...9}, sistema hamartarrean; {0,1}, sistema bitarrean; {0,1...7}, sistema zortzitarra eta {0,1...9,A,B,C,D,E,F} sistema hamaseitarra.
- R arauak diren. Arauok adierazten duten sistema batean zein zenbaki diren egokiak eta zeintzuk ez.

$0_{hex} = 0_{dec} = 0_{oct}$	0	0	0	0
$1_{hex} = 1_{dec} = 1_{oct}$	0	0	0	1
$2_{hex} = 2_{dec} = 2_{oct}$	0	0	1	0
$3_{hex} = 3_{dec} = 3_{oct}$	0	0	1	1
$4_{hex} = 4_{dec} = 4_{oct}$	0	1	0	0
$5_{hex} = 5_{dec} = 5_{oct}$	0	1	0	1
$6_{hex} = 6_{dec} = 6_{oct}$	0	1	1	0
$7_{hex} = 7_{dec} = 7_{oct}$	0	1	1	1
$8_{hex} = 8_{dec} = 10_{oct}$	1	0	0	0
$9_{hex} = 9_{dec} = 11_{oct}$	1	0	0	1
$A_{hex} = 10_{dec} = 12_{oct}$	1	0	1	0
$B_{hex} = 11_{dec} = 13_{oct}$	1	0	1	1
$C_{hex} = 12_{dec} = 14_{oct}$	1	1	0	0
$D_{hex} = 13_{dec} = 15_{oct}$	1	1	0	1
$E_{hex} = 14_{dec} = 16_{oct}$	1	1	1	0
$F_{hex} = 15_{dec} = 17_{oct}$	1	1	1	1

Irudia 1: Zenbaki-sistema hamaseitarra ordenagailuetan ohiko da eta 1963n estreinakoz IBM-k erabili zuen. Iturria: Wikipedia.

Zenbaki sistema bakoitzak bere arau ezberdinak ditu baina zenbaki sistema guztiek zera dute komunean: balioko zenbakiak sortzeko zenbaki sistema bakoitzak onartzen dituen sinboloak baino ezin direla erabili.

Zenbaki sistema adierazteko azpindize eransten zaio zenbakiari.

Adibideak:

- 13 zenbaki egokia da sistema hamartarrerako baina ezin izango litzateke erabili sistema bitarrean zeren azken honek ez baitu *3* sinboloa.
- $F1E4_{(16)}$ zenbakia egokia da sistema hamaseitarrean baina inolaz ere sistema hamartarrean.
- $38_{(8)}$ ezin izango litzateke erabili sistema zortzitarrean.

2 Zenbaki-sistema motak

Ondoko zenbaki sistema hauek aurki daitezke:

a.) Sistema batukorrak:

Sistema hauetan zenbakia adierazteko behar diren sinboloak metatzen dira.

Irudia 2: Zenbaki-sistema greziar klasikoa. Iturria: Wikipedia.

543 zenbakia adierazteko, esaterako, sistema batukor batek *ehunekoen* sinboloa bost aldiz lerabilkeela; 4 aldiz, *hamarrekoen* sinboloa eta *batekoen* sinboloa, 3 aldiz.

Adibide moduan ondoko sinbolo multzo honek adieraz dezake 543, sistema batukor baten bidez:

***** ^^^^ÇÇÇ

(* *ehunekoen* sinboloa; ^ *hamarrekoen* sinboloa; Ç *batekoen* sinboloa)

Zenbaki-sistema hauen artean, sistema egiptoar, judu, erromatar eta greziarra klasikoa daude (hementxe duzu adibide gehiago).

b.) Sistema hibridoak:

Sistemok aurrekoen printzipio batukorra konbinatzen dute printzipio biderkakorrarekin.

Esaterako, 700 zenbakia irudikatzeko sistema hauek erabiltzen dute bi sinboloen konbinazioa, lehenengo sinboloak adierazten du zenbat ehuneko dauden eta bigarrenak, ehunekoa dela.

Hauen artean, sistema txinatar klasikoa eta maia daude.

Sistema maiaz esan beharra dago, egun "zero" zenbakiak duen zentzu berberaren lehenbiziko erreferentzia idatzia sistema maiatik datorkigu.

Zenbaki-sistema hibridoetan zenbakiek duten posizioa garrantzitsua izaten hasten da eta horregatik, sistema batukor eta posizionalen arteko zubi dira.

c.) Sistema posizionalak:

Sistema hauetan, digituen kokapenak adierazten du ea bateko, hamarreko ala ehuneko ote den.

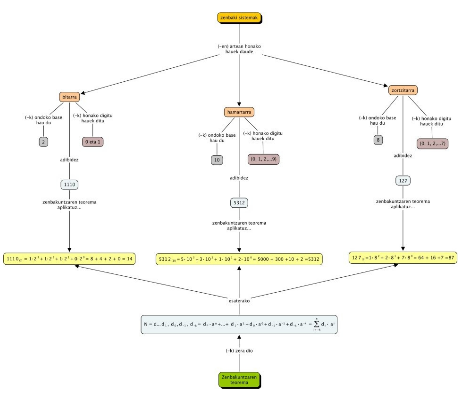
Zenbakiaren balioa, sistema hibridoen bezala, printzipio batukorra eta biderkakorrekin lortzen da baina ez da erabiltzen sinbolorik adierazteko zifraren basea

(10, 100, 1000 eta abar).

Sistema posizionalak erabiltzeko arauak

1. *Zenbaki sistema orok base bat dute; hau da, objektuak kontatzeko erabiltzen diren multzokatzeko irizpidea (elementu kopurua).*
2. *Zenbaki sistemarako zenbaki "a" aukeraturik (a>1), a sinbolo kopurua erabiliko da (zifra ala digitua): Hauen bidez, zero eta lehenbiziko zenbaki arruntak irudikatuko dira eta zera izango dira: 0, 1, 2, 3,... (a-1).*
3. *a elementu kopuruak bigarren ordenako unitatea osatzen du. Bigarren ordenako unitatea lehenengo ordenakoaren eskerrean.*
4. *Bigarren ordenako a elementu kopuruak hirugarren ordenako unitatea osatzen du (ezkerretan idazten da) eta horrela beste ordenakoekin.*
5. *Orden batean unitate eza 0 zenbakiaz adierazten da.*

3 Zenbakuntzaren teorema.



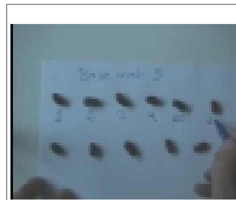
Irudia 3: Zenbakuntzaren gaineko kontzeptu mapa. Egizu klik ikusteko (Internet behar duzu).

Demagun zenbaki sistemaren basea den zenbaki arrunta a, edozein zenbaki arrunt *N* ondoko polinomio honen bidez adieraz daiteke:

- N = sisteman bateko zenbaki egokia.
- a = zenbaki sistemako basea
- d_n = alde osoko zenbakiaren digitua (bateko, hamarreko, ehuneko, milakoa...)
- d_k = alde hamartarreko zenbakiaren digitua(hamarrena, hamarrena, mailarena,...)

$$N = d_n \ldots d_1, d_0, d_{-1}, \ldots, d_{-k} = d_n \cdot a^n + \ldots d_1 \cdot a^1 + d_0 \cdot a^0 + d_{-1} \cdot a^{-1} + d_{-k} \cdot a^{-k} =$$

4 Beste zenbaki sistemetan zenbatuz.



Bideoa 1: Zenbaki-sistema ezberdinetan nola kontatu

Ondoko bideo honetan (bideo 2) azaltzen da nola kontatzen den beste zenbaki-sistemetan.

Bideoa 2: Sistema hamartarra beste sistematara.

Beste bigarren bideo honetan (Bideo 3), ordea, ikus dezakezu sistema hamartarreko kantitate bat, beste sistema bateko kodigoan nola aldatzen den.

Bestalde zenbaki-sistema hamartarra, birpasatzera hortxe dituzu ondoko esteka hauek: hemen eta hortxe.

5 Berreketa birpasatuz

Zer adierazten dute a^{0} eta $a^{(-1)}$ bezalako sinboloek? Aldez aurretik jakin behar:

- $a^n \times a^m = a^{n\ m}$

Adibidez: $2^3 \times 2^4 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2^7 = 2^{3+4}$

Baina kontuz! $2^3+2^4 \neq 2^7$

- $a^n / a^m = a^{n-m}$ (m > 0)

Adibidez:
$$\frac{2^7}{2^5}=\frac{(2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2)}{(2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2)}=2^2=2^{7-5}$$

- $a^{n^m}=a^{m\cdot n}$

Adibidez:
$$2^{3^3}=2^3\cdot2^3\cdot2^3=(2\cdot2\cdot2)\cdot(2\cdot2\cdot2)\cdot(2\cdot2\cdot2)=2^9$$

Zenbat da 2^0 ?

$$\frac{2^3}{2^3}=\frac{(2\cdot2\cdot2)}{(2\cdot2\cdot2)}=1$$

$$\frac{2^3}{2^3}=2^{3-3}=2^0$$

$$Ondorioz,\ 2^0=1$$

Zenbat da $2^{(-2)}$?

$$\frac{2^2}{2^4}=\frac{(2\cdot2)}{(2\cdot2\cdot2\cdot2)}=\frac{1}{2^2}$$

$$\frac{2^2}{2^4}=2^{2-4}=2^{(-2)}$$

$$Ondorioz,\ 2^{-2}=\frac{1}{2^2}$$