5. Aplicación de las transformaciones elementales al cálculo de la matriz inversa.

Si $A \in \mathrm{Mat}_{n\times n}(K)$ inversible podemos interpretar la búsqueda de su inversa de la forma siguiente: si $A^{-1} = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{nn} \end{pmatrix}$, sabemos que

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & \dots & x_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

luego buscar A^{-1} es localizar la solución de los sistemas de ecuaciones lineales

$$AX^{(i)} = E_i, \ \forall i = 1, \dots, n,$$

siendo $X^{(i)} = \begin{pmatrix} x_{1i} \\ \vdots \\ x_{ni} \end{pmatrix}$ y $E_i = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$, estando el 1 en la fila i-ésima. Entonces, si partimos de la matriz $(A|I_n)$ y realizamos transformaciones elementales sólo por **filas** hasta llegar a $(I_n|B)$, es evidente que $A^{-1} = B$.