2. El espacio vectorial $\mathfrak{L}_K(V, W)$.

Se considera el conjunto $\mathfrak{L}_K(V, W)$ dado por

$$\mathfrak{L}_K(V, W) = \{f : V \to W \mid f \text{ es lineal}\},$$

donde V y W son dos K-espacios vectoriales. En este conjunto definimos las siguientes operaciones:

$$\forall f, g \in \mathfrak{L}_K(V, W), \forall v \in V \quad (f + g)(v) = f(v) + g(v)$$

y

$$\forall f \in \mathfrak{L}_K(V, W), \forall v \in V, \forall \alpha \in K \quad (\alpha f)(v) = \alpha f(v)$$

Es fácil ver que $f + g$ es otra aplicación lineal de V en W, luego $+$ nos define una ley de composición interna sobre $\mathfrak{L}_K(V, W)$. Además, $(\mathfrak{L}_K(V, W), +)$ es un grupo abeliano, esto es que la suma de aplicaciones lineales de V en W es conmutativa, asociativa, existe un elemento neutro (que es la aplicación nula $f(v) = 0_W$, para todo $v \in V$) y existe elemento inverso (dada $f \in \mathfrak{L}_K(V, W)$, su elemento inverso es $-f$ definida por $\forall v \in V (-f)(v) = -f(v)$ y $-f \in \mathfrak{L}_K(V, W)$). Por otro lado, αf es otra aplicación lineal de v en W, si $f \in \mathfrak{L}_K(V, W)$ y $\alpha \in K$. Con la suma definida en $\mathfrak{L}_K(V, W)$ y la multiplicación por un escalar señalada, se demuestra que $(\mathfrak{L}_K(V, W), +, .)$ tiene estructura de K-espacio vectorial.